গণিতপ্রভা

সপ্তম শ্রেণি

পশ্চিমবঙ্গ মধ্যশিক্ষা পর্ষদ

ভারতের সংবিধান

প্রস্তাবনা

আমরা, ভারতের জনগণ, ভারতকে একটি **সার্বভৌম সমাজতান্ত্রিক ধর্মনিরপেক্ষ গণতান্ত্রিক সাধারণতন্ত্র** রূপে গড়ে তুলতে সত্যনিষ্ঠার সঙ্গে শপথ গ্রহণ করছি এবং তার সকল নাগরিক যাতে : সামাজিক, অর্থনৈতিক ও রাজনৈতিক **ন্যায়বিচার**; চিন্তা, মতপ্রকাশ, বিশ্বাস, ধর্ম এবং উপাসনার **স্বাধীনতা**; সামাজিক প্রতিষ্ঠা অর্জন ও সুযোগের **সমতা** প্রতিষ্ঠা করতে পারে এবং তাদের সকলের মধ্যে ব্যক্তি-সম্ভ্রম ও জাতীয় ঐক্য এবং সংহতি সুনিশ্চিত করে **সৌভ্রাতৃত্ব** গড়ে তুলতে; **আমাদের গণপরিষদে**, আজ, 1949 সালের 26 নভেম্বর, **এতদ্দারা এই সংবিধান গ্রহণ করছি, বিধিবদ্ধ করছি** এবং **নিজেদের অর্পণ করছি**।

THE CONSTITUTION OF INDIA

PREAMBLE

WE, THE PEOPLE OF INDIA, having solemnly resolved to constitute India into a SOVEREIGN SOCIALIST SECULAR DEMOCRATIC REPUBLIC and to secure to all its citizens : JUSTICE, social, economic and political; LIBERTY of thought, expression, belief, faith and worship; EQUALITY of status and of opportunity and to promote among them all – FRATERNITY assuring the dignity of the individual and the unity and integrity of the Nation; IN OUR CONSTITUENT ASSEMBLY this twenty-sixth day of November 1949, do HEREBY ADOPT, ENACT AND GIVE TO OURSELVES THIS CONSTITUTION.

ভূমিকা

জাতীয় পাঠক্রমের রূপরেখা ২০০৫ এবং শিক্ষা অধিকার আইন ২০০৯ দলিল দুটিকে গুরুত্ব দিয়ে ২০১১ সালে পশ্চিমবঙ্গ সরকার কর্তৃক গঠিত 'বিশেষজ্ঞ কমিটি'কে বিদ্যালয়স্তরের পাঠক্রম, পাঠ্যসূচি এবং পাঠ্যপুস্তকগুলির সমীক্ষা ও পুনর্বিবেচনা দায়িত্ব দেওয়া হয়েছিল। এই কমিটির বিষয় বিশেষজ্ঞদের আন্তরিক চেষ্টা ও নিরলস পরিশ্রমের ফসল হলো এই বইটি।

এই গণিত বইটি সপ্তম শ্রেণির পাঠ্যসূচি অনুযায়ী প্রণয়ন করা হয়েছে ও নামকরণ করা হয়েছে 'গণিতপ্রভা'। এই বইটিতে গণিতকে ভাষা হিসাবে চর্চা করার প্রতিষ্ঠিত ধারা অনুসৃত যাতে করে গণিতের ভাষায় ভাষান্তরিত সমস্যাটি দেখে শিক্ষার্থীরা বুঝতে পারে সংশ্লিষ্ট সমস্যায় কোন গাণিতিক প্রক্রিয়া, সূত্র বা পদ্ধতি প্রয়োগের প্রয়োজন।

পাটীগণিত, বীজগণিত ও জ্যামিতি বিষয়গুলিকে সুন্দর ও সহজভাষায় এমনভাবে বর্ণনা করা হয়েছে যাতে করে সমস্ত শিক্ষার্থী ভালোভাবে বিষয়টি আয়ত্ত করতে পারে। গণিতকে শিক্ষার্থীর ব্যক্তি জীবন, পরিবার ও সমাজের নানা সমস্যা সমাধানের সফল হাতিয়ার হিসাবে প্রতিষ্ঠিত করার চেষ্টাকে অধিকতর ভালোভাবে প্রসারিত করা হয়েছে।

প্রথিতযশা শিক্ষক, শিক্ষাপ্রেমী শিক্ষাবিদ, বিষয় বিশেষজ্ঞ ও অলংকরণের জন্য বিখ্যাত শিল্পীবৃন্দ — যাঁদের ঐকান্তিক চেষ্টায় ও নিরলস পরিশ্রমের ফলে এই সর্বাঙ্গসুন্দর গুরুত্বপূর্ণ বইটির প্রকাশ সম্ভব হয়েছে তাঁদের সকলকে পর্ষদের পক্ষ থেকে আন্তরিক ধন্যবাদ ও কৃতজ্ঞতা জানাই।

পশ্চিমবঙ্গ সর্বশিক্ষা মিশনের সহায়তায় বইটি ছাত্রছাত্রীদের মধ্যে বিনামূল্যে বিতরণ করা হবে। এই প্রকল্পকে কার্যকরী করার জন্য মাননীয় শিক্ষামন্ত্রী ড. পার্থ চ্যাটার্জী, পশ্চিমবঙ্গ সরকার, পশ্চিমবঙ্গ সরকারের শিক্ষাদপ্তর, পশ্চিমবঙ্গ বিদ্যালয় শিক্ষা অধিকার এবং পশ্চিমবঙ্গ সর্বশিক্ষা মিশন সাহায্য করে পর্ষদকে কৃতজ্ঞতা পাশে আবদ্ধ করেছেন।

আশা করি পর্ষদ প্রকাশিত এই 'গণিতপ্রভা' বইটি শিক্ষার্থীদের কাছে বিজ্ঞানের বিষয়গুলি আকর্ষণীয় করে তুলতে গুরুত্বপূর্ণ ভূমিকা পালন করবে এবং মাধ্যমিকস্তরে গণিতচর্চার মান উন্নততর করতে সহায়ক হবে। ছাত্রছাত্রীরা উদ্বুদ্ধ হবে। এইভাবে সার্থক হবে পর্ষদের সামাজিক দায়বদ্ধতা।

সমস্ত শিক্ষাপ্রেমী, শিক্ষক শিক্ষিকা ও সংশ্লিষ্ট সকলের কাছে আমার সনির্বন্ধ অনুরোধ তাঁরা যেন বিনা দ্বিধায় বইটির ত্রুটি-বিচ্যুতি পর্ষদের নজরে আনেন যাতে করে পরবর্তী সংস্করণে সংশোধনের সুযোগ পাওয়া যায়। এতে বইটির মান উন্নত হবে এবং ছাত্রসমাজ উপকৃত হবে। ইংরেজিতে একটি আপ্তবাক্য আছে যে, 'even the best can be bettered'। বইটির উৎকর্ষ বৃদ্ধির জন্য শিক্ষক সমাজের ও বিদ্যোৎসাহী ব্যক্তিদের গঠনমূলক মতামত ও সুপরামর্শ সাদরে গৃহীত হবে।

কল্যাণময় গঙ্গোপাধ্যায়

ডিসেম্বর, ২০১৭
৭৭/২ পার্ক স্ট্রিট
কলকাতা-৭০০ ০১৬

প্রশাসক
পশ্চিমবঙ্গ মধ্যশিক্ষা পর্ষদ

প্রাক্‌কথন

পশ্চিমবঙ্গের মাননীয়া মুখ্যমন্ত্রী শ্রীমতী মমতা বন্দ্যোপাধ্যায় ২০১১ সালে বিদ্যালয় শিক্ষার ক্ষেত্রে একটি 'বিশেষজ্ঞ কমিটি' গঠন করেন। এই বিশেষজ্ঞ কমিটির ওপর দায়িত্ব ছিল বিদ্যালয় স্তরের সমস্ত পাঠক্রম, প্যঠ্যসূচি এবং পাঠ্যপুস্তক-এর পর্যালোচনা, পুনর্বিবেচনা এবং পুনর্বিন্যাসের প্রক্রিয়া পরিচালনা করা। সেই কমিটির সুপারিশ অনুযায়ী নতুন পাঠক্রম, পাঠ্যসূচি এবং পাঠ্যপুস্তক নির্মিত হলো। পুরো প্রক্রিয়ার ক্ষেত্রেই জাতীয় পাঠক্রমের রূপরেখা ২০০৫ এবং শিক্ষার অধিকার আইন ২০০৯ (RTE Act, 2009) নথিদুটিকে আমরা অনুসরণ করেছি। পাশাপাশি সমগ্র পরিকল্পনার ভিত্তি হিসেবে আমরা গ্রহণ করেছি রবীন্দ্রনাথ ঠাকুরের শিক্ষাদর্শের রূপরেখাকে।

উচ্চ-প্রাথমিক স্তরের গণিত বইয়ের নাম 'গণিতপ্রভা'। বইটিতে ধাপে ধাপে গাণিতিক সমস্যাবলি সমাধানের পদ্ধতি শেখানো হয়েছে। শিক্ষার্থীর সুবিধার জন্য প্রতিটি ক্ষেত্রেই সযত্নে মৌল ধারণাগুলিকে প্রাঞ্জল ভাষায় এবং হাতেকলমে পদ্ধতিতে উপস্থাপন করা হয়েছে। 'গণিত' বিষয়টিকে বৈচিত্র্যময় এবং আকর্ষণীয় করে তোলার সযত্ন প্রয়াস বইটিতে সহজেই লক্ষ করা যাবে। শিক্ষার্থীর প্রায়োগিক সামর্থ্যবৃদ্ধির দিকেও আমরা তীক্ষ্ণ নজর রেখেছি। আশা করা যায় শিক্ষার্থীমহলে বইটি সমাদৃত হবে। এই 'গণিতপ্রভা' পুস্তকটি নতুন শিক্ষাবর্ষে (২০১৮) পশ্চিমবঙ্গ সর্বশিক্ষা মিশনের সহায়তায় রাজ্যের শিক্ষার্থীদের হাতে বিনামূল্যে বিতরণ করা হবে।

নির্বাচিত শিক্ষাবিদ, শিক্ষক-শিক্ষিকা এবং বিষয়-বিশেষজ্ঞবৃন্দ অল্প সময়ের মধ্যে বইটি প্রস্তুত করেছেন। পশ্চিমবঙ্গের মাধ্যমিক শিক্ষার সারস্বত নিয়ামক পশ্চিমবঙ্গ মধ্যশিক্ষা পর্ষদ পাঠ্যপুস্তকটিকে অনুমোদন করে আমাদের বাধিত করেছেন। বিভিন্ন সময়ে পশ্চিমবঙ্গ মধ্যশিক্ষা পর্ষদ, পশ্চিমবঙ্গ সরকারের শিক্ষা দপ্তর, পশ্চিমবঙ্গ সর্বশিক্ষা মিশন, পশ্চিমবঙ্গ শিক্ষা অধিকার প্রভৃত সহায়তা প্রদান করেছেন। তাঁদের ধন্যবাদ।

পশ্চিমবঙ্গের মাননীয় শিক্ষামন্ত্রী ড. পার্থ চ্যাটার্জী প্রয়োজনীয় মতামত এবং পরামর্শ দিয়ে আমাদের বাধিত করেছেন। তাঁকে আমাদের কৃতজ্ঞতা জানাই।

বইটির উৎকর্ষবৃদ্ধির জন্য শিক্ষাপ্রেমী মানুষের মতামত, পরামর্শ আমরা সাদরে গ্রহণ করব।

ডিসেম্বর, ২০১৭
নিবেদিতা ভবন পঞ্চমতল
বিধাননগর, কলকাতা : ৭০০ ০৯১

অভীক মজুমদার
চেয়ারম্যান
'বিশেষজ্ঞ কমিটি'
বিদ্যালয় শিক্ষা দপ্তর, পশ্চিমবঙ্গ সরকার

বিশেষজ্ঞ কমিটি পরিচালিত পাঠ্যপুস্তক প্রণয়ন পর্ষদ

নির্মাণ ও বিন্যাস

অভীক মজুমদার (চেয়ারম্যান, বিশেষজ্ঞ কমিটি)

রথীন্দ্রনাথ দে (সদস্য সচিব, বিশেষজ্ঞ কমিটি)

শংকরনাথ ভট্টাচার্য

সুমনা সোম

তপসুন্দর বন্দ্যোপাধ্যায়

মলয় কৃষ্ণ মজুমদার

পার্থ দাস

প্রদ্যুৎ পাল

প্রচ্ছদ ও অলংকরণ

দেবাশিস রায়

রূপায়ণ

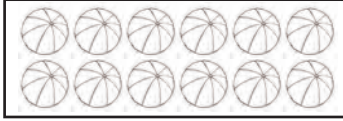
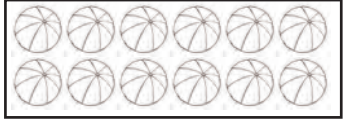
বিপ্লব মণ্ডল

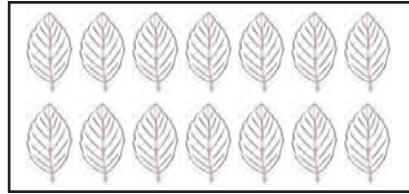
সহায়তা

অনুপম দত্ত, পিনাকী দে

সূ চি প ত্র

1. পূর্বপাঠের পুনরালোচনা

আজ দুপুরে আমরা মাঠে গাছের নীচে বসে ছবি আঁকব। চন্দ্রা খুব ভালো ছবি আঁকতে পারে না। কিন্তু খুব ভালো রং করে। তাই সে আমাদের আঁকা ছবির কিছু কিছু অংশ রং করবে।

আমি আঁকলাম- —এই ছবির বলগুলির মোট সংখ্যার $\frac{1}{4}$ অংশ বলে চন্দ্রা রং করল।

চন্দ্রা রং করল- — $\frac{1}{4}$ অংশ বা ☐ টি বলে [নিজে রং করি]।

—এই ছবির ফুলগুলির মোট সংখ্যার $\frac{1}{3}$ অংশ বা ☐ টি ফুলে লাল রং দিল। [নিজে রং করি]

— এই ছবির পাতাগুলির মোট সংখ্যার $\frac{1}{7}$ অংশ বা ☐ টি পাতায় সবুজ রং দিল। [নিজে রং করি]

মহিম কিন্তু অনেকগুলি বৃত্ত আঁকল —

আমি মহিমের আঁকা বৃত্তের সংখ্যার 0.5 অংশে বৃত্তের মধ্যে ত্রিভুজ ও 0.2 অংশে বৃত্তের মধ্যে চতুর্ভুজ আঁকি — [যেমন - ◬, ⊡]। ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○

— এর $\frac{1}{3}$ অংশ টাকা ☐ নিজে আঁকি।

তথাগত শুধু একটা ফাঁকা মাঠ আঁকল,

এই ছবিতে 6 জন ছেলেমেয়ে আঁকি যাদের $\frac{1}{3}$ অংশ মেয়ে [নিজে আঁকি]।

নিজে করি — 1.1

1) 1 টাকার $\frac{1}{2}$ অংশ = $\square$ পয়সা।

2) 1 বছরের $\frac{1}{4}$ অংশ = $\square$ মাস।

3) 4 টাকার $\frac{5}{8}$ অংশ = $\square$ টাকা $\square$ পয়সা।

4) 2 কিলোগ্রামের $\frac{1}{5}$ অংশ = $\square$ গ্রাম।

5) 5 লিটার 2 ডেসিলিটারের $\frac{1}{2}$ অংশ = $\square$ লিটার $\square$ ডেসিলিটার।

6) একটি সংখ্যার $\frac{1}{3}$ অংশের সঙ্গে 20 যোগ করলে 35 হয়। সংখ্যাটি কত হবে হিসাব করি।

7) হিসাব করে দেখি $\frac{5}{7}$– এর 2 গুণের সঙ্গে কত যোগ করলে 3 পাব।

8) $\frac{5}{7}$ – এর সঙ্গে কত গুণ করলে 4 পাব হিসাব করি।

9) $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{5}$ ও $\frac{2}{3}\times\frac{4}{5}$ — এদের মধ্যে কোনটি সবচেয়ে ছোটো হিসাব করে দেখি।

10) $\frac{5}{2}$, $\frac{7}{3}$ ও $\frac{5}{2}\times\frac{7}{3}$ — এদের মধ্যে কোনটি সবচেয়ে বড়ো হিসাব করে দেখি।

11) একটি সংখ্যার চারগুণ ও ঐ সংখ্যাটির অর্ধেক যোগ করলে সংখ্যাটি $1\frac{2}{3}$ হয়। সংখ্যাটি কত হবে হিসাব করে দেখি।

12) $(\frac{1}{2} - \frac{1}{3})$ ভগ্নাংশটি $(\frac{1}{2} + \frac{1}{3})$ – এর মধ্যে কত বার আছে হিসাব করে দেখি।

1 উজ্জ্বলবাবু অফিস থেকে 50,000 টাকা পেয়েছেন। তিনি অর্ধেক টাকা পাড়ার প্রাথমিক বিদ্যালয়ের উন্নয়নে দান করলেন। বাকি টাকার $\frac{1}{5}$ অংশ বাগানের বেড়া দিতে খরচ করলেন। অবশিষ্ট টাকার অর্ধেক স্ত্রীর নামে ব্যাঙ্কে স্থায়ী আমানতে জমা দিলেন এবং বাকি অর্ধেক নিজের নামে পোস্ট অফিসে জমা রাখলেন। উজ্জ্বলবাবু কোথায় কত টাকা দিলেন বা রাখলেন তা হিসাব করি।

প্রাথমিক বিদ্যালয়ে দান করলেন 50,000 টাকার অর্ধেক

$= 50,000$ টাকার $\frac{\square}{\square}$ অংশ

$= \overset{25,000}{\cancel{50,000}} \times \frac{\square}{\square}$ টাকা

$= 25,000$ টাকা

বাকি রইল, $(50,000 - 25,000)$ টাকা $= 25,000$ টাকা

বাকি টাকার $\frac{1}{5}$ অংশ $= 25,000$ টাকার $\frac{1}{5}$ অংশ $= \square \times \frac{\square}{\square}$ টাকা $= \square$ টাকা

∴ বাগানে বেড়া দিতে খরচ হলো $\square$ টাকা

অবশিষ্ট টাকা $= (25,000 - 5,000)$ টাকা $= 20,000$ টাকা

অবশিষ্ট টাকার অর্ধেক $= \square$ টাকার অর্ধেক

$= \square$ টাকা $\times \frac{\square}{\square}$

$= \square \times \frac{\square}{\square}$ টাকা

$= \square$ টাকা

∴ উজ্জ্বলবাবু স্ত্রীর নামে ব্যাঙ্কে স্থায়ী আমানতে রাখেন $\square$ টাকা

এবং নিজের নামে পোস্ট অফিসে জমা রাখেন $\square$ টাকা।

পরের মাসে উজ্জ্বলবাবু অফিস থেকে আরও কিছু টাকা পেলেন। তিনি এই টাকার $\frac{1}{6}$ অংশ গ্রামের দাতব্য চিকিৎসালয়ে দান করলেন। তিনি 5,000 টাকা দাতব্য চিকিৎসালয়ে দান করেছিলেন। তাহলে পরের মাসে তিনি কত টাকা অফিস থেকে পেলেন হিসাব করি।

ধরি, সম্পূর্ণ টাকা = 1 অংশ

উজ্জ্বলবাবুর টাকার $\frac{1}{6}$ অংশ = 5,000 টাকা

∴ উজ্জ্বলবাবুর টাকার 1 অংশ = $(5,000 \div \frac{1}{6})$ টাকা

= $\square \times \square$ টাকা

= 30,000 টাকা

∴ উজ্জ্বলবাবু পরের মাসে অফিস থেকে 30,000 টাকা পেয়েছিলেন।

কষে দেখি — 1.1

1. সীতারা বেগমের ফলের দোকানে 60 টি পেয়ারা ছিল। তিনি তার মোট পেয়ারার $\frac{1}{4}$ অংশ বিক্রি করলেন। তার কাছে আর কতগুলি পেয়ারা পড়ে রইল হিসাব করি।

2. মা আমাকে 60 টাকার $\frac{5}{6}$ অংশ এবং দাদাকে 45 টাকার $\frac{7}{9}$ অংশ দিয়েছেন। মা কাকে বেশি টাকা দিয়েছেন হিসাব করে দেখি।

3. গণেশবাবু তিনদিনে একটি কাজের যথাক্রমে $\frac{3}{14}, \frac{4}{7}$ ও $\frac{1}{21}$ অংশ শেষ করেছেন। তিনি তিনদিনে মোট কত অংশ কাজ শেষ করেছেন ও এখনও কত অংশ কাজ বাকি আছে হিসাব করি।

4. একটি বাঁশের দৈর্ঘ্যের $\frac{1}{3}$ অংশে লাল রং, $\frac{1}{5}$ অংশে সবুজ রং ও বাকি 14 মিটারে হলুদ রং দিয়েছি, বাঁশটি কত মিটার লম্বা হিসাব করি।

5. একটি খাতার দাম 6.50 টাকা হলে 15 টি খাতার দাম কত হবে তা হিসাব করি।

6. একটি বাক্সে12টি চিনির প্যাকেট আছে। প্রতিটি প্যাকেটের ওজন 2.84 কিগ্রা.। বাক্স এবং প্যাকেটগুলির মোট ওজন 36 কিগ্রা. হলে, হিসাব করে দেখি বাক্সটির ওজন কত হবে।

7. এক বস্তা চালের পরিমাণের 0·75 অংশের দাম 1800 টাকা হলে তার 0·15 অংশের দাম হিসাব করি।

8. অনিতাদি তার জমির পরিমাণের অর্ধেকের $\frac{7}{8}$ অংশ নিজের ভাইকে দিয়েছেন এবং বাকি জমি তিন ছেলেকে সমানভাগে ভাগ করে দিলেন। প্রত্যেক ছেলে কত অংশ জমি পেল তা একটি চিত্রের সাহায্যে দেখাই।

9. সরল করি :

(i) $\frac{13}{25} \times 1\frac{7}{8}$ (ii) $2\frac{5}{8} \times 2\frac{2}{21}$ (iii) $10\frac{3}{10} \times 6\frac{4}{3} \times \frac{4}{11}$

(iv) 0·025 × 0·02 (v) 0·07 × 0·2 × 0·5 (vi) 0·029 × 2·5 × 0·002

10. সরল করি :

(i) $3\frac{3}{4} \div 2\frac{1}{2}$ (ii) $\frac{50}{51} \div 15$ (iii) $1 \div \frac{5}{6}$

(iv) $\frac{156}{121} \div \frac{13}{22}$ (v) $1\frac{1}{2} \div \frac{4}{9} \div 13\frac{1}{2}$ (vi) $\frac{9}{10} \div \frac{3}{8} \times \frac{2}{5}$

(vii) $2\frac{1}{3} \div 1\frac{1}{6} \div 2\frac{1}{4}$ (viii) $20 \div 7\frac{1}{4} \times \frac{3}{5}$ (ix) 3·15 ÷ 2·5

(x) 35·4 ÷ 0·03 × 0.06 (xi) 2·5 × 6 ÷ 0·5

11. ছবি দেখে নিচের মত লিখি :

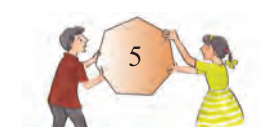
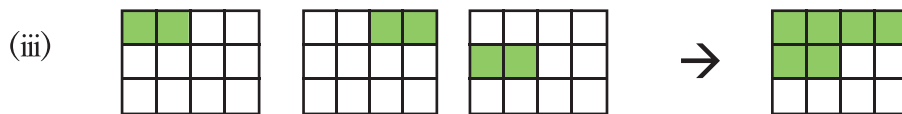
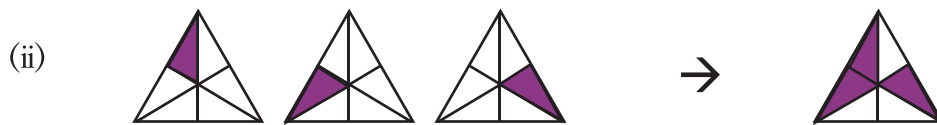
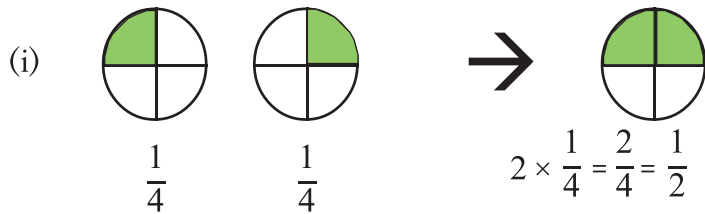
(i)

$\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$

$2 \times \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

(ii)

(iii)

(iv)

সরল না ব্যস্ত সমানুপাত খুঁজি

2 এবার ছুটিতে আমরা পুরী বেড়াতে যাব। সেইজন্য বাবা 920 টাকায় 4টি টিকিট কিনে আনলেন। আমার তিনজন বন্ধুও আমাদের সঙ্গে বেড়াতে যেতে চাইল।

আমরা মোট (4 + 3) জন = 7 জন যাব।

আরও তিনটি টিকিট কাটতে হবে।
3 টি টিকিটের দাম কত হবে দেখি।

গণিতের ভাষায় সমস্যাটি —

টিকিটের সংখ্যা (টি)	দাম (টাকা)
4	920
3	?

টিকিটের সংখ্যা ও টিকিটের দাম ☐ সম্পর্কে আছে। কারণ বেশি টিকিটের জন্য ☐ টাকা লাগবে।

ঐকিক নিয়মে সমাধান করে পাই,

4 টি টিকিটের দাম 920 টাকা

1 টি টিকিটের দাম $\frac{920}{4}$ টাকা

3 টি টিকিটের দাম $\frac{\cancel{920}^{230}}{\cancel{4}} \times 3$ টাকা = 690 টাকা

আরও 3টি টিকিট কিনতে 690টাকা লাগবে।

3 কোনো সম্পত্তির মোট পরিমাণের $\frac{9}{10}$ অংশের মূল্য 6543 টাকা হলে, ওই সম্পত্তির মোট পরিমাণের $\frac{1}{2}$ অংশের মূল্য কত দেখি।

গণিতের ভাষায় সমস্যাটি হলো,

সম্পত্তির পরিমাণ (অংশ)	মূল্য (টাকা)
$\frac{9}{10}$	6543
$\frac{1}{2}$	?

সম্পত্তির অংশ বাড়লে মূল্য ☐, তাই সম্পত্তির অংশের সঙ্গে মূল্য ☐ সম্পর্কে আছে।

∴ ঐকিক নিয়মে সমাধান করে পাই, সম্পত্তির $\frac{9}{10}$ অংশের মূল্য 6543 টাকা

1 অংশের মূল্য $\square \div \frac{\square}{\square}$ টাকা = $\square \times \frac{\square}{\square}$ টাকা

$\frac{1}{2}$ অংশের মূল্য $\square \times \frac{\square}{\square} \times \frac{\square}{\square}$ টাকা = 3635 টাকা

4 6 জন লোক 7 দিনে একটি কাজ করেন। ওই কাজ 21 দিনে শেষ করতে হলে কতজন লোক দরকার দেখি।

গণিতের ভাষায় সমস্যাটি হলো,

সময় (দিনসংখ্যা)	লোক (সংখ্যা)
7	6
21	?

দিনসংখ্যার সঙ্গে লোকসংখ্যার সম্পর্ক ☐।

একটি নির্দিষ্ট কাজের জন্য দিনসংখ্যা বাড়লে লোক ☐ লাগে।

ঐকিক নিয়মে সমাধান করে পাই, একটি কাজ 7 দিনে শেষ করে 6 জন লোক

ওই কাজ 1 দিনে শেষ করে 6 × ☐ জন লোক

সুতরাং, কাজটি 21 দিনে করে $\frac{\square \times \square}{\square}$ জন লোক

∴ ওই কাজটি 21 দিনে শেষ করতে 2 জন লোক দরকার।

নিজে করি — 1.2

1) একটি চাকা 55 বার ঘুরে 77 মিটার পথ যায়। তবে 98 মিটার পথ যেতে ওই চাকা কতবার ঘুরবে হিসাব করি।

2) দীপ্তার্ক প্রত্যেক সপ্তাহে একদিন সাঁতার শিখতে যায়। 364 দিনে সে মোট কতদিন সাঁতার শিখতে যায় হিসাব করি।

3) কবিতার 120 টি কাগজের প্রয়োজন। প্রত্যেক দিস্তায় 24 টি কাগজ আছে। কবিতা কত দিস্তা কাগজ কিনবে হিসাব করি।

4) এক ডজন ডিমের দাম 48 টাকা হলে, 32 টি ডিমের দাম কত হবে হিসাব করে দেখি।

5) প্রতিদিন 5 ঘণ্টা কাজ করলে 30 দিনে একটি কাজ শেষ করা যায়। প্রতিদিন 6 ঘণ্টা কাজ করলে কত দিনে সেই কাজ শেষ করা যাবে হিসাব করি।

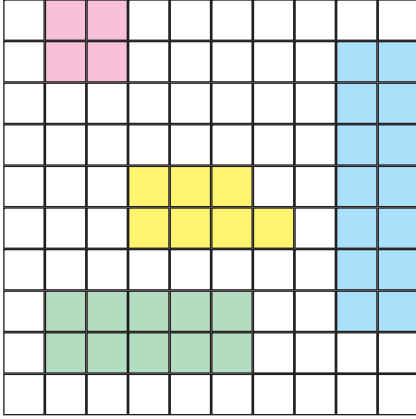
6) কোনো সম্পত্তির মোট পরিমাণের $\frac{5}{7}$ অংশের মূল্য 2825 টাকা। ওই সম্পত্তির মোট পরিমাণের $\frac{2}{7}$ অংশের মূল্য কত টাকা হিসাব করি।

7) একটি শিবিরে 48 জন সৈন্যের 7 সপ্তাহের খাবার মজুত আছে। যদি ওই দলে আরও 8 জন সৈন্য যোগ দেয়, তবে ওই পরিমাণ খাবারে কত সপ্তাহ চলবে হিসাব করি।

8) একটি জাহাজে 50 জন নাবিকের 16 দিনের খাবার মজুত আছে। 10 দিন পরে আরও 10 জন নাবিক তাদের সঙ্গে যোগ দিলেন। বাকি খাবারে সকলের আর কত দিন চলবে হিসাব করে দেখি।

9) 20 জন লোক ঠিক করল 30 দিনে তারা একটা বাড়ি সারানোর কাজ সম্পূর্ণ করবে। কিন্তু 6 দিন পরে তাদের মধ্যে 8 জন লোক অসুস্থ হয়ে পড়ল। হিসাব করে দেখি কত দিনে তারা বাড়ি সারানোর কাজ শেষ করবে।

10) 25 জন কৃষক 12 দিনে 15 বিঘা জমি চাষ করেন। তাহলে 30 জন কৃষক 16 দিনে কত বিঘা জমি চাষ করবেন হিসাব করে দেখি।

নীচের 100 টি সমান ঘরের ছক কাগজের বিভিন্ন অংশে রং করি:

লাল রং দিয়েছি, 100 ভাগের 4 ভাগ

$= \frac{4}{100}$ অংশে

= 0.04 অংশে

= শতকরা 4 বা 4 % ঘরে।

হলুদ রং দিয়েছি, 100 ভাগের □ ভাগে

$= \frac{\square}{\square}$ অংশে

= শতকরা □ বা □ % ঘরে।

সবুজ রং দিয়েছি, 100 ভাগের □ ভাগে

$= \frac{\square}{\square}$ অংশে

= শতকরা □ বা □ % ঘরে।

নীল রং দিয়েছি, 100 ভাগের □ ভাগে

$= \frac{\square}{\square}$ অংশে

= শতকরা □ বা □ % ঘরে।

ফাঁকা ঘর পূরণ করি:

ভগ্নাংশ	দশমিক ভগ্নাংশ	শতকরা
$\frac{6}{100}$	0.06	6
$\frac{26}{100}$	□	□
$\frac{15}{100}$	□	15
□	□	81
$\frac{3}{5}$	□	$\frac{3}{5} \times 100 = \square$
$\frac{7}{25}$	□	$\square = \square$
$\frac{7}{15}$	□	$\frac{7}{15} \times \square = \frac{140}{3} = 46\frac{2}{3}$
$\frac{8}{35}$	□	$\square = \square$
□	0.25	□
□	0.135	□

আজ সকাল থেকে খুব বৃষ্টি হচ্ছে। তপন ভেবেছিল স্কুলে যাবে না। কিন্তু স্কুলে না গেলে তপনের ভালো লাগে না। তাই সে ছাতা মাথায় দিয়ে কোনোরকমে স্কুলে গেল। রাস্তায় খুব জল জমেছে। অনেকে স্কুলে আসতে পারেনি। অনেকে আবার ভিজে গেছে। তাই বাড়ি চলে গেছে।

5 স্কুলে আমাদের ক্লাসে 30 জন এসেছে। আমাদের ক্লাসে মোট ছাত্রছাত্রীর সংখ্যা 60 জন। আমরা শতকরা কতজন এসেছি হিসাব করে দেখি।

60 জনের মধ্যে এসেছি 30 জন

1 জনের মধ্যে এসেছি $\frac{30}{60}$ জন

100 জনের মধ্যে এসেছি $\frac{\square}{\square} \times \square$ জন = 50 জন

∴ আজ আমাদের ক্লাসে উপস্থিতির সংখ্যা শতকরা 50 বা 50%

কিন্তু গতকাল আমাদের ক্লাসে 25% অনুপস্থিত ছিল।

হিসাব কষে দেখি গতকাল কতজন আসেনি

25% অনুপস্থিত ছিল ।

অর্থাৎ,

100 জনের মধ্যে অনুপস্থিত ছিল 25 জন

1 জনের মধ্যে অনুপস্থিত ছিল $\frac{\square}{\square}$ জন

60 জনের মধ্যে অনুপস্থিত ছিল $\frac{\square}{\square} \times \square$ জন

= 15 জন

∴ গতকাল আমাদের ক্লাসে 15 জন অনুপস্থিত ছিল।

কষে দেখি — 1.2

1. (i) 2 টাকার $12\frac{1}{2}\%$ কত পয়সা দেখি। (ii) 840 গ্রামের 30% কত গ্রাম দেখি।

   (iii) 25 টাকার 8% কত টাকা দেখি। (iv) 55 গ্রাম, 5 কিলোগ্রামের শতকরা কত দেখি।

   (v) 1·25 টাকা, 5 টাকার শতকরা কত দেখি। (vi) 16 লিটার 1000 লিটারের শতকরা কত দেখি।

2. একটি বাড়ির $\frac{1}{5}$ অংশ রং করা হয়েছে। বাড়িটির শতকরা কত রং করা বাকি আছে হিসাব করি।

3. নূরজাহানের শ্রেণিতে 30% ছাত্রী আছে। শ্রেণির মোট ছাত্রছাত্রীর সংখ্যা 60 জন। হিসাব করে দেখি নূরজাহানের শ্রেণিতে মোট কতজন ছাত্র আছে।

4. 120 কিগ্রা. মিশ্র সারে ইউরিয়া ও পটাশের পরিমাণ যথাক্রমে 60% ও 40%; ওই মিশ্র সারে কোন সার কত কিগ্রা. আছে হিসাব করে লিখি।

5. আমার স্কুলের খাতার দাম ছিল 10 টাকা। এখন সেই খাতা আমি 12 টাকায় কিনি। হিসাব করে দেখি খাতার দাম শতকরা কত বেড়েছে।

6. সুমিত্রার বাড়ি থেকে স্কুলে যেতে 4 টাকা বাসভাড়া লাগত। এখন তাকে ওই দূরত্ব যেতে 6 টাকা বাসভাড়া দিতে হয়। বাসভাড়া শতকরা কত বেড়েছে হিসাব করি।

7. চিনির দাম বাড়ার জন্য আগে 125 টাকায় যে পরিমাণ চিনি কিনতাম, এখন 150 টাকায় সেই পরিমাণ চিনি কিনি। এখন চিনির দাম শতকরা কত বেড়েছে হিসাব করে দেখি।

8. রোজিনা 1 দিনে 90 টি অঙ্ক করেছে। শেফালি ওই সময়ে 65টি অঙ্ক করেছে। ওই সময়ে রোজিনা শেফালির থেকে শতকরা কত বেশি অঙ্ক করেছে দেখি। শেফালি ওই সময়ে রোজিনার থেকে শতকরা কত কম অঙ্ক করেছে হিসাব করি।

9. সুহাস বাবু তাঁর মাসিক আয়ের $66\frac{2}{3}\%$ খরচ করেন। তিনি যদি মাসে 3250 টাকা খরচ করেন তবে তাঁর মাসিক আয় কত হবে হিসাব করে দেখি।

10. নীচের মোট ছোটো ঘরগুলির 10% ঘরে লাল রং ও 40% ঘরে হলুদ রং দিই।

সুবীর ও মাসুম আজ ঠিক করেছে যে তারা দুজনে নতুন খেলা তৈরি করবে।

সুবীর 12টি সমান বর্গক্ষেত্রাকার ঘরকাটা কাগজ তৈরি করল ও লাল রং দিল। মাসুমও একইরকম 12টি সমান বর্গক্ষেত্রাকার ঘরকাটা কাগজ তৈরি করল ও হলুদ রং দিল।

সুবীরের লাল রঙের কাগজে আমি

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

লিখলাম।

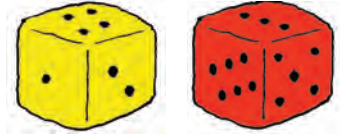
মাসুমের হলুদ রঙের কাগজে আমি

-12	-11	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1

লিখলাম।

এবার দুজনের কাগজের টুকরো দুটির মাঝে একটি নতুন সবুজ রঙের একই মাপের বর্গক্ষেত্রাকার কাগজে 0 লিখলাম।

-12	-11	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

তারা ঠিক করল, একটি ছক্কা নিয়ে প্রত্যেকে দু-বার চালবে।

প্রথমবারে যে সংখ্যা পাবে ততঘর 0-র ডানদিকে যাবে

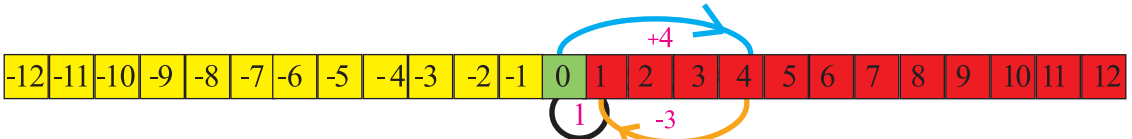
এবং দ্বিতীয়বারে যে সংখ্যা পাবে ততঘর আগের যাওয়া ঘরের বামদিকে আসবে।

সুবীর প্রথমে দু-বার ছক্কা ছুড়ে পেল 4 ও 3

তাই সে 0-র ডানদিকে 4 ঘর গেল। আবার সেখান থেকে 3 ঘর বামদিকে সরে এল। তাই পেল,

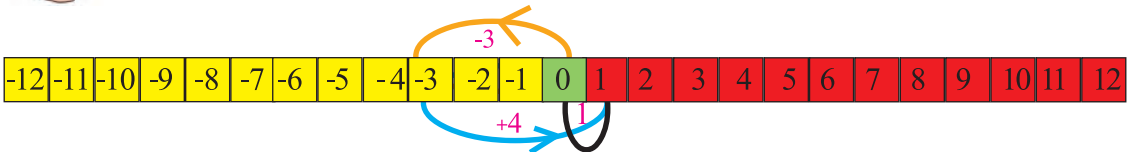
+4

-12	-11	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

1 -3

সুবীর প্রথমে দু-বার ছক্কার চাল দিয়ে আসল ① নং ঘরে। অর্থাৎ দু-বার ছক্কার চাল থেকে পেল,

$$4 + (-3) = 1$$

এবার মাসুম দু-বার ছক্কা চালল। কিন্তু মাসুমেরও প্রথমবারে 4 ও দ্বিতীয়বারে 3 পড়ল।

মাসুম বলল, আমি যদি প্রথমে 0-র বামদিকে 3 ঘর যাই, তারপরে সেখান থেকে 4 ঘর ডানদিকে আসি অর্থাৎ যদি $(-3) + (+4)$ করি কী পাই দেখি—

মাসুম এভাবে দু-বার ছক্কার চাল দিয়ে এল 1 নং ঘরে। অর্থাৎ মাসুমও দু-বার ছক্কার চাল দিয়ে পেল

$(-3) + (+4) = \square$

পেলাম, $(+4) + (-3) = (-3) + (+4)$

সংখ্যারেখায় অন্য পূর্ণসংখ্যা নিয়ে যাচাই করি—

6 $(-5) + (-3) = \square$ এবং $(-3) + (-5) = \square$

$\therefore \quad (-5) + (-3) \square (-3) + (-5)$ [=/≠ বসাই]

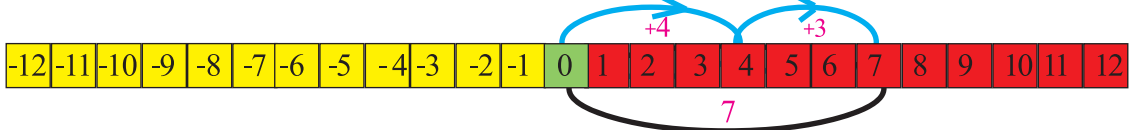
7 $(+7) + (+2) \square (+2) + (+7)$ [=/≠ বসাই]

8 এইরকম যেকোনো 4টি সম্পর্ক যাচাই করি। [নিজে করি]

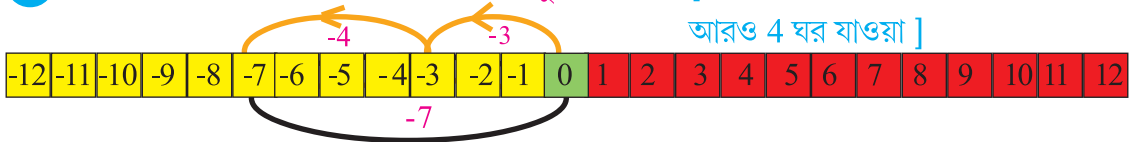
দেখছি সংখ্যারেখাতেও পূর্ণসংখ্যার যোগ বিনিময় নিয়ম মেনে চলে।

কিন্তু পূর্ণসংখ্যার বিয়োগ বিনিময় নিয়ম মেনে চলে কি? সংখ্যারেখায় বিয়োগ করে দেখি

9 সংখ্যারেখায় $(+4) - (-3)$ এর মান খুঁজি।

$(+4) - (-3) = (+4) + (+3)$ [(−3)-র বিপরীত সংখ্যা +3]

0-র ডানদিকে 4 ঘর গিয়ে সেখান থেকে আরও 3 ঘর ডানদিকে গিয়ে 7-এ এলাম।

সংখ্যারেখায় পেলাম, $(+4) - (-3) = 7$

10 আমি সংখ্যারেখায় $(-3) - (+4)$-এ মান খুঁজি। [- (+4) = - 4 অর্থাৎ '-' এর দিকে আরও 4 ঘর যাওয়া]

$-3 - (+4) = -3 + (-4)$ [(+4)-এর বিপরীত সংখ্যা - 4]

সংখ্যারেখা থেকে পাছি, $-3 - (+4) = \square$

$\therefore \quad +4 - (-3) = \square (-3) - (+4)$ [= / ≠ বসাই]

11 অন্য সংখ্যা নিয়ে যাচাই করে দেখি। [নিজে করি]

দেখছি, সংখ্যারেখায় পূর্ণসংখ্যার বিয়োগ বিনিময় নিয়ম মেনে চলে না।

12 নিজে সংখ্যারেখায় যাচাই করি ও ফাঁকা ঘরে [=/≠] বসাই:

(i) (+6) – (+ 7) ☐ (+ 7) – (+ 6) **(ii)** 0 – (– 2) ☐ (–2) – 0

(iii) (– 8) – (– 5) ☐ (– 5)—(– 8) **(iv)** (– 13) – (+ 13) ☐ (+ 13) – (– 13)

(v) (– 9) – (+ 5) ☐ (+ 5) – (– 9) **(vi)** (+ 15) + 0 ☐ 0 + (+ 15)

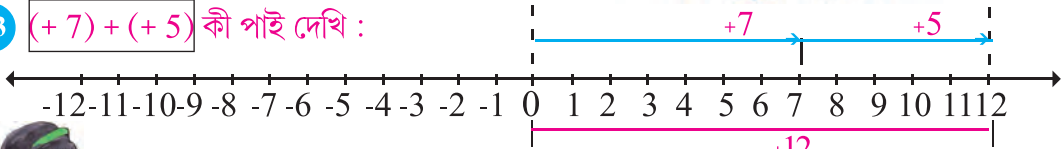
(vii) (– 7) + 0 ☐ 0 + (– 7) **(viii)** (+ 11) + (- 11) ☐ (– 11) + (+ 11)

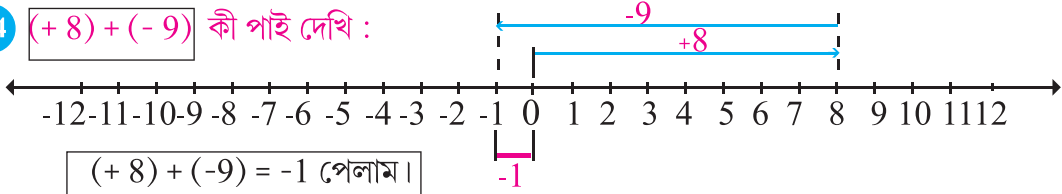
এবার আমরা সংখ্যারেখার সাহায্যে যোগ ও বিয়োগ করি।

13 (+ 7) + (+ 5) কী পাই দেখি :

+7 +5

-12 -11 -10 -9 -8 -7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12

+12

(+ 7) + (+ 5) = + 12 পেলাম

14 (+ 8) + (- 9) কী পাই দেখি :

(+ 8) + (-9) = -1 পেলাম।

15 (+6) + {(- 2) + (-3)} কী পাই দেখি— (+ 6) + {(- 2) + (- 3)} = (+ 6) + (- 5) = (+1)

16 এবার {(+6) + (-2)} + (-3) = কী পাই দেখি — {(+6) + (-2)} + (-3) = (+4) + (-3) = (+1)

দেখছি (+ 6) + {(- 2) + (-3)} = {(+6) + (- 2)} + (- 3)

∴ পূর্ণসংখ্যার যোগ সংযোগ নিয়ম মেনে চলে।

এবার দেখি পূর্ণসংখ্যার বিয়োগ সংযোগ নিয়ম মেনে চলে কিনা।

$(+6) - \{(-2) - (-3)\}$

$= (+6) - \{(-2) + (+3)\}$ [-‘3’ এর বিপরীত সংখ্যা + ‘3’]

$= (+6) - \{(+1)\}$

$= (+6) - (+1) = (+6) + (-1) = +5$

আবার, $\{(+6) - (-2)\} - (-3)$

$= \{(+6) + (+2)\} - (-3)$ [‘-2’ এর বিপরীত সংখ্যা ‘+2’]

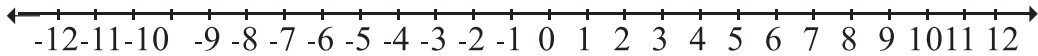
$= (+8) - (-3) = (+8) + (+3) = +11$

$\therefore (+6) - \{(-2) - (-3)\} \neq \{(+6) - (-2)\} - (-3)$

তাই, পূর্ণসংখ্যার বিয়োগ সংযোগ নিয়ম মেনে চলে না।

কষে দেখি — 1.3

1. নীচের সংখ্যারেখা থেকে মান নির্ণয় করি :

-12 -11 -10 -9 -8 -7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12

(i) $(+6) + (+3) = \square$ (ii) $(+3) + (+6) = \square$

(iii) $(+2) + (-2) = \square$ (iv) $(-4) + (+4) = \square$

(v) $(+3) + (-6) = \square$ (vi) $(+3) - (-6) = \square$

(vii) $(+6) - (-9) = \square$ (viii) $(-6) + (-3) = \square$

(ix) $(-6) + (-5) = \square$ (x) $(-4) - (-4) = \square$

2. সংখ্যারেখা এঁকে উদাহরণের সাহায্যে যোগের বিনিময় নিয়ম দেখাই।

3. সংখ্যারেখা এঁকে উদাহরণের সাহায্যে বিয়োগের বিনিময় নিয়ম মেনে চলে কিনা দেখি।

4. নিজেরা সংখ্যারেখার সাহায্যে যাচাই করি —

(i) $(+2) + \{(+3) + (+5)\} = \{(+2) + (+3)\} + (+5)$

(ii) $(-8) + \{(-2) + (+6)\} = \{(-8) + (-2)\} + (+6)$

(iii) $(+2) - \{(+3) - (-5)\} \neq \{(+2) - (+3)\} - (-5)$

(iv) $(-8) - \{(-2) - (+6)\} \neq \{(-8) - (-2)\} - (+6)$

17 আজ রবিবার। স্কুলে ছুটি। তাই মাম্পি ঠিক করেছে তার পড়ার টেবিলের উপরের চারধার রঙিন কাগজ দিয়ে মুড়ে দেবে। কিন্তু কত দৈর্ঘ্যের কাগজ কিনবে দেখি।

মাম্পি ফিতে দিয়ে মেপে দেখল

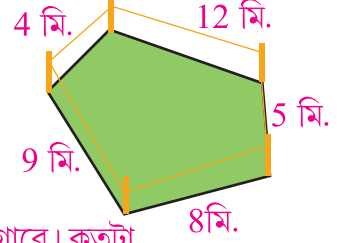
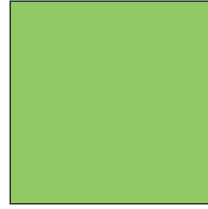
টেবিলের দৈর্ঘ্য 90 সেমি. এবং প্রস্থ 60 সেমি.

রঙিন কাগজ লাগবে $= \square \times (\square + \square)$ সেমি.

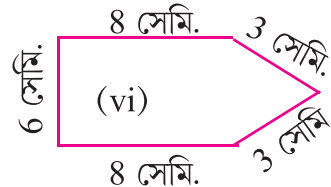
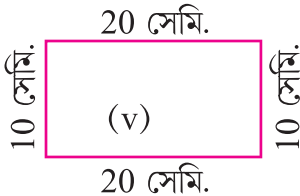
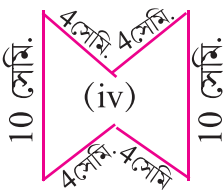
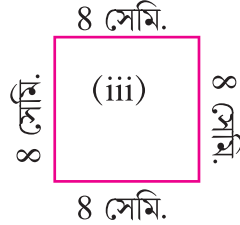
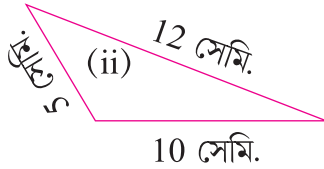
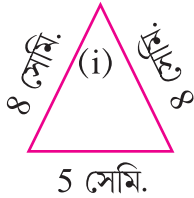
$= \square \times \square$ সেমি. = 300 সেমি.

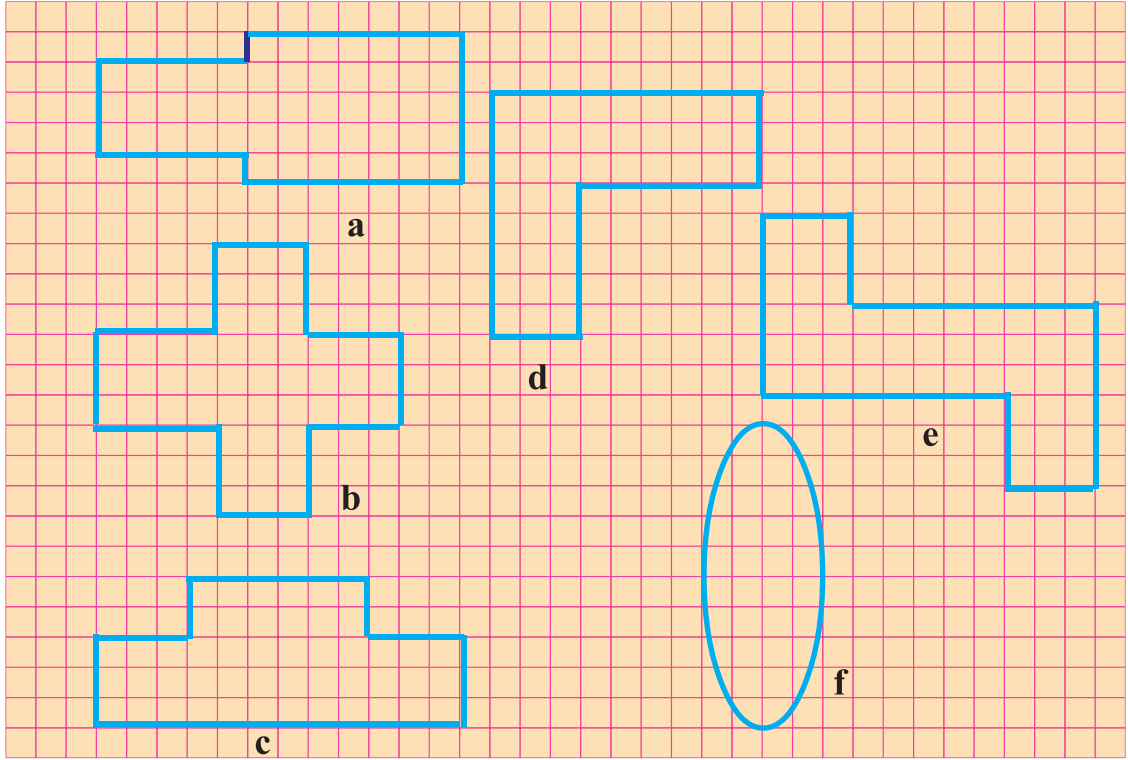
18 হাসিনাদের বাড়ির চারদিকে বেড়া দেওয়া হবে। জমির আকৃতি →

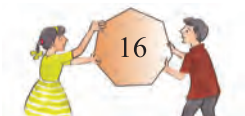
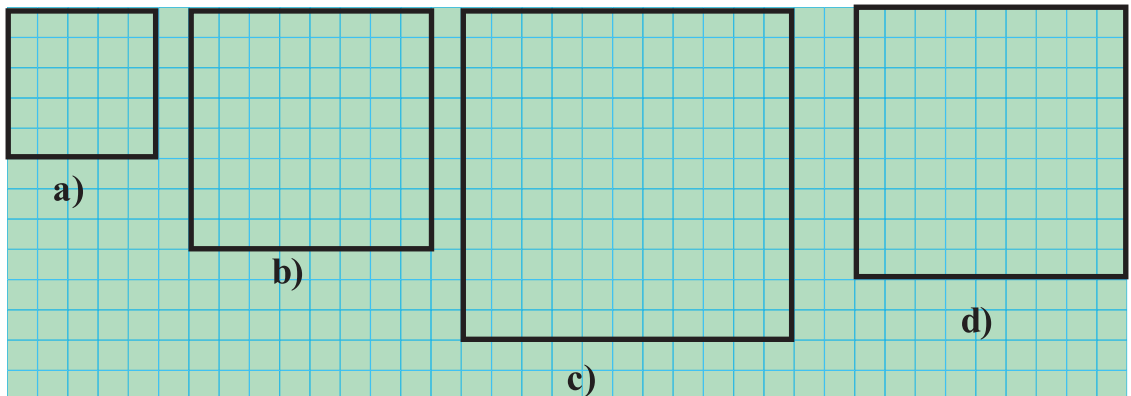
হাসিনাদের বাড়ির চারদিকে ঘিরতে (5মি.+8মি.+9মি.+4মি.+12মি.)

=38 মিটার লম্বা বেড়া লাগবে।

19 রফিকুল 121 বর্গমিটার বর্গক্ষেত্রাকার জমির একধারে ফুল গাছ লাগাবে। কতটা লম্বা জমিতে ফুলগাছ লাগাবে হিসাব করে দেখি।

∴ রফিকুল 11 মিটার লম্বা জমিতে ফুলগাছ লাগাবে।

কষে দেখি — 1.4

1. নীচের চিত্রগুলির পরিসীমা মাপি :

2. নীচের চিত্রগুলি কতটা জায়গা দখল করে আছে দেখি। [প্রতিটি ক্ষুদ্রতম বর্গঘর 1 বর্গসেমি.]

a b d e f c

3. নিজেরা ছক-কাগজ তৈরি করে 25 বর্গঘর, 40 বর্গঘর, 36 বর্গঘর ও 62 বর্গঘর দখল করে আছে এমন চিত্র আঁকি।

4. নীচের ছক-কাগজের বর্গক্ষেত্রগুলোর এক একটি বাহুর দৈর্ঘ্য মাপি এবং ক্ষেত্রফল নির্ণয় করি।
[ধরি, একটি ক্ষুদ্রতম বর্গঘর = এক বর্গসেমি.]

5. **বর্গমূল নির্ণয় করি ঃ**

(a) $5^2 \times 8^2$ (b) 4225 (c) 10609 (d) 108241 (e) 186624 (f) $(24^2 + 10^2)$

6. 3000-এর নিকটতম পূর্ণবর্গ সংখ্যা খুঁজি যা (a) 3000 থেকে বড়ো (b) 3000 থেকে ছোটো।

7. 9545 থেকে কোন ক্ষুদ্রতম ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা বিয়োগ করলে বিয়োগফল একটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা হবে হিসাব করে দেখি।

6. 5050-এর সঙ্গে কোন ক্ষুদ্রতম ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা যোগ করলে যোগফল একটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা হবে লিখি।

9. বারুইপুরের এক পেয়ারা বাগানে 1764টি পেয়ারাগাছ লাগানো হয়েছে। যতগুলি সারিতে পেয়ারাগাছ লাগানো হয়েছে প্রতি সারিতে ততগুলি পেয়ারাগাছ আছে। হিসাব করে দেখি প্রতি সারিতে কতগুলি পেয়ারাগাছ আছে।

10. হোমিওপ্যাথি ওষুধ রাখার বাক্সে 1225টি শিশি রাখার ঘর আছে। ঘরগুলি এমনভাবে সাজানো আছে যে যতগুলি সারি আছে প্রতি সারিতে ততগুলি ঘর আছে। হিসাব করে দেখি বাক্সে কতগুলি সারি আছে।

11. তিনটি ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যার প্রথম ও দ্বিতীয়টির গুণফল 24, দ্বিতীয় ও তৃতীয়ের গুণফল 48 এবং প্রথম ও তৃতীয়ের গুণফল 32; সংখ্যা তিনটি কী কী তা হিসাব করে দেখি।

12. শিবাজি সঙ্ঘের ক্লাবে যতজন সদস্য আছে প্রত্যেকে সদস্য সংখ্যার পাঁচগুণ টাকা চাঁদা দিয়েছে। মোট 515205 টাকা চাঁদা উঠেছে। হিসাব করে দেখি ক্লাবের সদস্য সংখ্যা কত।

13. দার্জিলিং-এর এক বাগানের মালিক মোট 1080টি কমলালেবু পেড়েছেন। সেই কমলালেবু কতকগুলি ঝুড়ি এনে তার প্রতিটিতে ঝুড়ির সংখ্যার সমান কমলালেবু রাখতে গিয়ে দেখেন 9টি কমলালেবু কম পড়ছে। তিনি কতগুলি ঝুড়ি এনেছিলেন হিসাব করে দেখি।

14. বকুলতলার একটি পুকুর সংস্কার করতে পঞ্চায়েত যতজন লোক নিযুক্ত করেছিলেন তারা ততদিন কাজ করে মোট 12375 টাকা পেয়েছেন। প্রত্যেকে দৈনিক যদি 55 টাকা পান, তবে কতজন লোক কাজ করেছিলেন হিসাব করে দেখি।

15. চার অঙ্কের কোন বৃহত্তম পূর্ণবর্গ সংখ্যা 12,18 ও 30 দ্বারা বিভাজ্য হিসাব করে দেখি।

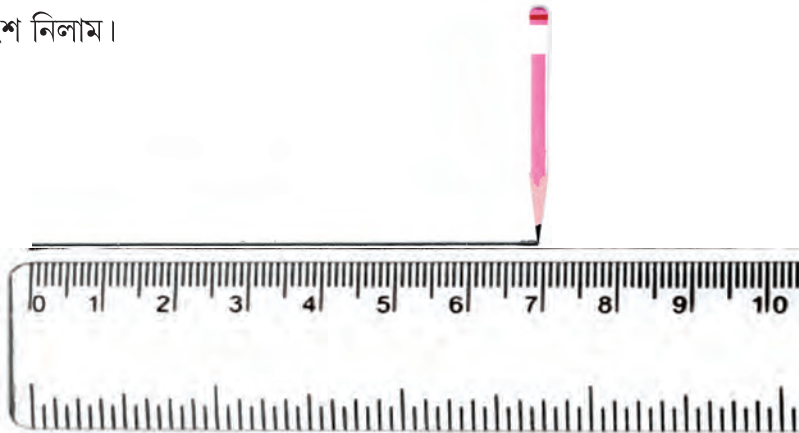
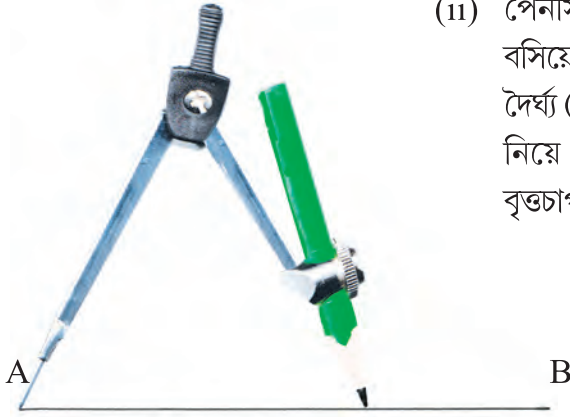
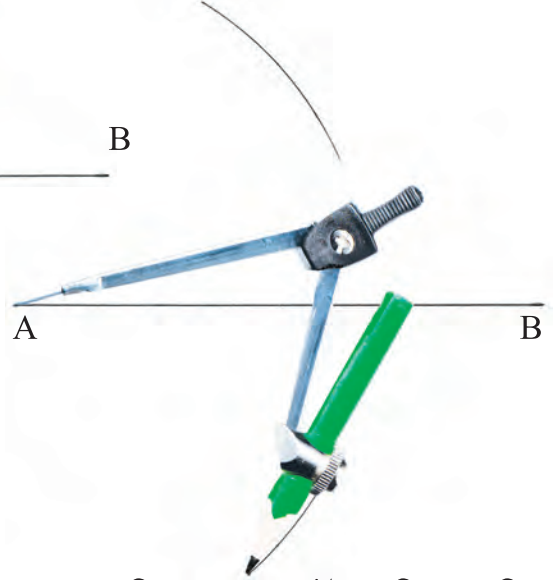
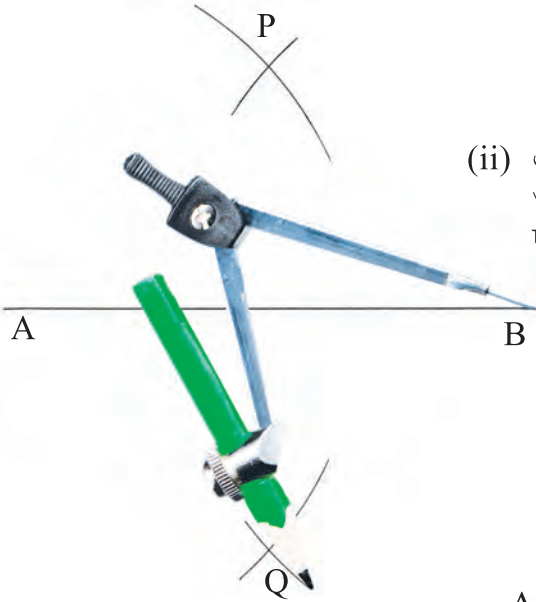
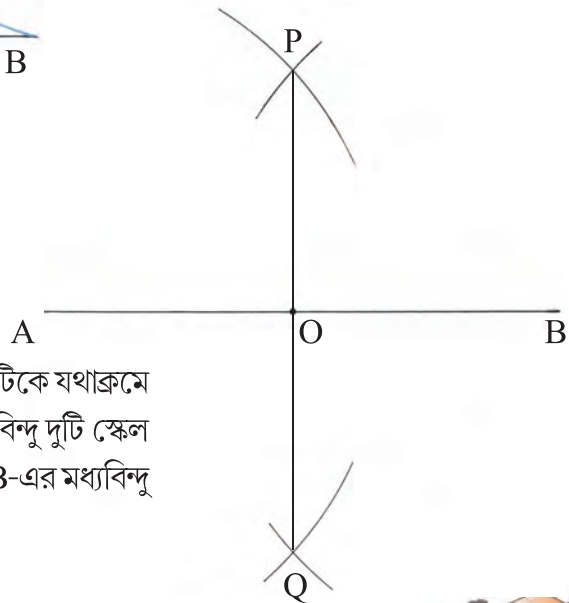
16. পাঁচ অঙ্কের কোন ক্ষুদ্রতম পূর্ণবর্গ সংখ্যা 8,15,20 ও 25 দ্বারা বিভাজ্য হিসাব করে দেখি।

সুহানা ও অর্পিতা আজ বাড়িতে দাঁড়িপাল্লা তৈরি করবে। একটা কাঠের লাঠি AB নিল। কিন্তু AB-এর মধ্যবিন্দুতে আংটা লাগাতে হবে।

AB–এর কোন বিন্দুটি মধ্যবিন্দু হবে ? কীভাবে পাব ?

স্কেলের সাহায্যে মেপে দেখল $\overline{AB}$-এর দৈর্ঘ্য 14 সেমি.। স্কেলের সাহায্যে মেপে মধ্যবিন্দু পাব 14 সেমি. ÷ 2 = 7 সেমি.-তে।

20 পেনসিল-কম্পাসের সাহায্যে কেমন করে মধ্যবিন্দু বের করব দেখি ?

(i) স্কেল ও পেনসিলের সাহায্যে একটি 7 সেমি. দৈর্ঘ্যের একটি সরলরেখাংশ নিলাম।

(ii) পেনসিল কম্পাসের কাঁটা A বিন্দুতে বসিয়ে $\overline{AB}$-এর দৈর্ঘ্যের অর্ধেকের বেশি দৈর্ঘ্য (ব্যাসার্ধ) নিলাম এবং ওই ব্যাসার্ধ নিয়ে AB-এর উপরে ও নীচে দুটি বৃত্তচাপ আঁকলাম।

(ii) একইভাবে পেনসিল কম্পাসের কাঁটা B বিন্দুতে বসিয়ে ওই একই দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধ নিয়ে AB-এর উপরে ও নীচে দুটি বৃত্তচাপ আঁকলাম।

(iii) বৃত্তচাপ দুটি আগের আঁকা বৃত্তচাপ দুটিকে যথাক্রমে P ও Q বিন্দুতে ছেদ করল। P ও Q বিন্দু দুটি স্কেল বসিয়ে পেনসিল দিয়ে যোগ করে AB-এর মধ্যবিন্দু O পেলাম।

কষে দেখি — 1.5

1. স্কেলের সাহায্যে $\overline{PQ}$ একটি সরলরেখাংশ আঁকি যার দৈর্ঘ্য 9 সেমি.। পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে $\overline{PQ}$ সরলরেখাংশকে সমদ্বিখণ্ডিত করে প্রতি অংশের দৈর্ঘ্য মাপি।

2. স্কেলের সাহায্যে 12 সেমি. দৈর্ঘ্যের সরলরেখাংশ এঁকে তাকে পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে সমান 4টি ভাগে ভাগ করি এবং প্রতি ভাগের দৈর্ঘ্য সমান হয়েছে কিনা মেপে দেখি।

3. চাঁদার সাহায্যে 72^0 কোণ আঁকি। পেনসিলকম্পাসের সাহায্যে কোণটিকে সমদ্বিখণ্ডিত করি। চাঁদার সাহায্যে মেপে দেখি কোণটি সমদ্বিখণ্ডিত হয়েছে কিনা।

4. $\overline{AB}$ সরলরেখাংশের B বিন্দুতে পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে BC লম্ব আঁকি ও পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে $\angle ABC$ -কে সমদ্বিখণ্ডিত করি।

5. $\overline{MN}$ সরলরেখাংশের বহিঃস্থ বিন্দু P থেকে $\overline{MN}$ সরলরেখাংশের উপর বা বর্ধিত $\overline{MN}$ সরলরেখাংশের উপর লম্ব অঙ্কন করি।

6. স্কেল ও পেনসিলের সাহায্যে ABC একটি যেকোনো ত্রিভুজ আঁকি। পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে ওই ত্রিভুজের তিনটি কোণের সমদ্বিখণ্ডিক আঁকি। সমদ্বিখণ্ডিক তিনটি সমবিন্দু কিনা দেখি।

7. চাঁদার সাহায্যে 80^0 ও 100^0 কোণ আঁকি এবং পেনসিল কম্পাসের সাহায্য 80^0 ও 100^0 কোণের সমান করে দুটি কোণ আঁকি। কোণদুটি কীরূপ কোণ লিখি।

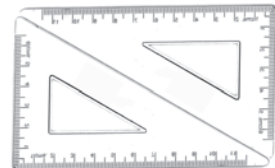
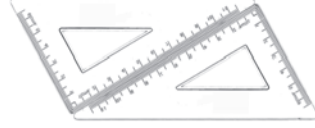
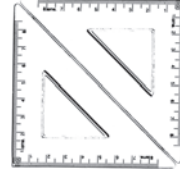
8. স্কেল ও পেনসিলের সাহায্যে ABC একটি যেকোনো ত্রিভুজ আঁকি। ত্রিভুজের তিনটি বাহুকে পেনসিলকম্পাসের সাহায্যে সমদ্বিখণ্ডিত করি। বাহুর সমদ্বিখণ্ডক তিনটি সমবিন্দু কিনা দেখি।

জ্যামিতি বাক্সে কী কী আছে দেখি।

চাঁদার সাহায্যে ☐ মাপি। স্কেলের সাহায্যে ☐ মাপি। পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে ☐ আঁকি।

দুটি সেটস্কোয়ার দিয়ে কী কী করতে পারি দেখি

একটা সেটস্কোয়ারের কোণগুলি ☐, ☐ ও ☐ ; অন্য সেটস্কোয়ারের কোণগুলি ☐, ☐ ও ☐

দুটি 30^0-60^0-90^0 সেটস্কোয়ার ছবির মতো মিলিয়ে ☐ চিত্র পেলাম।

কষে দেখি — 1.6

1. দুটি 45^0-45^0-90^0 সেটস্কোয়ারকে মিলিয়ে ☐ চিত্র তৈরি করি।

2. দুটি 30^0-60^0-90^0 সেটস্কোয়ার পাশের ছবির মতো মিলিয়ে ☐ পেলাম।

3. সেটস্কোয়ারের সাহায্যে আমরা রম্বস ও ট্রাপিজিয়াম আকারের চিত্র তৈরি করি।

4. **সত্য/মিথ্যা যাচাই করি:**

   (1) বর্গাকার চিত্রের প্রতিটি কোণ সমকোণ।

   (2) যেকোনো আয়তাকার চিত্রের প্রতিটি বাহু সমান।

   (3) রম্বসের চারটি বাহুই সমান।

   (4) যেকোনো সামান্তরিকের বিপরীত বাহুগুলি সমান।

   (5) যেকোনো ট্রাপিজিয়ামের প্রতিটি বাহু সমান।

   (6) যেকোনো আয়তাকার চিত্রের কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য সমান।

5. কারণ দেখাই:

   (1) বর্গাকার চিত্র, আয়তাকার চিত্র ও সামান্তরিক সকলেই চতুর্ভুজ।

   (2) সকল আয়তাকার চিত্রই সামান্তরিক। (3) সকল বর্গাকার চিত্রই আয়তাকার চিত্র।

   (4) সকল সামান্তরিকই ট্রাপিজিয়াম। (5)সকল রম্বসই সামান্তরিক।

6. **নীচের ছকটি পূরণ করি:**

চতুর্ভুজ	বিপরীত বাহু		সব বাহু	বিপরীত	কর্ণ দুটি	কর্ণদুটি পরস্পরকে
	সমান	সমান্তরাল	সমান	কোণ সমান	সমান	সমদ্বিখণ্ডিত করে
সামান্তরিক	✓	✓	×	✓	×	✓
আয়তাকার চিত্র						
বর্গাকার চিত্র						
রম্বস				✓	×	
ট্রাপিজিয়াম						

2. অনুপাত

আজ সুপ্রিয়া ও পার্থ ঠিক করেছে নিজেদের পেনসিলের দৈর্ঘ্য মাপবে ও তুলনা করবে।

সুপ্রিয়ার পেনসিলের দৈর্ঘ্য 12 সেমি.। আর পার্থর পেনসিলের দৈর্ঘ্য 10 সেমি.।

সুপ্রিয়ার পেনসিলের দৈর্ঘ্য পার্থর পেনসিলের দৈর্ঘ্যের থেকে ☐ সেমি. - ☐ সেমি. = 2 সেমি. বড়ো।

পার্থ বলল তার স্কুলের বেঞ্চের দৈর্ঘ্য তার পেনসিলের দৈর্ঘ্য থেকে বেশি।

এবার পার্থ ঠিক করল তার পেনসিলের দৈর্ঘ্য ও স্কুলের বেঞ্চের দৈর্ঘ্য তুলনা করবে।

সে স্কেল দিয়ে মেপে দেখল বেঞ্চের দৈর্ঘ্য 200 সেমি.

এত বড়ো ও এত ছোটো দৈর্ঘ্য কীভাবে তুলনা করি?
আমার পেনসিল দিয়ে বেঞ্চটির দৈর্ঘ্য কতবার মাপা যায় দেখি।

পার্থ ভেবে দেখল বেঞ্চটির দৈর্ঘ্যকে পেনসিলের দৈর্ঘ্য দিয়ে ভাগ করলেই তো সেটা জানা যাবে।

তাই, $\dfrac{\text{বেঞ্চটির দৈর্ঘ্য}}{\text{পার্থর পেনসিলের দৈর্ঘ্য}} = \dfrac{\square \text{ সেমি.}}{\square \text{ সেমি.}} = \dfrac{20}{1}$

দেখছি, বেঞ্চের দৈর্ঘ্য পার্থর পেনসিলের দৈর্ঘ্যের 20 গুণ।

এইভাবে ভাগের মাধ্যমে তুলনা করাকে 'অনুপাত' বলা হয় এবং অনুপাত ':' এই চিহ্ন দিয়ে প্রকাশ করা হয়। অর্থাৎ স্কুলের বেঞ্চের দৈর্ঘ্য : পার্থর পেনসিলের দৈর্ঘ্য = 200 : 10 = 20 : 1

1 সুপ্রিয়াদের শ্রেণিতে 30 জন ছেলে এবং 20 জন মেয়ে আছে। সুপ্রিয়াদের শ্রেণিতে ছেলে ও মেয়ের সংখ্যার অনুপাত কত দেখি।

সুপ্রিয়াদের শ্রেণিতে ছেলে ও মেয়ের সংখ্যার অনুপাত = 30 : 20
= 3 : 2

2 একটি টিকটিকির দৈর্ঘ্য 25 সেমি. ও একটি কুমিরের দৈর্ঘ্য 4 মিটার। ওদের দৈর্ঘ্যের অনুপাত বের করি। (নিজে করি)

মেখলারা এখন একটা ছোটো ঘর ভাড়া নিয়ে আছে। এত ছোটো ঘরে ওদের থাকতে অসুবিধে হয়। তাই ওরা ওদের জমিতে বাড়ি শুরু করেছে। মিস্ত্রিরা সিমেন্ট ও বালি মিশিয়ে মশলা তৈরি করছে। মেখলা রোজ ওদের কাজ দেখে। সে মশলা মাখা দেখে অবাক হয়ে যায়। সে দেখে প্রতিবারে মিস্ত্রিরা 1 কড়া সিমেন্টের সঙ্গে 5 কড়া বালি মেশাচ্ছে।

তোমরা কী হিসাবে মশলা তৈরি করো?

আমরা সিমেন্ট ও বালির পরিমাণ 1:5 অনুপাতে মেশাই

বুঝলাম না। যদি 2 কড়া সিমেন্ট নিয়ে মশলা করো তবে কী হবে?

তখন 10 কড়া বালি মেশাতে হবে।

এবার বুঝেছি। একইরকম মশলা তৈরি করতে হলে —

1 কড়া সিমেন্টের সঙ্গে 5 কড়া বালি মেশাতে হবে।

2 কড়া সিমেন্ট নিলে 5×2 কড়া = 10 কড়া বালি মেশাতে হবে।

আবার 3 কড়া সিমেন্ট নিলে 5×3 কড়া = 15 কড়া বালি মেশাতে হবে।

অর্থাৎ, একই রকম মশলা তৈরি করতে যতগুণ সিমেন্ট বাড়াব ততগুণ বালির পরিমাণ বাড়াতে হবে।

অর্থাৎ, $\frac{\text{সিমেন্টের পরিমাণ}}{\text{বালির পরিমাণ}}$ সর্বদা একই থাকবে।

একে আমরা সিমেন্ট ও বালির পরিমাণের অনুপাত বলব ও লিখব সিমেন্টের পরিমাণ :বালির পরিমাণ = 1:5

ওদের বাড়ির বাইরের পাঁচিলের গাঁথুনি শুরু হলো।

মিস্ত্রিরা নতুন মশলা তৈরি করল এভাবে —

মিস্ত্রিরা 1 কড়া সিমেন্টের সঙ্গে 7 কড়া বালি মেশাল।

বুঝেছি গাঁথুনির মশলা তৈরি করতে 2 কিগ্রা. সিমেন্টের সঙ্গে 7×2 কিগ্রা. = 14 কিগ্রা. বালি মেশাতে হবে।

4 কিগ্রা. সিমেন্টের সঙ্গে ☐ × ☐ কিগ্রা. = ☐ কিগ্রা. বালি মেশাতে হবে।

10 কিগ্রা. সিমেন্টের সঙ্গে ☐ × ☐ কিগ্রা. = ☐ কিগ্রা. বালি মেশাতে হবে।

মেখলার বন্ধু ফরিদ এল।

আমাদের বাড়ির পাঁচিল দেওয়ার সময়ে 2 বস্তা সিমেন্টের সঙ্গে 12 বস্তা বালি মেশানো হয়েছিল। তাহলে কী অনুপাতে মেশানো হয়েছিল?

সিমেন্টের পরিমাণ : বালির পরিমাণ = 2 : 12

= 1 : 6 (2 দিয়ে উভয় পদকে ভাগ করে পাই)

অর্থাৎ, ফরিদদের বাড়ির পাঁচিল তৈরির সময় যে মশলা ব্যবহার করা হয়েছিল তাতে সিমেন্ট ও বালির পরিমাণের অনুপাত ছিল 1:6

অনুপাতের সংখ্যাগুলিকে শূন্য ছাড়া একই সংখ্যা দিয়ে গুণ ও ভাগ করলে অনুপাতের মান একই থাকে কিনা দেখি।

3 দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের অনুপাত একই রেখে বিভিন্ন মাপের আয়তাকার চিত্র তৈরি করি —

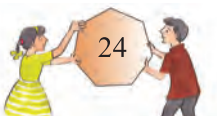
একটি আয়তক্ষেত্রাকার জমির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের অনুপাত যদি 5:3 হয়, তবে আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ কী কী হতে পারে দেখি —

5 সেমি. 3সেমি. 10সেমি. 6সেমি.

5:3 অনুপাতের 5 পূর্বপদ ও 3 উত্তর পদ।

এই অনুপাতকে ভগ্নাংশ আকারে প্রকাশ করে পাই $\frac{5}{3}$

$\therefore \frac{\text{আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য}}{\text{আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ}} = \frac{5}{3} = \frac{10}{6} = \frac{15}{9} \ldots\ldots$

অর্থাৎ ,আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 5 সেমি. হলে প্রস্থ 3 সেমি.। দৈর্ঘ্য 10 সেমি. হলে প্রস্থ ☐ সেমি.। দৈর্ঘ্য ☐ সেমি. হলে প্রস্থ 9 সেমি.। দৈর্ঘ্য ☐ সেমি. হলে প্রস্থ ☐ সেমি.।

4 একটি আয়তক্ষেত্রাকার জমির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের অনুপাত 5:2 ; দৈর্ঘ্য 20 মিটার হলে জমিটির প্রস্থ কত মিটার হিসাব করি।

$\frac{\text{জমির দৈর্ঘ্য}}{\text{জমির প্রস্থ}} = \frac{5}{2} = \frac{20}{\square}$

যেহেতু 20÷5 = 4

∴ আয়তক্ষেত্রাকার জমির প্রস্থ = 2 × 4 মিটার

= 8 মিটার

অথবা $\frac{\text{প্রস্থ}}{\text{দৈর্ঘ্য}} = \frac{2}{5} = \frac{\square}{20}$

প্রস্থ হলো দৈর্ঘ্যের $\frac{2}{5}$ অংশ

∴ প্রস্থ = $\cancel{20}^{4} \times \frac{2}{\cancel{5}}$ মিটার = 8 মিটার

5 ফরিদের বন্ধু সুহানের আয়তক্ষেত্রাকার জমির দৈর্ঘ্য 15 মিটার। সেই জমিতে বালি ফেলতে হবে 10 কিগ্রা.।

তাহলে আমরা আয়তক্ষেত্রাকার জমির দৈর্ঘ্যের সঙ্গে বালির পরিমাণের কী তুলনা করতে পারব?

তাহলে কি আমরা লিখতে পারব না, $\frac{\text{আয়তক্ষেত্রাকার জমির দৈর্ঘ্য}}{\text{বালির পরিমাণ}} = \frac{\text{15 মিটার}}{\text{10 কিগ্রা.}}$

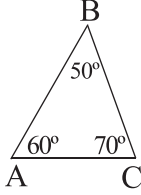
দুটিই কি একই জাতীয় রাশি?

যেহেতু দুটিই একই ধরনের (যেমন দৈর্ঘ্য বা ওজন ইত্যাদি) পরিমাপ করা হচ্ছে তাই তারা একই জাতীয় রাশি। তাই অনুপাত বলতে বুঝি সমজাতীয় রাশির তুলনা। আর যেহেতু সমজাতীয় রাশির তুলনা করতে গিয়ে ভাগ করছি, তাই ভাগ করার সময় কোনো একক থাকছে না। তাই অনুপাতে কোনো একক নেই।

6 ছাদ ঢালাই-এর সময় বালি, সিমেন্ট ও স্টোনচিপ মেশাতে, যদি 1 কড়া সিমেন্টের সঙ্গে 5 কড়া বালি ও 2 কড়া স্টোনচিপ মেশানো হয় ,তাহলে সিমেন্ট, বালি ও স্টোনচিপের পরিমাণের অনুপাত হবে ☐ : ☐ : ☐ । (নিজে করি)

7 আমার বাবার বয়স 48 বছর, মায়ের বয়স 42 বছর, দাদার বয়স 15 বছর এবং আমার বয়স 12 বছর। তাই, বাবা, মা, দাদা ও আমার বয়সের অনুপাত 48:42:15:12 অর্থাৎ ☐ : ☐ : ☐ : ☐ । (নিজে করি)

কষে দেখি — 2.1

1. 1 কিগ্রা. চালের দাম 40 টাকা ও 1 কিগ্রা. ডালের দাম 100 টাকা। চাল ও ডালের দামের অনুপাত কত হিসাব করি।

2.

   $\angle BAC : \angle ABC : \angle ACB =$ কত?

3. 1টি পেনসিলের দাম 3 টাকা ও 1টি লজেন্সের দাম 50 পয়সা। 1টি পেনসিল ও 1টি লজেন্সের দামের অনুপাত হিসাব করে লিখি।

4. একটি আধুলি , একটি এক টাকা ও একটি দু-টাকার মুদ্রার মূল্যের অনুপাত লিখি।

5. উমার বয়স 12 বছর 6 মাস, রাতুলের বয়স 12 বছর 4 মাস ও নুরজাহানের বয়স 12 বছর হলে, ওদের তিনজনের বয়সের অনুপাত কত লিখি।

6. সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের কোণগুলির অনুপাত কত লিখি।

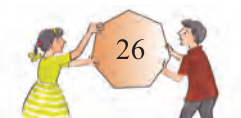
7. সমবাহু ত্রিভুজের কোণগুলির অনুপাত কত লিখি।

8. পুলকবাবু ও মানিকবাবুর বয়সের অনুপাত 7:9; মানিকবাবুর বয়স 72 বছর হলে, পুলকবাবুর বয়স হিসাব করে লিখি।

9. দুটি বইয়ের দামের অনুপাত 2:5; প্রথম বইটির দাম 32.20 টাকা হলে, দ্বিতীয় বইটির দাম হিসাব করে লিখি।

10. বৃত্তের পরিধি ও ব্যাসের অনুপাত 22:7; যে বৃত্তের ব্যাসের দৈর্ঘ্য 2 মিটার 1 ডেসিমিটার, সেই বৃত্তের পরিধি হিসাব করে লিখি।

11. আমাদের সপ্তম শ্রেণিতে 150 জনের মধ্যে 90 জন ও ষষ্ঠ শ্রেণিতে 140 জনের মধ্যে 80 জন অঙ্কন প্রতিযোগিতায় নাম দিয়েছে। অনুপাতে প্রকাশ করে দেখি কোন শ্রেণিতে প্রতিযোগী বেশি?

12. দুটি সংখ্যার অনুপাত 5:7 এবং সংখ্যাদুটির গ.সা.গু. 13 হলে সংখ্যাদুটি কী কী?

কোন শরবতে বেশি মিষ্টি দেখি

রুমেলার বাড়িতে আজ অনেক বন্ধু এসেছে। রুমেলা ঠিক করেছে আজ বন্ধুদের প্রথমে শরবত দেবে। সে নিজে শরবত তৈরি করবে। তাই সে 10 গ্লাস জলের সঙ্গে 6 গ্লাস সিরাপ মিশিয়ে শরবত তৈরি করল।

এখন শরবতে জল ও সিরাপের পরিমাণের অনুপাত 10:6 = 5:3

এখানে পূর্বপদ → ☐, উত্তরপদ → ☐ ; পূর্বপদ ☐ উত্তরপদ [> / < বসাই]

এই অনুপাতকে **গুরু অনুপাত** বলা হয়।

যদি পূর্বপদ < উত্তরপদ হয়, তখন সেই অনুপাতকে কী বলব?

সেই অনুপাতকে **লঘু অনুপাত** বলা হয়।

যদি, অনুপাতের পূর্বপদ = উত্তরপদ হয়, তবে সেই অনুপাতকে **সাম্যানুপাত** বলা হয়।

বন্ধু সুমিতের শরবতে আরও মিষ্টি দরকার। তাই রুমেলা আরও $\frac{1}{2}$ গ্লাস সিরাপ মেশাল। এবার সকলের শরবত পছন্দ হলো।

এখন 10 গ্লাস জলে মোট সিরাপের পরিমাণ $=(6+\frac{1}{2})$ গ্লাস

$=\frac{13}{2}$ গ্লাস

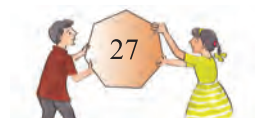
এখন নতুন শরবতে জল ও সিরাপের পরিমাণের অনুপাত $10:\frac{13}{2}$

= 20:13 (উভয়পদকে 2 দিয়ে গুণ করে, পূর্ণসংখ্যার অনুপাতে নিয়ে গেলাম।)

এখানে পূর্বপদ ☐ উত্তরপদ [</> বসাই]। তাই এই অনুপাত একটি ☐ অনুপাত।

যদি 10 গ্লাস জলে 10 গ্লাস সিরাপ মেশানো হয় তখন জল ও সিরাপের পরিমাণের অনুপাত ☐ : ☐ = 1:1 হবে।

এখানে পূর্বপদ ☐ উত্তরপদ [< / = / > বসাই]।

তাই এই অনুপাত একটি ☐ অনুপাত।

নিজে করি- 2.1

(1) একই অনুপাতে লিকার চা ও দুধ মিশিয়ে চা তৈরি করব। কত কাপ লিকার চা ও কত কাপ দুধ নেব দেখি—

চা তৈরি করব	লিকার চা দরকার	দুধ দরকার
6 কাপ	4 কাপ	2 কাপ
3 কাপ		
12 কাপ		
15 কাপ		
24 কাপ		

(i) 24 কাপ চায়ের জন্য লিকার চা ও দুধের অনুপাত কত হবে?

(ii) 15 কাপ চায়ের জন্য কত কাপ দুধ নেব?

(2) নীচের ফাঁকা ঘরগুলি পুরণ করি—

অনুপাত	লঘিষ্ঠ রূপ	পূর্বপদ	উত্তরপদ	অনুপাতের প্রকারভেদ		
				গুরু অনুপাত	লঘু অনুপাত	সাম্যানুপাত
10:16	5:8	5	8		5:8	
21:33						
36:26						
8:8						
45:10						
57:105						
15:15						
138:162						

নতুন অনুপাত তৈরি করব ও নাম জানব

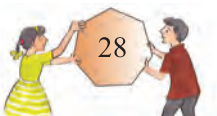
তিনটি অনুপাত নিলাম— 2:3, 4:5 ও 5:7

অনুপাত তিনটির পূর্বপদ ☐, ☐ ও ☐ এবং তিনটির উত্তরপদ ☐, ☐ ও ☐

যদি, পূর্বপদগুলি গুণ করি তবে পাই, $2\times4\times5 = 40$

এবং উত্তরপদগুলি গুণ করে পাই, $3\times5\times7 = 105$

পূর্বপদ 40 এবং উত্তরপদ 105 হলে অনুপাতটি হয়,

$$40 : 105$$
$$= 8 : 21$$

এমন করে পাওয়া অনুপাতকে **মিশ্র অনুপাত বা যৌগিক অনুপাত** বলা হয়।

অর্থাৎ দুই বা দুইয়ের বেশি অনুপাত থাকলে তাদের পূর্বপদগুলির গুণফল ও উত্তরপদগুলির গুণফলের অনুপাতকে মিশ্র অনুপাত বা যৌগিক অনুপাত বলা হয়।

$\therefore$ $\boxed{8:21}$ হলো 2:3, 4:5 ও 5:7 -এর মিশ্র অনুপাত।

2:5, 7:8 ও 3:4 অনুপাতগুলির মিশ্র অনুপাত কী হবে দেখি

$2\times7\times3 \; : \; 5\times8\times4$

$= 42:160$

$= 21:80$

নিজে করি- 2.2

মিশ্র অনুপাত নির্ণয় করি —

(1) 5:9, 8:12 ও 7:3 (2) 1.2:5, 3.5:7 ও 6:4 (3) $\frac{3}{5}:2$, $\frac{5}{6}:3$ এবং 4:5

এবার অনুপাতের স্থানবিনিময় করিয়ে কী পাই দেখি

আমার কাছে 12 টাকা 75 পয়সা আছে। আমার ভাইয়ের কাছে 9 টাকা আছে। আমার ও আমার ভাইয়ের টাকার পরিমাণের অনুপাত 1275 : 900

$= 51 : 36$

$= \boxed{17 : 12}$

$\therefore$ এটা একটা $\square$ অনুপাত,

এই অনুপাতকে ভগ্নাংশ আকারে পাই $\frac{17}{12}$,

$\frac{17}{12}$ -এর অন্যোন্যক $\frac{\square}{\square}$

$\therefore$ $\frac{12}{17}$ -কে অনুপাতে লিখে পাই $\boxed{12 : 17}$

12 : 17 অনুপাত ও 17 : 12 অনুপাত দুটির মধ্যে কী সম্পর্ক?

12 : 17 হলো 17 : 12 অনুপাতের ব্যস্ত অনুপাত।

অর্থাৎ কোনো অনুপাতের পূর্বপদ ও উত্তরপদ পরস্পর স্থানবিনিময় করলে সেই অনুপাতটি আগের অনুপাতের ব্যস্ত অনুপাত।

কষে দেখি — 2.2

1) নীচের অনুপাতগুলিকে লঘিষ্ঠ আকারে পরিণত করি ও প্রত্যেকটি অনুপাতের ব্যস্ত অনুপাত লিখি।

(a) 12 : 15 (b) 36 : 54 (c) 75 : 120 (d) 169 : 221 (e) 9xy : 12xy (f) 429 : 663

(g) 3b : 12c (h) 25xyz : 625xyz

(যেখানে a, b, x, y, z শূন্য নয়)

2) নীচের অনুপাতগুলিকে পূর্ণসংখ্যার অনুপাতে পরিণত করি ও তার ব্যস্ত অনুপাত লিখি।

(a) 2.5 : 12.5 (b) $\frac{5}{8}:\frac{7}{16}$ (c) 0.7 : 0.49 (d) $\frac{2}{5}:\frac{3}{4}$

(e) 22 : $4\frac{5}{7}$ (f) $\frac{7}{15}:\frac{3}{20}$ (g) $1\frac{2}{5}:\frac{7}{10}$ (h) 4.4 : 5.61

3) নীচের অনুপাতগুলির মিশ্র অনুপাত নির্ণয় করি এবং মিশ্র অনুপাতটি গুরু অনুপাত, লঘু অনুপাত না সাম্যানুপাত তা লিখি।

(a) 8 : 6, 3 : 6 ও 26 : 13 (b) $\frac{7}{5}:3, \frac{5}{7}:1\frac{1}{16}$ ও 3 : 16

(c) 8 : 5, 7 : 12 ও 22 : 13, (d) $\frac{2}{3}:5, \frac{7}{8}:2$

4) রীতা 100টি অঙ্কের মধ্যে 60টি সঠিক করেছে। বিনয় ওই অঙ্কের 80টির মধ্যে 50টি সঠিক করেছে। অনুপাতে প্রকাশ করে দেখি কে বেশি অঙ্ক ঠিক করেছে।

5) এবছরে মাধ্যমিক পরীক্ষায় আমাদের বিদ্যালয়ে 150জন পরীক্ষার্থীর মধ্যে 100জন গ্রেড- A পেয়ে উত্তীর্ণ হয়েছে। পাশের বিদ্যালয়ে 100 জন পরীক্ষার্থীর মধ্যে 80 জন গ্রেড- A পেয়ে উত্তীর্ণ হয়েছে। এবছর মাধ্যমিকে কোন বিদ্যালয় গ্রেড- A পেয়ে ভালো ফল করেছে তা অনুপাতে প্রকাশ করে বের করি।

6) দুটি বাড়ির দামের অনুপাত 4:3 এবং দ্বিতীয়টির দাম 4,20,000 টাকা। প্রথম বাড়িটির দাম কত হিসাব করি। প্রথম বাড়িটির দাম যদি 70,000 টাকা বেশি হতো, তবে তাদের দামের অনুপাত কত হতো দেখি।

7) একটি বাঁশ থেকে এক টুকরো বাঁশ কেটে নেওয়া হলো এবং দেখা গেল দুটি অংশের বাঁশের দৈর্ঘ্যের অনুপাত 3 : 1। নীচের সারণী থেকে টুকরো দুটির দৈর্ঘ্য কী কী হতে পারে এবং বাঁশটির দৈর্ঘ্য কী হতে পারে লিখি।

অনুপাত	প্রথম টুকরোর দৈর্ঘ্য	দ্বিতীয় টুকরোর দৈর্ঘ্য	মোট বাঁশের দৈর্ঘ্য
3 : 1	30 ডেসিমি.		
3 : 1		15 ডেসিমি.	

কত ভাগে মেশানো হলো দেখি

ধান চাষের জন্য জৈব সার তৈরি করা হচ্ছে। 18 বস্তা গোবরের সঙ্গে 4 বস্তা সবজির খোসা মেশানো হচ্ছে।

মোট (18 + 4) বস্তা = 22 বস্তা জৈব সার তৈরি করা হলো। তাই 22 বস্তা জৈব সারে 18 বস্তা গোবর আছে। অর্থাৎ 22 বস্তা জৈব সারে গোবরের পরিমাণ মোট সারের $\frac{18}{22}$ অংশ। আবার 22 বস্তা জৈব সারে সবজির খোসা আছে 4 বস্তা। অর্থাৎ 22 বস্তা জৈব সারে সবজির খোসার পরিমাণ মোট সারের $\frac{4}{22}$ অংশ

এইরকম মিশ্রণে তার উপাদানগুলির আনুপাতিক অংশ বা ভাগ নির্ণয় করাকে কী বলব?

একে **আনুপাতিক ভাগ হারে প্রকাশ** বলা হয়।

8 360 টাকা পিংকু, কাকলি ও আমিনের মধ্যে এমনভাবে ভাগ করে দিই যেন তাদের প্রাপ্ত অর্থের অনুপাত 2 : 3 : 7 হয়। কে কত টাকা পেল দেখি।

পিংকুর অর্থ : কাকলির অর্থ : আমিনের অর্থ = 2 : 3 : 7

পিংকুর প্রাপ্ত অর্থের আনুপাতিক ভাগ হার = $\frac{2}{2+3+7} = \frac{2}{12}$

কাকলির প্রাপ্ত অর্থের আনুপাতিক ভাগ হার = $\frac{3}{2+3+7} = \frac{3}{12}$

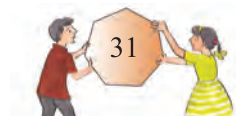
আমিনের প্রাপ্ত অর্থের আনুপাতিক ভাগ হার = $\frac{7}{2+3+7} = \frac{7}{12}$

মোট অর্থ = 360 টাকা

∴ পিংকু পায় = $\overset{30}{\cancel{360}}$ টাকা × $\frac{2}{\cancel{12}}$ = 60 টাকা

কাকলি পায় = $\overset{30}{\cancel{360}}$ টাকা × $\frac{3}{\cancel{12}}$ = 90 টাকা

আমিন পায় = $\overset{30}{\cancel{360}}$ টাকা × $\frac{7}{\cancel{12}}$ = 210 টাকা

9 সুচিত্রার ক্লাসে ছাত্র ও ছাত্রীর সংখ্যার অনুপাত 4 : 3; ক্লাসে মোট ছাত্রছাত্রীর সংখ্যা 63 জন হলে ক্লাসে কতজন ছাত্র ও কতজন ছাত্রী আছে হিসাব করি। কিছুদিন পরে আরও 3 জন ছাত্রী ভরতি হলো। এখন সুচিত্রার ক্লাসে ছাত্র ও ছাত্রীর সংখ্যার অনুপাত কত হলো হিসাব করি।

সুচিত্রার ক্লাসে ছাত্র ও ছাত্রীর সংখ্যার অনুপাত = 4 : 3

$\therefore$ ছাত্রসংখ্যার আনুপাতিক ভাগহার = $\frac{4}{4+3}$ = $\frac{4}{7}$

ছাত্রীসংখ্যার আনুপাতিক ভাগহার = $\frac{3}{4+3}$ = $\frac{3}{7}$

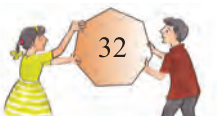
$\therefore$ 63 জনের মধ্যে ছাত্র আছে $\square$ জন × $\frac{\square}{\square}$ = $\square$ জন

এবং 63 জনের মধ্যে ছাত্রী আছে $\square$ জন × $\frac{\square}{\square}$ = $\square$ জন।

আরও 3 জন ছাত্রী এল। এখন মোট ছাত্রীসংখ্যা = ($\square$ + 3) জন = $\square$ জন

$\therefore$ 3 জন ছাত্রী ভরতি হওয়ায়, ছাত্রসংখ্যা : ছাত্রীসংখ্যা = 36 : 30 = 6 : 5

কষে দেখি — 2.3

1. গত বছরে রসকুণ্ডু গ্রামে সাক্ষর ও অক্ষর পরিচয়হীন লোকের সংখ্যার অনুপাত ছিল 4 : 1। গ্রামের মোট জনসংখ্যা 6550 জন হলে সাক্ষর ও অক্ষর পরিচয়হীন লোকের সংখ্যা কত ছিল দেখি।
2. 640 টাকা বিশু ও অপর্ণার মধ্যে 5 : 3 অনুপাতে ভাগ করে দিই। কাকে কত টাকা দেব হিসাব করি।
3. এক বিশেষ প্রকার ইস্পাতে লোহা ও কার্বনের অনুপাত 49 : 1 হলে, হিসাব করে দেখি এইপ্রকার 250 কুইন্টাল ইস্পাতে কত কুইন্টাল লোহা আছে।
4. কোনো বিদ্যালয়ে 143 জন ছাত্রীর মধ্যে শুধুমাত্র গান করতে পারা ও নাচ করতে পারা ছাত্রীসংখ্যার অনুপাত 9 : 2; যদি আরও 3 জন ছাত্রী গান করতে আসে, তবে গান করতে পারা ও নাচ করতে পারা ছাত্রীসংখ্যার অনুপাত কত হিসাব করে দেখি।
5. 240 মিলিলি. ডেটল-জলে জল ও ডেটলের আয়তনের অনুপাত 1 : 3; এর সঙ্গে আরও 60 মিলিলি. জল মেশালে জল ও ডেটলের আয়তনের অনুপাত কত হবে হিসাব করি।
6. এক ব্যক্তির মাসিক আয় 24,750 টাকা। তিনি 750 টাকা বাড়ি ভাড়া দেন এবং বাকি টাকা 3 : 1 অনুপাতে সংসার খরচ ও ছেলেমেয়েদের শিক্ষার জন্য খরচ করেন। তিনি কত টাকা সংসারে খরচ করেন দেখি।

7. বিবেকানন্দ যুব পাঠাগার কোনো এক বছর 74,350 টাকা সরকারি অনুদান পেল, 4,350 টাকা চাঁদা আদায় করল এবং পুরোনো কাগজপত্র ইত্যাদি বিক্রি করে পেল 1,300 টাকা। যদি সব টাকাই নতুন বই কিনতে, পুরোনো বই বাঁধাতে এবং পাঠাগারের কর্মচারীদের বেতন দিতে 15 : 3 : 2 অনুপাতে খরচ করা হয়, তবে হিসাব করে দেখি কত টাকার নতুন বই কেনা হয়েছিল।

8. কোনো এক ট্রেনিং সেন্টারে 1050 জন ব্যক্তি ট্রেনিং নিতে এসেছেন। তাদের তিনটি বড়ো হলঘরে $11 : 3 : 3\frac{1}{2}$ অনুপাতে বসতে দেওয়া হয়েছে। প্রতি হলঘরে কতজন বসবেন হিসাব করি।

9. 12,100 টাকা মধু, মানস, কুন্তল ও ইন্দ্রর মধ্যে 2 : 3: 4 : 2 অনুপাতে ভাগ করে দিলে কে কত টাকা পাবে হিসাব করে দেখি।

10. ABC ত্রিভুজের তিনটি কোণের সমষ্টি 180^0; $\angle BAC$, $\angle ABC$ ও $\angle ACB$-এর অনুপাত 3 : 5 : 10; যদি $\angle BAC$-এর মান 10^0 কম এবং $\angle ABC$-এর মান 10^0 বেশি হয়, কোণ তিনটির অনুপাত কত হবে হিসাব করি।

11. 9,000 টাকা তিন বন্ধুর মধ্যে এমনভাবে ভাগ করে দিই যেন প্রথম বন্ধু যা পায়, দ্বিতীয় বন্ধু তার দ্বিগুণ পায় এবং তৃতীয় বন্ধু প্রথম দুই বন্ধুর প্রাপ্য মোট টাকার অর্ধেক পায়। কে কত টাকা পায় হিসাব করি।

(প্রথম বন্ধু 1 টাকা পেলে, দ্বিতীয় বন্ধু পায় 2 টাকা, তৃতীয় বন্ধু পাবে $\frac{1+2}{2}$ টাকা = $\frac{3}{2}$ টাকা

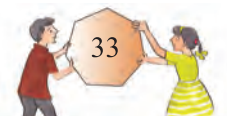
$\therefore$ প্রথম বন্ধুর প্রাপ্য টাকা : দ্বিতীয় বন্ধুর প্রাপ্য টাকা : তৃতীয় বন্ধুর প্রাপ্য টাকা

$= 1 : 2 : \frac{3}{2}$

$= 2 : 4 : 3$

12. আমাদের গ্রামের রাস্তা তৈরির জন্য পরপর চার বছরের খরচের অনুপাত যদি 2:4:3:2 হয় এবং ওই চার বছরে যদি 132 লক্ষ টাকা খরচ হয়, তবে হিসাব করে দেখি দ্বিতীয় বছরে কত টাকা খরচ হয়েছে। প্রথম ও তৃতীয় বছরে মোট কত টাকা খরচ হয়েছে হিসাব করি।

13. বিনয়বাবু তাঁর অবসর গ্রহণের সময়ে এককালীন 1, 96, 150 টাকা পেলেন। তিনি 20,000 টাকা বিদ্যালয়ের গ্রন্থাগারে দান করলেন এবং বাকি টাকা তিনি তাঁর স্ত্রী, পুত্র ও কন্যার মধ্যে 5 : 4 : 4 অনুপাতে ভাগ করে দিলেন। হিসাব করে দেখি তিনি কাকে কত টাকা দিলেন।

14. আমিনুরচাচা তাঁর 35 কাঠা জমিতে 4:3 অনুপাতে বেগুন ও পটল চাষ করেছেন। প্রতি কাঠায় বেগুন থেকে 150 টাকা ও প্রতি কাঠায় পটল থেকে 125 টাকা লাভ করলেন। আমিনুরচাচার মোট জমি থেকে বেগুন ও পটল চাষ করে লাভের পরিমাণের অনুপাত হিসাব করি।

3. সমানুপাত

সোফির কাছে 24 টি কুল আছে। মানুর কাছে 18 টি জাম আছে। সোফি 4 টি কুল মানুকে দিল। কিন্তু মানু 3 টি জাম সোফিকে দিল।

আমি বেশি সংখ্যক কুল দিলাম, কিন্তু কম সংখ্যক জাম পেলাম। আমরা কীভাবে ভাগ করলাম দেখি।

সোফির মোট কুলের সংখ্যা : দেওয়া কুলের সংখ্যা = 24 : 4
= 6 : 1

মানুর মোট জামের সংখ্যা : দেওয়া জামের সংখ্যা = □ : □
= 6 : 1

এবার বুঝলাম উভয়ক্ষেত্রের অনুপাত একই।

আজ মানু 4 টি পেন কিনল 28 টাকায়। সোফি 12 টি পেন কিনল। কিন্তু সোফিকে 84 টাকা দিতে হলো। কার পেনের দাম বেশি হিসাব করি

গণিতের ভাষায় লিখি,

পেনের সংখ্যা (টি)	পেনের দাম (টাকা)
4	28
12	84

আমাদের পেনের সংখ্যার অনুপাত = 4 : 12
= □ : □

অর্থাৎ মানুর পেনের সংখ্যা : সোফির পেনের সংখ্যা = 1 : 3

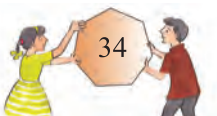
কিন্তু মানুর পেনের দাম : সোফির পেনের দাম = 28 : 84
= □ : □

দুটি অনুপাতই □ অর্থাৎ দুজনের পেনের দাম সমান।

যেহেতু 4 : 12 ও 28 : 84 সমান। তাই 4,12,28 ও 84 □ আছে।

লিখব 4 : 12 : : 28 : 84

যেহেতু 4, 12, 28, 84 সমানুপাতে আছে তাই এর পদগুলি যেমন 4, 12, 28, 84 সমানুপাতী পদ।

এখানে 4 হলো □ পদ, 12 □ পদ, 28 □ পদ ও 84 □ পদ।

4 ও 84 -এর অন্য নাম আছে।

4 ও 84 -কে এই সমানুপাতের ☐ পদ বলা হয় এবং 12 ও 28 -কে ☐ পদ বলে

4 : 12 :: 28 : 84 -এই সমানুপাতের চারটি পদের

প্রথম পদ × ☐ পদ = দ্বিতীয় পদ × ☐ পদ

1 আজ আমার বাবা সকালবেলা 5 কিগ্রা. চাল 255 টাকায় কিনে এনেছেন। কিন্তু আমার কাকা 410 টাকায় 10 কিগ্রা. চাল কিনেছেন। দুজনে একই দামের চাল কিনেছেন কিনা হিসাব করে দেখি।

বাবার কেনা চালের পরিমাণ : কাকার কেনা চালের পরিমাণ = 5 : 10 = ☐ : ☐

বাবার কেনা চালের দাম : কাকার কেনা চালের দাম = 255 : 410 = 51 : 82

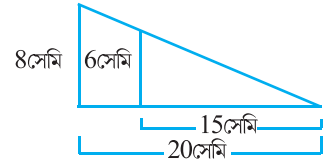
দেখছি অনুপাত দুটি সমান নয় অর্থাৎ পদ চারটি সমানুপাতে নেই। তাই বাবা ও কাকার কেনা চালের দাম আলাদা।

2 6 সেমি. ও 8 সেমি. লম্বা দুটি লাঠির ছায়ার দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 15 সেমি. ও 20 সেমি.। লাঠির দৈর্ঘ্যের সাথে ছায়ার দৈর্ঘ্যের অনুপাত সমান কিনা দেখি।

দুটি লাঠির দৈর্ঘ্যের অনুপাত = 6 : 8

= 3 : 4

লাঠি দুটির ছায়ার দৈর্ঘ্যের অনুপাত = 15 : 20

= 3 : 4

∴ দুটি অনুপাত সমান অর্থাৎ লাঠির দৈর্ঘ্য ও তার ছায়ার দৈর্ঘ্য ☐ আছে।

নিজে করি-3.1

1) নীচের অনুপাতগুলি সমান কিনা দেখি ও চারটি সংখ্যা সমানুপাতী কিনা লিখি:

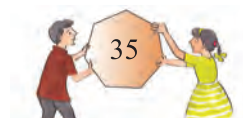
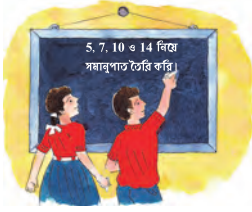
(a) 7 : 2 এবং 28 : 8, (b) 9 : 7 এবং 18 : 14, (c) 1.5 : 3 এবং 4.5 : 9,

(d) 7 : 3 এবং 5 : 2, (e) 3ab : 4aq এবং 6b : 8q, (f) 5.2 : 6.5 এবং 4 : 5,

(g) 3y : 7y এবং 12p : 28p, (h) 5pq : 7pr এবং 15s : 21q [যেখানে a, q, y, p, r শূন্য নয়]

2) একটি আয়তাকার চিত্রের দৈর্ঘ্য 10 সেমি. এবং প্রস্থ 6 সেমি.। চিত্রটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ 2 সেমি. বাড়ানো হলো। আয়তাকার চিত্রটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ একই অনুপাত থাকবে কিনা দেখি।

3) পরাণবাবু 500 গ্রাম চিনি 17.50 টাকায় কিনলেন এবং দীপেনবাবু 2 কিগ্রা. চিনি 70 টাকায় কিনলেন। চিনির পরিমাণ ও দাম সমানুপাতে আছে কিনা দেখি।

4) ফাঁকা ঘর পূরণ করি: (i) 5 : 7 :: 25 : ☐ (ii) 6 : 7 :: ☐ : 35 (iii) 21 : 28 :: 3 : ☐ (iv) 9 : 24 :: ☐ : 8

চারটি সংখ্যা সমানুপাতে আছে কিনা দেখি

5, 7, 10 ও 14 নিয়ে সমানুপাত তৈরি করি।

3 5, 7, 10 ও14 সমানুপাতে আছে কিনা দেখি—

10 : 14 = 5 : 7

∴ 5 : 7 :: 10 : 14

এখানে প্রান্তপদদ্বয়ের গুণফল = $5 \times 14 = 70$
মধ্যপদদ্বয়ের গুণফল = $7 \times 10 = 70$
∴ প্রান্তপদদ্বয়ের গুণফল = মধ্যপদদ্বয়ের গুণফল।

সুতরাং সংখ্যা চারটি সমানুপাতে আছে।

4 5 , 10 , 7 ও 14 সমানুপাতে আছে কিনা দেখি—

5 : 10 = 1 : 2
7 : 14 = 1 : 2
∴ 5 :10 :: 7 : 14

এখানে প্রান্তপদদ্বয়ের গুণফল = $5 \times 14 = \square$
মধ্যপদদ্বয়ের গুণফল = $10 \times 7 = \square$
∴ প্রান্তপদদ্বয়ের গুণফল $\square$ মধ্যপদদ্বয়ের গুণফল।

সুতরাং সংখ্যা চারটি সমানুপাতে আছে।

5 7, 5 ,14 ও 10 সমানুপাতে আছে কিনা দেখি—

7 : 5 = 14 : 10
∴ 7 :5 :: 14 : 10
∴ 7, 5, 14 ও 10 সমানুপাতে আছে।

এখানে প্রান্তপদদ্বয়ের গুণফল = $7 \times 10 = 70$
মধ্যপদদ্বয়ের গুণফল = $5 \times 14 = 70$
∴ প্রান্তপদদ্বয়ের গুণফল = মধ্যপদদ্বয়ের গুণফল।

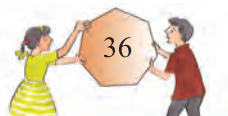
6 10, 5, 14 ও 7 সমানুপাতে আছে কিনা দেখি—

10: 5 = 2 : 1, 14: 7= 2 : 1, ∴ 10: 5 = 14 : 7, ∴ 10 :5 :: 14 : 7

∴ চারটি সংখ্যা সমানুপাতে থাকবে, যদি প্রান্তপদদ্বয়ের গুণফল = মধ্যপদদ্বয়ের গুণফল হয়।
অর্থাৎ প্রথম পদ × চতুর্থ পদ = দ্বিতীয় পদ × তৃতীয় পদ

চারটি সংখ্যা সমানুপাতে থাকলে চারটি আলাদা সমানুপাত তৈরি করতে পারলাম।
যেমন: (i) 5 : 7 :: 10 : 14 (ii) 5 :10:: 7 : 14
(iii) 7 : 5 :: 14 : 10 (iv) 10 :5 :: 14 : 7

নিজে করি-3.2

1) নিজেরা যাচাই করি, 7 , 5 , 14 ও 10 সমানুপাতে আছে কিনা।
2) নিজেরা যাচাই করি, 10 , 5 , 14 ও 7 সমানুপাতে আছে কিনা।
3) নিজেরা যাচাই করি, 14 , 5 , 10 ও 7 সমানুপাতে আছে কিনা।

সংখ্যা দিয়ে সমানুপাত তৈরি করি

6 **2, 3, 4 ও 6 দিয়ে নানারকম সমানুপাত তৈরি করি**

সংখ্যাগুলি	প্রান্তপদদ্বয়	মধ্যপদদ্বয়	প্রান্তপদদ্বয়ের গুণফল =মধ্যপদদ্বয়ের গুণফল	সমানুপাত	ভগ্নাংশ আকারে পাই
2, 3, 4, 6	2, 6	3, 4	$2 \times 6 = 3 \times 4$	2:3 :: 4: 6	$\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$
3, 2, 6, 4	3, 4	2, 6	$3 \times 4 = 2 \times 6$	3:2 :: 6:4	$\frac{3}{2} = \frac{6}{4}$
2, 4, 3, 6	2, 6	4, 3,	$2 \times 6 = 4 \times 3$	2:4 :: 3:6	$\frac{2}{4} = \frac{3}{6}$
4, 2, 6, 3	4, 3	2, 6	$4 \times 3 = 2 \times 6$	4:2 :: 6:3	$\frac{4}{2} = \frac{6}{3}$

7 উপরের মতো ছক করে **5, 15, 10 ও 30 দিয়ে নানারকম সমানুপাত তৈরি করি [নিজে করি]**

5, 15, 10, 30					

8 **7, 8, 14 ও 16 দিয়ে নানারকম সমানুপাত তৈরি করি [নিজে করি]**

7, 14, 8, 16					

9 **9, 11, 27 ও 33 দিয়ে নানারকম সমানুপাত তৈরি করি [নিজে করি]**

9, 11, 27, 33					

অন্যভাবে দেখি, চারটি বীজগাণিতিক সংখ্যা সমানুপাতী হলে তাদের মধ্যে কী সম্পর্ক পাই

i) a, b, c ও d - এই চারটি অনির্দিষ্ট বীজগাণিতিক সংখ্যা (যাদের মান শূন্য নয়) সমানুপাতী হলে a:b :: c:d হয় অর্থাৎ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

দুদিকে $b \times d$ গুণ করে পাই, ad = bc হবে।

অর্থাৎ প্রথমপদ × চতুর্থপদ = দ্বিতীয়পদ × তৃতীয়পদ

ii) ad = bc

বা $\frac{\cancel{a}d}{\cancel{a}b} = \frac{\cancel{b}c}{a\cancel{b}}$ [উভয়পক্ষে ab দ্বারা ভাগ করে]

বা d:b :: c:a

$\therefore$ c:a :: d:b

iii) $ad = bc$

বা $\frac{\cancel{a}d}{\cancel{a}c} = \frac{b\cancel{c}}{a\cancel{c}}$ [উভয়পক্ষে ac দ্বারা ভাগ করে]

বা $d:c :: b:a$

$\therefore\ b:a :: d:c$

iv) $ad = bc$

বা $\frac{a\cancel{d}}{c\cancel{d}} = \frac{b\cancel{c}}{\cancel{c}d}$ [উভয়পক্ষে cd দ্বারা ভাগ করে]

$\therefore\ a:c :: b:d$

$\therefore$ প্রান্তীয়পদদুটির গুণফল = মধ্যপদদ্বয়ের গুণফল হলেই সংখ্যা চারটি সমানুপাতী হবে এবং চারটি আলাদা সমানুপাত তৈরি করতে পারব।

যদি a, b, c, d চারটি অনির্দিষ্ট বীজগাণিতিক সমানুপাতী সংখ্যার (যাদের মান শূণ্য নয়) মধ্যপদদ্বয় সমান হয়, অর্থাৎ $b = c$ হয়, তবে কী পাব দেখি।

$\therefore$ $\boxed{a : b :: b : d}$ হবে, অর্থাৎ, $\frac{a}{b} = \frac{b}{d}$

অথবা, $\boxed{ad = b^2}$ হবে [উভয়দিকে $b \times d$ গুণ করে পাই]

আবার, প্রান্তীয় পদদ্বয় স্থানবিনিময় করলে পাব, $d : b = b : a$ অর্থাৎ, $\frac{d}{b} = \frac{b}{a}$

অথবা, $ad = b^2$ হবে [উভয়দিকে $b \times a$ গুণ করে পাই]

এই ধরনের অনুপাতকে কী বলব ?

এই ধরনের অনুপাতকে **ক্রমিক সমানুপাত** বলা হয়

10 3, 6 ও 12 — ক্রমিক সমানুপাতে আছে বলতে কী বুঝি দেখি।

$\boxed{3 : 6 :: 6 : 12}$

এখানে প্রথম পদ 3, দ্বিতীয় পদ 6 ও তৃতীয় পদ 12

তাই ক্রমিক সমানুপাতে পেলাম, প্রথম পদ : দ্বিতীয় পদ = দ্বিতীয় পদ : তৃতীয় পদ

যেমন, 3টি কলমের দাম 30 টাকা হলে 30টি কলমের দাম 300 টাকা।

কলমের সংখ্যার অনুপাত 3 : 30 বা 1 : 10

কলমের দামের অনুপাত 30 : 300 বা 1 : 10

সুতরাং, 3 : 30 :: 30 : 300

অর্থাৎ, 3, 30, 300 ক্রমিক সমানুপাতী।

a, b ও c তিনটি অনির্দিষ্ট বীজগাণিতিক সংখ্যা (যাদের মান শূন্য নয়) ক্রমিক সমানুপাতী হলে তিনটি সংখ্যার মধ্যে কী সম্পর্ক পাব দেখি —

a, b ও c ক্রমিক সমানুপাতে আছে।

$\therefore \quad a : b = b : c$

$\therefore \quad a \times c = b \times b$

$\therefore \quad \boxed{ac = b^2}$

পেলাম, প্রথমপদ × তৃতীয় পদ = মধ্যপদের বর্গ বা $(\text{মধ্যপদ})^2$

11 2, 4 ও 8 ক্রমিক সমানুপাতে আছে কিনা দেখি —

$2 \times 8 = 16 = (4)^2$

অর্থাৎ, প্রথম পদ × তৃতীয় পদ = $(\text{মধ্যপদ})^2$

∴ 2, 4, 8 ক্রমিক সমানুপাতে আছে।

অন্যভাবে,
$2 : 4 = 1 : 2$
$4 : 8 = 1 : 2$
$\therefore \quad 2 : 4 :: 4 : 8$
∴ 2, 4, 8 ক্রমিক সমানুপাতে আছে

12 2, 6 ও 12 ক্রমিক সমানুপাতী কিনা দেখি —

$2 \times 12 = \square$

$6 \times 6 = \square$

যেহেতু প্রথম পদ × তৃতীয় পদ $\neq \square^2$

∴ 2, 6 ও 12 ক্রমিক সমানুপাতে নেই।

অন্যভাবে,
$2 : 6 = \square : \square$
$6 : 12 = \square : \square$
$\therefore \quad 2 : 6 \neq 6 : 12$
∴ 2, 6, 12 ক্রমিক সমানুপাতে নেই

নিজে করি-3.3

নীচের সংখ্যাগুলি ক্রমিক সমানুপাতে আছে কিনা দেখি এবং সমানুপাতটি লিখি

(i) 5, 10, 20 (ii) 8, 4, 2 (iii) 7, 14, 28 (iv) 81, 9, 18 (v) 4, 6, 12 (vi) 4, 10, 25

সমানুপাতে থাকা সংখ্যাগুলির মধ্যে না থাকা একটি সংখ্যা খুঁজি

13 চারটি সমানুপাতী সংখ্যার তিনটি পদ দেওয়া থাকলে চতুর্থ পদটি জানার চেষ্টা করি

প্রথম পদ 3, দ্বিতীয় পদ 6, তৃতীয় পদ 7 হলে চতুর্থ পদটি জানার চেষ্টা করি।

3 : 6 :: 7 : চতুর্থ পদ

$\therefore \quad \frac{3}{6} = \frac{7}{\square}$

লিখতে পারি, $\frac{3}{6} = \frac{1}{2} = \frac{7}{\square}$

∴ চতুর্থ পদ = 14

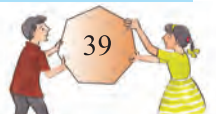
অন্যভাবে,

প্রথম পদ × চতুর্থ পদ = দ্বিতীয় পদ × তৃতীয় পদ

∴ প্রথম পদ × চতুর্থ পদ = $6 \times 7 = 42$

আমরা জানি দুটি সংখ্যার গুণফল 42, একটি সংখ্যা 3 হলে, অপর সংখ্যা = $42 \div 3 = \frac{\cancel{42}^{14}}{\cancel{3}} = 14$

∴ চতুর্থ পদ = 14

$$\boxed{\text{চতুর্থ পদ} = \frac{\text{দ্বিতীয় পদ} \times \text{তৃতীয় পদ}}{\text{প্রথম পদ}}}$$

14 □ , 8, 30, 20 - সংখ্যা চারটি যদি সমানুপাতে থাকে, প্রথম পদ কী হবে হিসাব করি।

প্রথম পদ : 8 :: 30 : 20

$$\frac{\text{প্রথমপদ}}{8} = \frac{30}{20} = \frac{3}{2}$$

$$\therefore \frac{\square}{8} = \frac{3}{2}$$

$\therefore$ প্রথমপদ = 12

অন্যভাবে,
প্রথম পদ × চতুর্থ পদ = দ্বিতীয় পদ × তৃতীয় পদ
$\therefore$ প্রথম পদ × চতুর্থ পদ = 8 × 30 = 240
চতুর্থ পদ = 20
$\therefore$ প্রথম পদ = $\frac{240}{20}$ = 12

$$\text{প্রথম পদ} = \frac{\text{দ্বিতীয় পদ} \times \text{তৃতীয় পদ}}{\text{চতুর্থ পদ}}$$

15 যদি কোনো সমানুপাতে তৃতীয় পদ না থাকে অর্থাৎ 5:8 :: ✱ : 64 হয়, তাহলে এই সমানুপাতে ✱ (না থাকা সংখ্যা) পদটি অর্থাৎ তৃতীয় পদটি কী হবে হিসাব করে লেখার চেষ্টা করি।

5 : 8 :: ✱ : 64

লিখতে পারি, $\frac{5}{8} = \frac{\square}{64}$

$\therefore$ ভগ্নাংশের সমতুল্যতা থেকে পাই,
তৃতীয় পদ (✱) = 40

অন্যভাবে,
প্রথম পদ × চতুর্থ পদ = দ্বিতীয় পদ × তৃতীয় পদ
$\therefore$ দ্বিতীয় পদ × তৃতীয় পদ = প্রথম পদ × চতুর্থ পদ
8 × তৃতীয় পদ = 5 × 64
$\therefore$ তৃতীয় পদ = $\frac{5 \times 64}{8}$ = 40

$$\text{তৃতীয় পদ} = \frac{\text{প্রথম পদ} \times \text{চতুর্থ পদ}}{\text{দ্বিতীয় পদ}}$$

এবার সমানুপাতের অন্য তিনটি পদের মান থেকে দ্বিতীয় পদের মান কীভাবে পাব দেখি।

16 16 : ✱ :: 12 : 3 হয়, তাহলে এই সমানুপাতে ✱(না থাকা সংখ্যা) পদটি অর্থাৎ দ্বিতীয়পদ খুঁজি।

16 : ✱ :: 12 : 3 ভগ্নাংশে পাই, $\frac{16}{✱} = \frac{12}{3}$

তাই, $\frac{16}{\square} = \frac{12}{3} = \frac{4}{1}$

ভগ্নাংশের সমতুল্যতা থেকে পাচ্ছি, দ্বিতীয় পদ = 4

অন্যভাবে,
দ্বিতীয় পদ × তৃতীয় পদ = প্রথম পদ × চতুর্থ পদ
দ্বিতীয় পদ × তৃতীয় পদ = 16 × 3
তাই, দ্বিতীয় পদ = $\frac{16 \times 3}{12}$ = 4

$$\text{দ্বিতীয় পদ} = \frac{\text{প্রথম পদ} \times \text{চতুর্থ পদ}}{\text{তৃতীয় পদ}}$$

আমাদের সংখ্যা নিয়ে মজার খেলায় মুসকান একটা মজার জিনিস করল।
আমি মাত্র দুটি সংখ্যা দেবো। অন্য সংখ্যা খুঁজে ক্রমিক সমানুপাতি তৈরি করার চেষ্টা করি।

17 তিনটি ক্রমিক সমানুপাতী সংখ্যার প্রথম পদ 9, দ্বিতীয় পদ 6 হলে তৃতীয় পদ কী হবে দেখি।

9, 6 ও তৃতীয় পদ ক্রমিক সমানুপাতে আছে $\therefore$ 9 : 6 :: 6 : তৃতীয় পদ

প্রান্তীয়পদ দুটির গুণফল = মধ্যপদ দুটির গুণফল
$\therefore$ 9 × তৃতীয় পদ = 6 × 6
সুতরাং, তৃতীয় পদ = $\frac{6 \times 6}{9}$ = 4

এবার 8, ✸, 18 ক্রমিক সমানুপাতে আছে।

✸ (না থাকা সংখ্যা) ধনাত্মক পদটি অর্থাৎ মধ্যপদটি খোঁজার চেষ্টা করি

যেহেতু 8, ✸ ও 18 ক্রমিক সমানুপাতে আছে, তাই $(\text{মধ্যপদের})^2 = 8 \times 18 = 2\times2\times2\times2\times3\times3$

∴ মধ্যপদ $= \sqrt{2\times2\times2\times2\times3\times3} = 2\times2\times3 = 12$

∴ মধ্যপদটি হলো $\boxed{12}$

12 কে 8 ও 18-র **মধ্যসমানুপাতী** বলা হয়।

নিজে করি—3.4

ক্রমিকসমানুপাতী সংখ্যা তিনটি	সমানুপাতে প্রকাশ	ভগ্নাংশ আকারে প্রকাশ	✸ (সংখ্যা না থাকা) ধনাত্মকপদ
5, 10, ✸	5 : 10 :: 10 : ✸	$\frac{5}{10} = \frac{10}{✸}$	$\frac{10\times10}{5} = \square$
8, ✸, 4.5	8 : ✸ :: ✸ : 4.5	$\frac{8}{✸} = \frac{✸}{4.5}$	$\sqrt{8\times4.5} = \sqrt{36} = \square$
✸, 8, 16		$\frac{✸}{8} = \frac{8}{16}$	$\frac{8\times8}{16} = \square$
25, ✸, 81			
$\frac{2}{3}, \frac{4}{9}$, ✸			
$\frac{2}{7}$, ✸, $\frac{16}{21}$			
9, 12, ✸			
1.5, ✸, 13.5			

সমানুপাতে বিভিন্ন রকম সম্পর্ক খুঁজি।

18 6 কিগ্রা. ডালের দাম 240 টাকা। 30 কিগ্রা. ডাল 1,200 টাকায় পাওয়া যাবে।

ডালের পরিমাণ ও দামের মধ্যে সম্পর্ক খুঁজি।

ডালের পরিমাণ বাড়লে দামও $\square$।

আবার ডালের পরিমাণ কমলে দামও $\square$।

ডালের পরিমাণের অনুপাত 6 : 30 = 1 : 5

ডালের দামের অনুপাত 240 : 1200 = 1 : 5

ডালের পরিমাণ ও দাম দুটি রাশির একমুখী বৃদ্ধি বা হ্রাসে (অর্থাৎ পরিমাণ বাড়লে দাম বাড়ে বা পরিমাণ কমলে দাম কমে) যে সমানুপাত তৈরি হয়েছে সেটি **সরল সমানুপাত**। অর্থাৎ ডালের পরিমাণ ও ডালের দাম **সরল সমানুপাতে** আছে।

19 15 মিটার ছিট কাপড়ে 5টি ফ্রক তৈরি হলে 2টি ফ্রক তৈরি করতে কত মিটার কাপড় লাগবে হিসাব করি।

গণিতের ভাষায় সমস্যাটি হলো —

ফ্রকের সংখ্যা (টি)	কাপড়ের পরিমাণ (মিটার)
5	15
2	✸

ফ্রকের সংখ্যা বাড়লে কাপড়ের পরিমাণ ☐ । আবার ফ্রকের সংখ্যা কমলে কাপড়ের পরিমাণ ☐।

ফ্রকের সংখ্যার সঙ্গে কাপড়ের পরিমাণ সরল সমানুপাতে আছে।

∴ 5 : 2 :: 15 : ✸

সুতরাং, 5 × চতুর্থ পদ = 2 × 15

চতুর্থ পদ = $\frac{2 \times \cancel{15}^{3}}{\cancel{5}}$ = 6 ∴ 2টি ফ্রক তৈরি করতে 6 মিটার কাপড় দরকার।

নিজে করি—3.5

1) সুমিত 2টি খাতা 14 টাকায় কিনেছে। 7টি খাতা সে কত টাকায় কিনবে হিসাব করি।
2) একটি জিপগাড়ি 320 কিমি. দূরত্ব যায় 8 ঘণ্টায়। সমবেগে চললে ওই জিপগাড়িটি 120 কিমি. দূরত্ব কত ঘণ্টায় যাবে হিসাব করি।
3) 6 কিগ্রা. স্টেনসেল স্টিল তৈরি করতে 720 গ্রাম ক্রোমিয়াম লাগে। হিসাব করে দেখি 11 কিগ্রা. স্টেনলেস স্টিল তৈরি করতে কত কিগ্রা. ক্রোমিয়াম লাগবে।
4) 10 লিটার শরবতে 3 লিটার সিরাপ আছে। হিসাব করে দেখি এরকম 5 লিটার শরবত তৈরি করতে কত লিটার সিরাপ লাগবে।
5) আমি নিজে একটি সরল সমানুপাতের বাস্তব সমস্যা তৈরি করি ও সমাধান করি।

সমানুপাতে অন্যরকম সম্পর্ক খুঁজি :

আজ আমরা 4 বন্ধু মিলে সারাদিনে আমাদের শ্রেণিকক্ষ রঙিন কাগজ দিয়ে সাজাব। আমাদের এই কাজ শেষ করতে 6 ঘণ্টা সময় লাগবে। আরও 2 জন বন্ধু আমাদের সঙ্গে এই কাজে যোগ দিল। এখন এই কাজ শেষ করতে আমাদের 6 ঘণ্টার ☐ (কম/বেশি) সময় লাগবে।

কারণ নির্দিষ্ট কাজ শেষ করতে কাজের লোক বাড়ালে সময় কম লাগে। আবার কাজের লোক কমলে সময় ☐ লাগে। এখন ওই কাজ শেষ করতে 4 ঘণ্টা সময় লাগল।

গণিতের ভাষায় সমস্যাটি

লোকসংখ্যা (জন)	সময় (ঘণ্টা)
4	6
4 + 2 = 6	4

তাই দেখছি লোকসংখ্যার অনুপাত 4 : 6 এবং সময়ের অনুপাত 6 : 4। এই দুটি অনুপাত পরস্পর ব্যস্ত অনুপাত। তাই ওই দুটি অনুপাত নিয়ে সমানুপাত তৈরি করতে হলে একটি অনুপাত ও অপরটির ব্যস্ত অনুপাত নিতে হবে।

একরম পরস্পর সম্পর্কযুক্ত দুটি রাশির একটির অনুপাত যদি অপরটির ব্যস্ত অনুপাতের সঙ্গে সমান হয়, তবে তারা ব্যস্ত সমানুপাত গঠন করে। অর্থাৎ লোকসংখ্যা ও সময়ের পরিমাণ ব্যস্ত সমানুপাতে আছে।

একটি বাড়ি রং করতে 22 জন শ্রমিকের 10 দিন সময় লাগে। কিন্তু 11 জন শ্রমিক ওই বাড়ি কতদিনে রং করবে হিসাব করি।

গণিতের ভাষায় সমস্যাটি,

শ্রমিকসংখ্যা (জন)	প্রয়োজনীয় সময় (দিন)
22	10
11	?

বাড়িটি রং করতে শ্রমিকের সংখ্যা কম হলে, সময় ☐ লাগবে। শ্রমিকের সংখ্যা ও দিনসংখ্যা ব্যস্ত সমানুপাতে আছে।

সমানুপাতে, প্রথম সম্পর্কের ব্যস্ত অনুপাত নিয়ে পাই

$$11 : 22 = 10 : ?$$

প্রান্তীয় পদদ্বয়ের গুণফল = মধ্যপদদ্বয়ের গুণফল

তাই, 11 × চতুর্থ পদ = 22 × 10

চতুর্থ পদ = $\frac{\overset{2}{\cancel{22}} \times 10}{\cancel{11}} = 20$

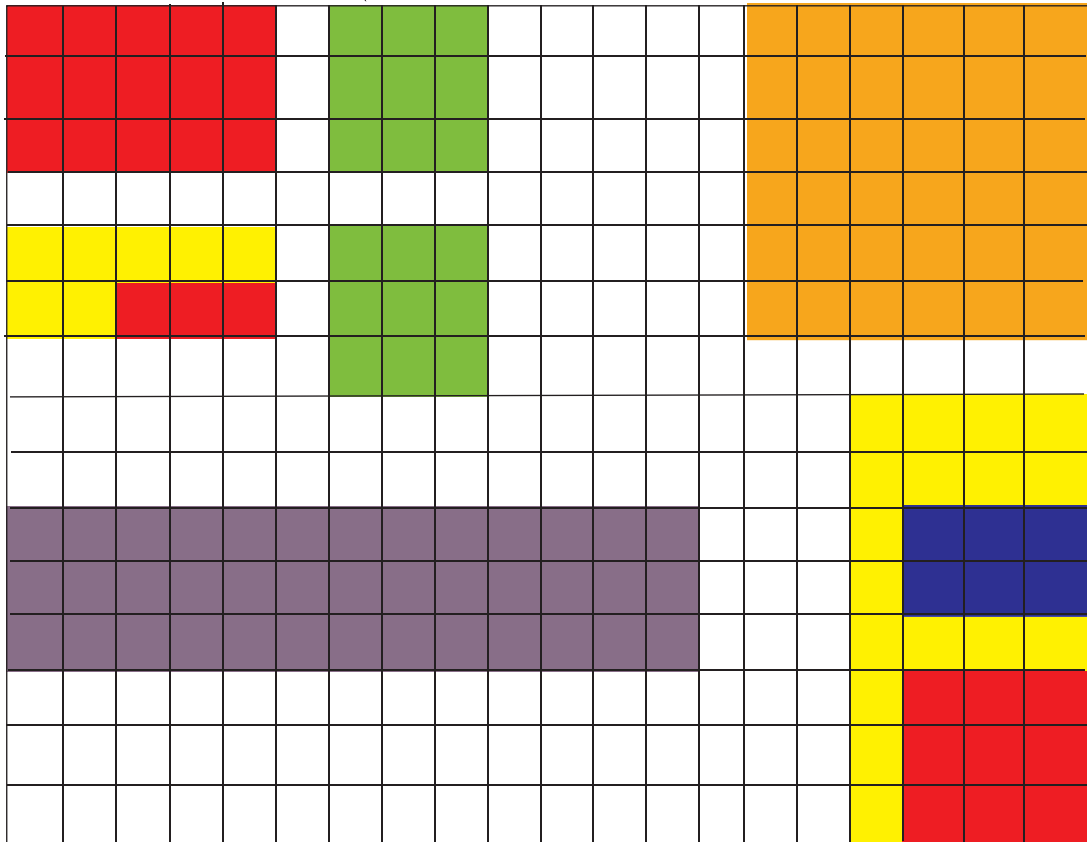
∴ 11 জন শ্রমিকের 20 দিন সময় লাগবে।

কষে দেখি—3

1. ছক পূরণ করি—

চারটি সংখ্যা	সমানুপাতী	সমানুপাতী নয়
8, 10, 16, 20	8, 10, 16, 20	
25, 30, 12, 15		25, 30, 12, 15
5, 7, 25, 35		
4, 10, 30, 18		
5, 10, 16, 20		
9, 15, 18, 30		

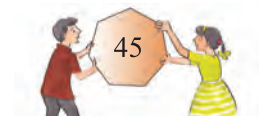
2. 8 জন লোক একটি কাজ 15 দিনে করতে পারে। হিসাব করে দেখি 10 জন লোক ওই কাজটি কত দিনে করতে পারবে।
3. কিছু পরিমাণ খাদ্যে 12 জন লোকের 20 দিন চলে। হিসাব করে লিখি ওই খাদ্যে 40 জন লোকের কতদিন চলবে।
4. অরুণবাবু তাঁর কৃষিজমিতে 16 টি লাঙল দিয়ে 10 দিনে সব জমি চাষ করিয়েছেন। ওই সব জমি 8 দিনে চাষ করতে চাইলে, কতগুলি লাঙল দরকার হিসাব করে লিখি।

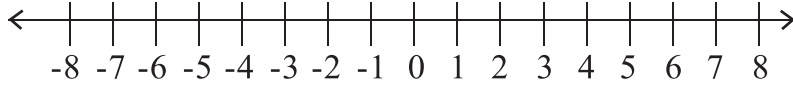
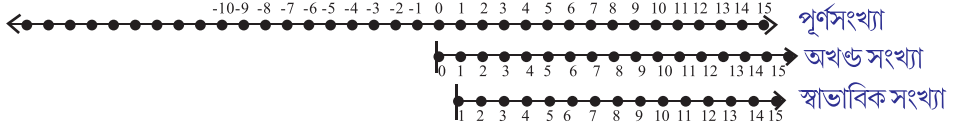
5. একটি বন্যাত্রাণ শিবিরে 4,000 জনের 190 দিনের খাবার মজুত আছে। 30 দিন পর 800 জন অন্যত্র চলে গেলেন। যারা রয়ে গেলেন অবশিষ্ট খাদ্যে তাঁদের আর কতদিন চলবে হিসাব করি।
6. 3টি ছাতা বা 1টি চেয়ারের দাম 600 টাকা। 2টি ছাতা ও 2টি চেয়ারের দাম কত হিসাব করে দেখি।
7. আমার শ্রেণিতে আজকে আমাদের উপস্থিত ও অনুপস্থিতির অনুপাত নির্ণয় করি। আজ ষষ্ঠ শ্রেণিরও উপস্থিত ও অনুপস্থিতির অনুপাত বের করি। দুটি অনুপাত সমান কিনা দেখি। চারটি সংখ্যা সমানুপাতে আছে কিনা দেখি
8. বিভিন্ন রঙের ঘরের সংখ্যা গুনি ও নীচের প্রশ্নের উত্তর দিই :

(a) লাল ও নীল রঙের ঘরের সংখ্যার অনুপাত কত? **(b)** বাদামি ও বেগুনি রঙের ঘরের সংখ্যার অনুপাত কত? **(c)** লাল ও সবুজ রঙের ঘরের সংখ্যার অনুপাত কত? **(d)** বাদামি ও হলুদ রঙের ঘরের সংখ্যার অনুপাত কত? **(e)** কোন চারটি রঙের ঘরের সংখ্যা সমানুপাতে আছে?

9. দুটি শরবতে সিরাপ ও জলের অনুপাত 2 : 5 ও 6 : 10; কোনটি বেশি মিষ্টি দেখি।
10. জল জমে বরফ হলে আয়তন 10 % বাড়ে। কিছু পরিমাণ জল ও তা থেকে বরফের আয়তনের অনুপাত কত লিখি।
11. আমার বয়স 12 বছর ও আমার বাবার বয়স 42 বছর। দু'জনের বয়সের অনুপাত কত দেখি।

12. প্রিতমের গল্পের বই ও পড়ার বইয়ের সংখ্যার অনুপাত 2 : 5; প্রিতমের গল্পের বই 4টি হলে পড়ার বই কতগুলি আছে হিসাব করি।

13. মালা গাঁথার জন্য জবা ও গাঁদা ফুল মিলিয়ে মোট 105টি ফুল তোলা হয়েছে। জবা ও গাঁদা ফুলের সংখ্যার অনুপাত 3 : 4; কতগুলি জবা ফুল ও কতগুলি গাঁদা ফুল আছে হিসাব করি। আর কতগুলি জবা ফুল দিলে দু-রকম ফুলের সংখ্যার অনুপাতটি সমান হবে দেখি?

14. নীচের ঘরে ইচ্ছামতো পাঁচ ধরনের রং করি। পাঁচ ধরনের রং থেকে দু-ধরনের রঙের ঘর সংখ্যার অনুপাত লিখি। ওই অনুপাতগুলির কোনগুলি গুরু অনুপাত, কোনগুলি লঘু অনুপাত ও কোনগুলি সাম্যানুপাত লিখি। ওই অনুপাত থেকে যদি চার ধরনের রং করা ঘরের সংখ্যা সমানুপাতে থাকে তাহলে তা লিখি।

4. পূর্ণসংখ্যার যোগ, বিয়োগ, গুণ ও ভাগ

সংখ্যারেখায় স্বাভাবিক সংখ্যা, পূর্ণসংখ্যা ও অখণ্ড সংখ্যার মধ্যে সম্পর্ক খুঁজি :

1 ঠিক আগের ও পরের পূর্ণসংখ্যা লিখি :

ঠিক আগের পূর্ণসংখ্যা	মাঝের পূর্ণসংখ্যা	ঠিক পরের পূর্ণসংখ্যা
4	5	6
	1	
	0	
	-3	
	-6	
	-16	

নিজে করি -4.1

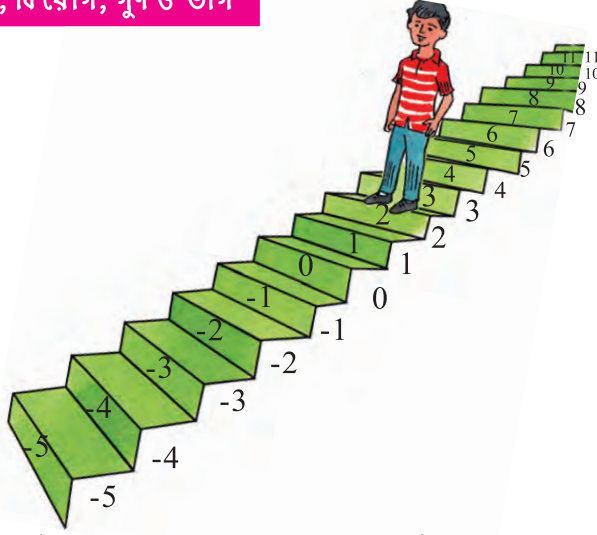
(i) সংখ্যারেখায় দুটি ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা যোগ করতে হলে প্রথম সংখ্যার স্থান থেকে আরও ☐ দিকে যেতে হয়।

(ii) সংখ্যারেখায় দুটি ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা যোগ করতে হলে প্রথম সংখ্যার স্থান থেকে আরও ☐ দিকে যেতে হয়।

(iii) সংখ্যারেখায় দুটি ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা বিয়োগ করতে হলে প্রথম সংখ্যার স্থান থেকে ☐ দিকে যেতে হয়।

(iv) সংখ্যারেখায় দুটি ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা বিয়োগ করতে হলে প্রথম সংখ্যার স্থান থেকে ☐ দিকে যেতে হয়।

2 নীচের ছক পূরণ করি :

পূর্ণসংখ্যা	বিপরীত পূর্ণসংখ্যা
5	-5
2	☐
-6	☐
6	☐
11	☐

আজ ছোটু ও মানাই ঠিক করেছে, ওরা দুজনে সিঁড়িতে ওঠা নামা করে বিভিন্ন সংখ্যার মজা তৈরি করবে। প্রথমে ছোটু উঠবে ও মানাই হিসাব করবে। সংখ্যা গোনার আগে তারা সিঁড়ির গায়ে সংখ্যা লিখে দিল।

ছোটু 0 দাগের সিঁড়িতে দাঁড়িয়ে ছিল।

ছোটু প্রথমে 2 ধাপ উপরে উঠল। $0 + (+2) = +2$

ছোটু এখন +2 নম্বর সিঁড়িতে আছে। 2 স্বাভাবিক সংখ্যা বা ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা বা অখণ্ড সংখ্যা।

এবার ছোটু 3 ধাপ নীচে নেমে এল। ছোটু (–3) ধাপ উঠল।

ছোটু এখন ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা নম্বরের সিঁড়িতে দাঁড়িয়ে আছে।

$(+2) + (-3) = -1$ ছোটু –1 নম্বর সিঁড়িতে এল।

ছোটু এখন আর কত ঘর গেলে – 5 নম্বর সিঁড়িতে পৌঁছোবে দেখি।

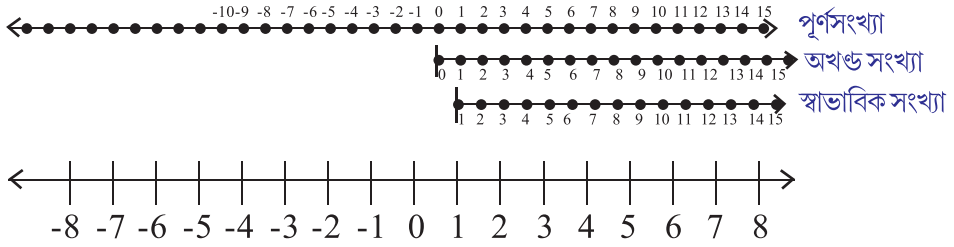
$(-5) - (-1) = -5 + 1 = -4$

ছোটু -4 ঘর উঠবে অর্থাৎ 4 ঘর নামবে।

এবার ☐ ঘর উঠলে ছোটু আবার 0 দাগের সিঁড়িতে আসবে।

3 **ছোটুর ওঠানামা নীচের ছকে পূরণ করি —**

প্রক্রিয়া	শুরু	+(+2)	+(-3)	-(+4)	☐	+(-6)	☐	☐	-(-12)	☐
উত্তর	0	+2	-1	-5	0	☐	-12	-8	☐	☐
উত্তর সংখ্যার প্রকৃতি	পূর্ণসংখ্যা	স্বাভাবিক সংখ্যা বা পূর্ণ সংখ্যা বা অখণ্ড সংখ্যা	ঋনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা	ঋনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা						

স্বাভাবিক সংখ্যা, পূর্ণসংখ্যা ও অখণ্ড সংখ্যার মধ্যে সম্পর্ক পেলাম —

4 এবার আমরা নিজেরা মানাই-এর সিঁড়িতে ওঠানামার ছক পূরণ করি —

প্রক্রিয়া	শুরু	+(-5)	+(-3)	+(+3)	+(+7)	-(-4)	+(-13)	-(+5)	☐	-(+7)
উত্তর	+3	☐	☐	(-2)	(+5)	+9	☐	-9	0	☐
উত্তর সংখ্যার প্রকৃতি	স্বাভাবিক সংখ্যা বা পূর্ণ সংখ্যা বা অখণ্ড									

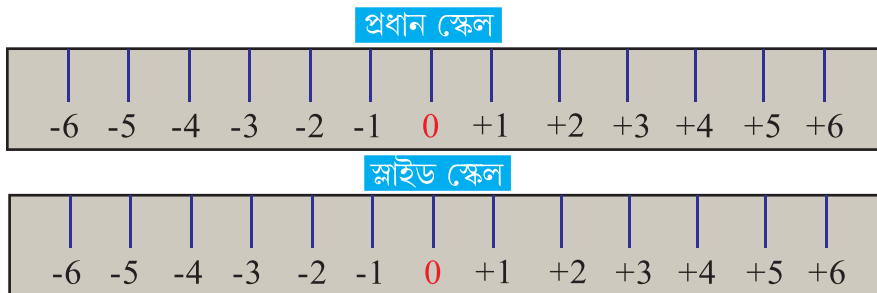
মানাই-এর ছক থেকে নিচের ঘরে (≠ বা =) চিহ্ন বসাই —

(+3) + (-5) ☐ (-5) + (+3)
(+4) - (-4) ☐ (-4) - (+4)

∴ পূর্ণসংখ্যার যোগ বিনিময় নিয়ম মেনে চলে কিন্তু পূর্ণসংখ্যার বিয়োগ ☐ নিয়ম মেনে চলে না।

∴ a ও b যেকোনো দুটি পূর্ণসংখ্যা হলে $a + b = b + a$ কিন্তু $a - b \neq b - a$

হাতেকলমে

পিচবোর্ডের স্কেল তৈরি করি ও সংখ্যারেখায় যোগ বিয়োগ করি —

পিচবোর্ড ও সাদা আর্ট পেপার দিয়ে উপরের মতো দুটি স্কেল তৈরি করলাম।

প্রথম স্কেলের নাম দিলাম **প্রধান স্কেল**। দ্বিতীয় স্কেলের নাম দিলাম **স্লাইড স্কেল**।

5 **দুটি স্কেলের সাহায্যে (i) (+2) + (+3), (ii) (-1) + (-2), (iii) - 2 - (- 4) নির্ণয় করি।**

(i) প্রধান স্কেলের (+2)-এ স্লাইড স্কেলের 0 দাগ মিলিয়ে দেখব স্লাইড স্কেলের (+3) প্রধান স্কেলের যে দাগের সঙ্গে মিশে যাবে সেই দাগের মানই (+2) + (+3)-এর মান নির্দেশ করবে।

দুটি স্কেল থেকে পাচ্ছি, (+2) + (+3) = +5

(ii) আগের মতো প্রধান স্কেলের (-1) -এ স্লাইড স্কেলের 0 দাগ মিলিয়ে স্লাইড স্কেলের (-2) দাগ প্রধান স্কেলের যে দাগের সঙ্গে মিলে যাবে সেই দাগের মানই (-1) + (-2) -এর মান নির্দেশ করবে।

দুটি স্কেল থেকে পাচ্ছি, (-1) + (-2) = (-3)

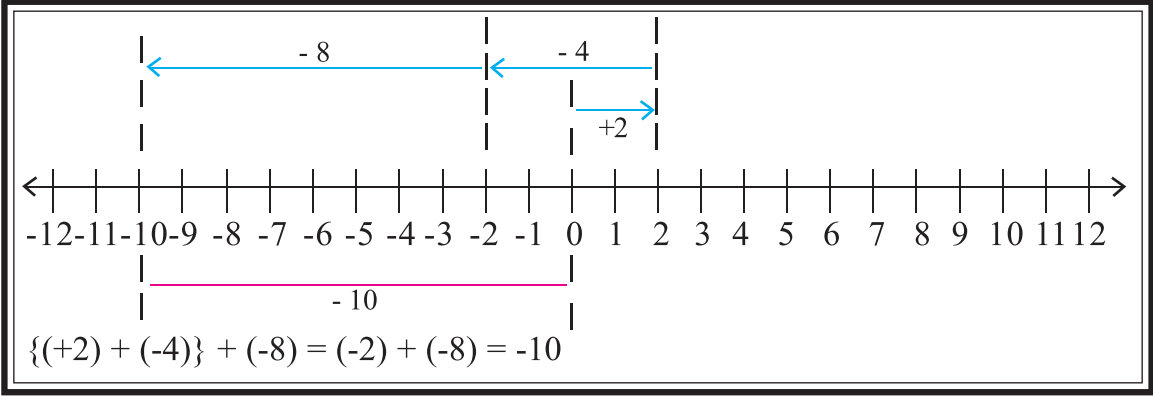
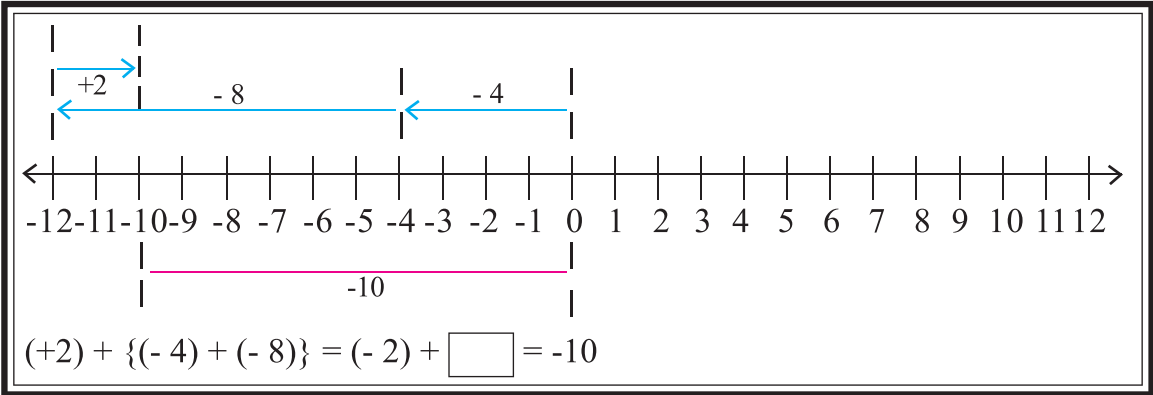
(iii) - 4-এর বিপরীত + 4 অর্থাৎ - (- 4) = + 4

∴ দুটি স্কেল থেকে পাচ্ছি, - 2 - (- 4) = (-2) + (+4) = ☐

হাতেকলমে দুটি পিচবোর্ডের স্কেলের সাহায্যে মান নির্ণয় করি।

(i) (+ 4) + (+8) **(ii)** (-9) + (+6) **(iii)** (-6) + (-2) **(iv)** (+8) - (-2) **(v)** (-8) - (- 2)

6 এবার সংখ্যারেখায় যেকোনো তিনটি পূর্ণসংখ্যার যোগ করে তাদের সাধারণ নিয়ম খুঁজি:

সংখ্যারেখার সাহায্যে $\{(+2) + (-4)\} + (-8)$-এর মান নির্ণয় করি।

কিন্তু যদি এমন হয় $(+2) + \{(-4) + (-8)\}$ তবে কী পাই দেখি,

পেলাম, $\{(+2) + (-4)\} + (-8) = (+2) + \{(-4) + (-8)\}$

সংখ্যারেখা তৈরি করে মান খুঁজি :

$\{(-6) + (-2)\} + (+8) =$ ☐

$(-6) + \{(-2) + (+8)\} =$ ☐

নিজে অন্য তিনটি পূর্ণসংখ্যা নিয়ে যোগের সংযোগ নিয়ম যাচাই করি। (নিজে করি)

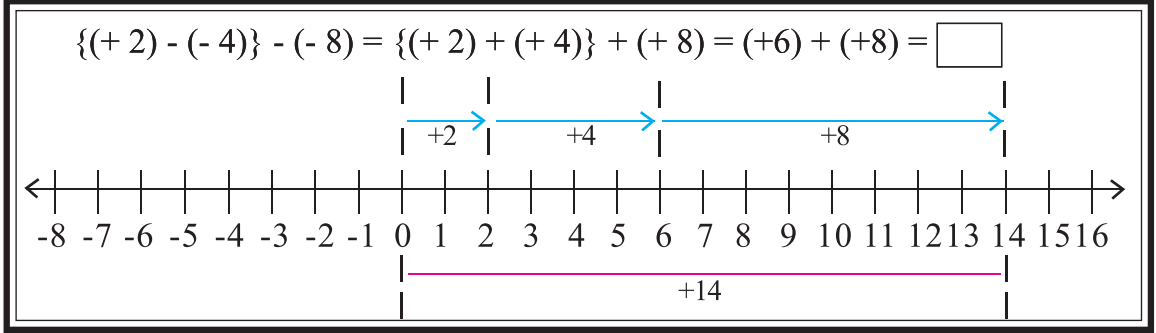
অর্থাৎ a, b ও c যেকোনো তিনটি পূর্ণসংখ্যা হলে $(a+b) + c = a + (b+c)$

7 সংখ্যারেখা থেকে $\{(+2) - (-4)\} - (-8)$-এর মান যাচাই করি

$\{(+2) - (-4)\} - (-8) = \{(+2) + (+4)\} + (+8) = (+6) + (+8) = \square$

+2 +4 +8

-8 -7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16

+14

আবার সংখ্যারেখায় দেখছি—

$(+2) - \{(-4) - (-8)\} = (+2) - \{(-4) + (+8)\} = (+2) - (+4) = (+2) + (-4) = -2$

(নিজে সংখ্যারেখা তৈরি করি ও মান খুঁজি)

$\therefore \{(+2) - (-4)\} - (-8) \neq (+2) - \{(-4) - (-8)\}$

নিজে অন্য যেকোনো তিনটি পূর্ণ সংখ্যা নিয়ে সংখ্যারেখায় বিয়োগ করি ও যাচাই করি যে পূর্ণ সংখ্যার বিয়োগ সংযোগ নিয়ম মেনে চলে না। (নিজে করি)

সংখ্যারেখায় বিয়োগের মাধ্যমে পেলাম, পূর্ণসংখ্যার বিয়োগ $\square$ নিয়ম মেনে চলে না।

$\therefore$ a, b ও c যেকোনো তিনটি পূর্ণসংখ্যা হলে $(a-b) - c \neq a - (b - c)$

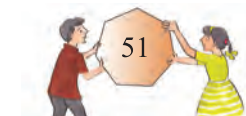
নিজে করি-4.2

1. বামদিকের সাথে ডানদিকের নিয়মের সম্পর্ক মিলিয়ে মেলাই।

(i) $(+6) + (-2) = (-2) + (+6)$	(i) পূর্ণসংখ্যার যোগ সংযোগ নিয়ম মেনে চলে।
(ii) $(-8) - (+2) \neq (+2) - (-8)$	(ii) পূর্ণসংখ্যার যোগ বিনিময় নিয়ম মেনে চলে।
(iii) $\{(-1) - (-11)\} - (-12) \neq (-1) - \{(-11) - (-12)\}$	(iii) পূর্ণসংখ্যার বিয়োগ বিনিময় নিয়ম মেনে চলে না।
(iv) $\{(+3) + (-7)\} + (-11) = (+3) + \{(-7) + (-11)\}$	(iv) পূর্ণসংখ্যার বিয়োগ সংযোগ নিয়ম মেনে চলে না।

2. এমন একটি ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা লিখি যেটি দুটি ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যার সমষ্টির সমান।

3. এমন একটি ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা লিখি যেটি দুটি ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যার বিয়োগের সমান।

4. এমন একটি ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা লিখি যেটি দুটি ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যার বিয়োগের সমান।

আজ পলিদের বাড়ির ছাদে একটি আলোচনা সভার আয়োজন করা হয়েছে। 40টি চেয়ার রাখা হবে। কিন্তু সারিতে 8টি ও স্তম্ভে 5টি চেয়ার রাখলে অর্থাৎ 8×5 ভাবে রাখলে ছাদে রাখা যাচ্ছে না। তাই 5×8 ভাবে অর্থাৎ সারিতে 5টি এবং স্তম্ভে 8টি রেখে দেখলাম ছাদে রাখা যাচ্ছে।

এটি কেমন করে সম্ভব হলো?

$8\times5 = 5\times8$

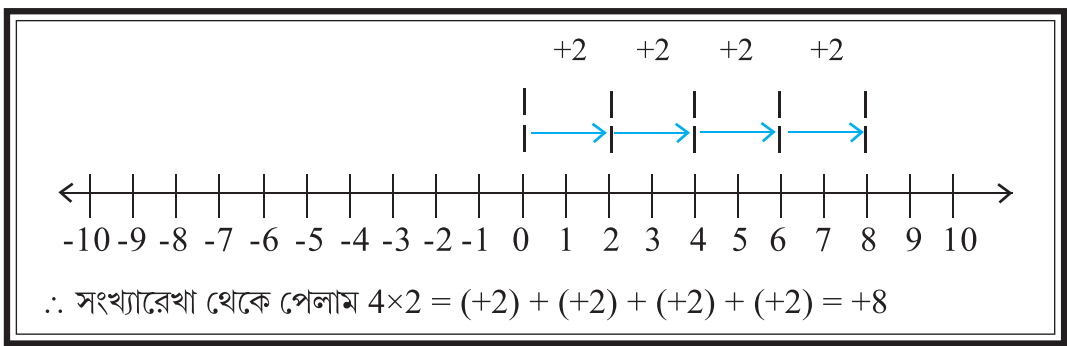
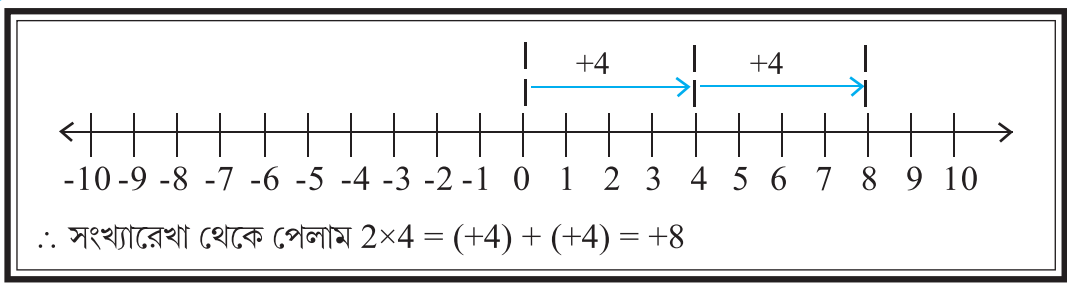
a ও b দুটি পূর্ণসংখ্যা হলে $a\times b = b\times a$ অর্থাৎ পূর্ণসংখ্যার গুণ বিনিময় নিয়ম মেনে চলে।

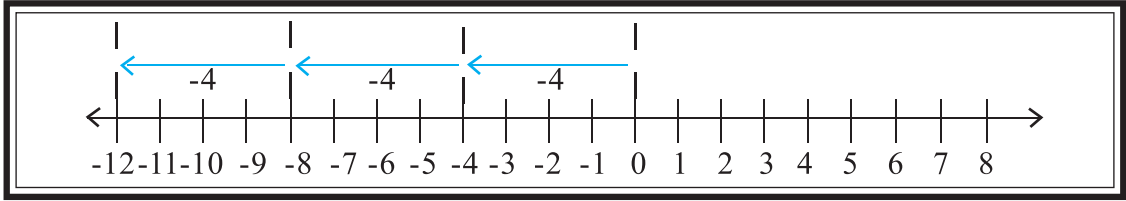
সংখ্যারেখায় পূর্ণসংখ্যা গুণ করি।

8 4×2-এর মান খুঁজি

$\therefore$ সংখ্যারেখা থেকে পেলাম $4\times2 = (+2) + (+2) + (+2) + (+2) = +8$

9 2×4-এর মান খুঁজি

$\therefore$ সংখ্যারেখা থেকে পেলাম $2\times4 = (+4) + (+4) = +8$

$\therefore$ $4\times2 = 2\times4$, অর্থাৎ এক্ষেত্রেও পূর্ণসংখ্যার গুণের বিনিময় নিয়ম প্রযোজ্য।

$3\times(-4)$ -এর মান সংখ্যারেখায় খুঁজি

সংখ্যারেখা থেকে পেলাম

$3\times(-4) = (-4) + (-4) + (-4) = -12 = -(3 \times 4)$

আবার $2\times(-3) =$ [- 3] + [- 3] = [- 6] $= -(2\times3)$

$2\times(-3)$ মান নির্ণয়ের সময়ে প্রথমে 2×3-এর মান নির্ণয় করে সামনে ঋণাত্মক চিহ্ন বসালাম

$3\times(-5) =$ [ ] + [ ] + [ ] = [ ] = - [ ] × [ ]

নিজে করি-4.3

(i) $6\times(-8) =$ [ ] $= -48$ **(ii)** $7\times(-3) =$ [ ] = [ ] **(iii)** $9\times(-12) =$ [ ] = [ ]

$\therefore$ a ও b দুটি পূর্ণসংখ্যা হলে **$a\times(-b) = -(a\times b)$**

এবার অন্যভাবে গুণ করি—

$3\times3 = 9$

$2\times3 = 6 = 9 - 3$

$1\times3 = 3 = 6 - 3$

$0\times3 = 0 = 3 - 3$

$-1\times3 = 0 - 3 = -3$

$-2\times3 = -3 - 3 = -6$

পেলাম, $3\times(-2) = -6 = (-2)\times3$

$\therefore$ a ও b যেকোনো দুটি পূর্ণসংখ্যা হলে **$a\times(-b) = (-a)\times b = -(a\times b)$**

যাচাই করি

(i) $(-4)\times3 = 4\times(-3) =$ [ ] (ii) $6\times(-8) =$ [ ] = [ ] (iii) $7\times(-3) =$ [ ] = [ ]

(iv) নিজেরা আরও 4টি উদাহরণ তৈরি করে যাচাই করি।

10 এবার (- 4)×(-3)-এর মান বের করার চেষ্টা করি।

(- 4)×3 = - 12

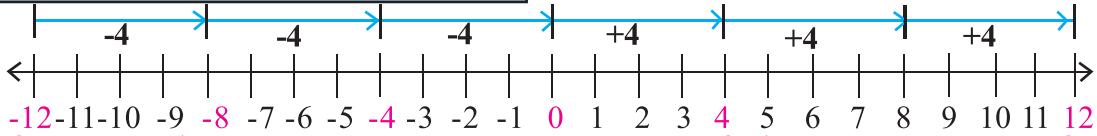
(- 4)×2 = - 8 = - 12 - (- 4)

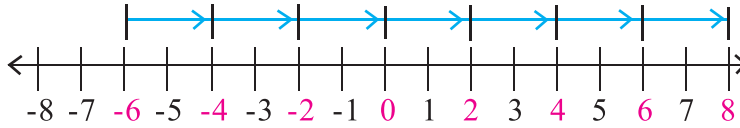
(- 4)×1 = - 4 = - 8 - (- 4)

(- 4)×0 = 0 = ☐ - (- 4)

(- 4)×(-1) = 0 - (- 4) = 0 + 4 = 4

(- 4)×(-2) = 4 - (- 4) = 4 + 4 = 8

(- 4)×(-3) = ☐ - (- 4) = 8 + 4 = 12

দুটি ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যার গুণফলের যেমন (- 4)×(-3) -এর মান নির্ণয়ের ক্ষেত্রে 4×3-এর মান নির্ণয় করে গুণফলের আগে ধনাত্মক চিহ্ন বসবে।

11 **যাচাই করি, (- 2)×(-3)**

(- 2)×3 = ☐

(- 2)×2 = ☐ = - 6 - (-2)

(- 2)×1 = ☐ = ☐ - ☐

(- 2)×0 = ☐ = ☐ - ☐

(- 2)×(-1) = 0 - (-2) = ☐ + ☐ = ☐

(- 2)×(-2) = ☐ - ☐ = ☐ + ☐ = ☐

(- 2)×(-3) = ☐ - ☐ = ☐ + ☐ = ☐

আরও সংখ্যা নিয়ে যাচাই করি।

∴ a ও b যেকোনো দুটি পূর্ণসংখ্যা হলে **(- a)×(- b) = a×b**

নিজে করি-4.4

(i) (-5)×2 থেকে শুরু করে (- 5)×(-2)-এর মান নির্ণয় করি।

(ii) (-7)×3 থেকে শুরু করে (- 7)×(-3)-এর মান নির্ণয় করি।

(iii) (-6)×2 থেকে শুরু করে (- 6)×(- 4) -এর মান নির্ণয় করি।

(iv) (- 7)×(- 9) = ☐ (v) ☐×(- 33) = ☐

(vi) 0×(- 6) = ☐ (vii) (- 12)×(- 3) = ☐ (viii) (- 7)×0 = ☐

হাতেকলমে রঙিন কার্ডের সাহায্যে পূর্ণসংখ্যার গুণ করি।

(i) প্রথমে দুটি রঙিন বর্গাকার কাগজ নিলাম। নীল রঙের একক বর্গের মান (+1) ও লাল রঙের একক বর্গের মান (-1) নিলাম। ■ → +1, ■ → -1

(ii) কতকগুলি বর্গাকার কার্ড তৈরি করলাম যার একদিকে নীল রঙের বর্গাকার কাগজ ও অন্যদিকে লাল রঙের বর্গাকার কাগজ আটকে দিলাম।

(iii) একটি সাদা কাগজের আয়তাকার বাহুর একদিকে গুণ্য বা গুণকের ধনাত্মক সংখ্যার জন্য একক দৈর্ঘ্যের নীলদাগ '—' এবং অন্যদিকে গুণ্য বা গুণকের ঋণাত্মক সংখ্যার জন্য একই দৈর্ঘ্যের লালদাগ '—' দিলাম।

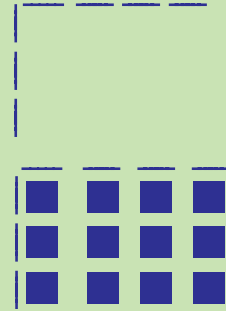
(iv) এই আয়তাকার বাহুর একদিকে '—' লাল দাগ থাকলে সব নীল রঙের কার্ডগুলি 1বার উল্টে যাবে ও সব নীল কার্ড লাল হয়ে যাবে।

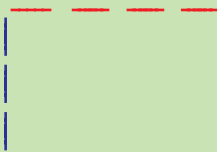
হাতেকলমে (+4) × (+3) নির্ণয় করি

1. ছবির মতো আয়তাকার বাহুর একদিকে চারটি নীল দাগ ও অন্যদিকে 3টি নীল দাগ টানলাম।

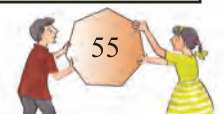
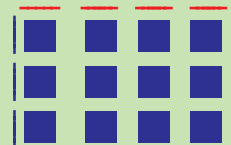
2. এবার নীল রঙের একক বর্গের কার্ড দিয়ে আয়তাকারে ছবির মতো ভরাট করলাম। নীল কার্ডের সংখ্যা 12টি।

∴ 12টি নীল রঙের কার্ডের মান (+12)

(+4) × (+3) = +12

হাতেকলমে (-4) × (+3) নির্ণয় করি

1. ছবির মতো 4টি একক দৈর্ঘ্যের লাল দাগ এবং 3টি একক দৈর্ঘ্যের নীল দাগ টানলাম।

2. যেহেতু একদিকে লাল দাগ আছে, তাই কার্ডগুলি একবার উল্টে যাবে ও সব কার্ডগুলি লাল হয়ে যাবে।

3. লাল রঙের 12টি কার্ড পেলাম, যার মান (-12)

∴ (-4) × (+3) = -12 পেলাম।

হাতেকলমে $(-4) \times (-3)$ এর মান নির্ণয় করি

1. পাশের ছবির মতো 7টি লাল দাগ টানলাম

2. পাশের ছবির মতো নীল রঙের একক বর্গাকার কার্ড দিয়ে আয়তাকারে সাজালাম।

3. যেহেতু দুদিকে লাল দাগ আছে, কার্ডগুলি দু-বার উল্টে যাবে ও সব কার্ডগুলি আবার নীল হবে।

হাতে কলমে $(-4) \times (-3) = 12$ পেলাম।

নিজে করি-4.5

1) নীচের ছক পূরণ করি :

×	-4	-6	7	-11	13	-15	-20	25	-30	-40	50
5										-200	
-3							60				
4											
-5											
-8			-56								
7					91				-210		
16											

2) $(-7) \times 7 + 12 \times (-8) =$ ☐

3) $(-20) \times 11 + (-35) \times 20 =$ ☐

4) ☐ × ☐ + ☐ × ☐ = - 100 [নিজে বসাই]

5) $4 \times (-4) + (-5) \times 5 =$ ☐

6) $(-6) \times (-10) + (-4) \times 4 =$ ☐

7) ☐ × ☐ + ☐ × ☐ = ☐ [নিজে বসাই]

12 এবার তিনটি পূর্ণসংখ্যার গুণ করি—

$2\times4\times5 = (2\times4)\times5 = 8 \times 5 = 40$

$2\times4\times5 = 2\times(4\times5) = 2\times 20 = 40$ $\quad \therefore (2\times4)\times5 = 2\times(4\times5)$

$(-2)\times(-4)\times(-3) = \{(-2)\times(-4)\}\times(-3) = (8)\times(-3) = -24$

$(-2)\times(-4)\times(-3) = (-2)\times\{(-4)\times(-3)\} = (-2)\times(12) = -24$

$\{(-2)\times(-4)\}\times(-3) = (-2)\times\{(-4)\times(-3)\}$

দেখলাম, a, b, c, তিনটি যেকোনো পূর্ণসংখ্যা হলে abc = (ab).c = a. (bc).

সুতরাং গুণের ক্ষেত্রেও পূর্ণসংখ্যারা সংযোগ নিয়ম মেনে চলে।

13 $(-2)\times(-5)\times(-4)\times(-8) = \{(-2)\times(-5)\}\times(-4)\times(-8)$

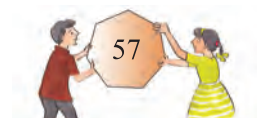
$= \square \times(-4)\times(-8)$

$= (-40)\times(-8)$

$= 320$

নিজে করি -4.6

(i) $(-6)\times(-5)\times(-7)\times(-3) = \square$ **(ii)** $(-5)\times(-2)\times(-10)\times(-8)\times(-3) = \square$

(iii) $(-11)\times(-12)\times(-2) = \square$ **(iv)** $(-11)\times(-9)\times(-5)\times(-6)\times(-3) = \square$

গুণ করি

$(-1) \times (-1) = +1 = 1$

$(-1) \times (-1) \times (-1) = \{(-1) \times (-1)\} \times (-1)$

$= (+1) \times (-1) = -1$

$(-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1)$

$= \{(-1) \times (-1)\} \times \{(-1) \times (-1)\}$

$= (+1) \times (+1) = 1 \times 1 = 1$

$(-1)\times(-1)\times(-1)\times(-1)\times(-1)$

$= 1\times(-1)\times(-1)\times(-1)$

$=(-1)\times(-1)\times(-1)=1\times(-1)= -1$

পেলাম, জোড় সংখ্যক ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যার গুণফলের চিহ্ন ধনাত্মক এবং বিজোড় সংখ্যক ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যার গুণফলের চিহ্ন ঋণাত্মক হয়।

নীচের ছকটি পূরণ করি ও সিদ্ধান্ত লিখি।

গুণফল দেখি		সিদ্ধান্ত
(7)×(-2)=-14	(-2)×7=-14	7×(-2)=(-2)×7
8×(-3)= ☐	(-3)×8= ☐	
(-11)×12= ☐	12×(-11)= ☐	
(-13)×(-10)= ☐	(-10)×(-13)= ☐	
(-23)×0= ☐		
(-27)×(-1)= ☐		
{(-2)×(-6)}×7= ☐	(-2)×{(-6)×(7)}= ☐	
(-3)×{(-5)×(-9)}= ☐	{(-3)×(-5)}×(-9)= ☐	
{(13)×(-1)}×(-2)= ☐		
(-25)×1= ☐		
(-29)×☐ = ☐		
নিজে পূর্ণসংখ্যার গুণের একটি উদাহরণ তৈরি করি		

ছক থেকে পেলাম,

a ও b যে কোনো দুটি পূর্ণসংখ্যা হলে,

$a \times b = b \times a$

আবার a,b ও c যে কোনো তিনটি পূর্ণসংখ্যা হলে,

$(a\times b)\times c = a\times(b\times c)$ হবে।

14 পূর্ণসংখ্যার গুণের অন্য কোনো নতুন নিয়ম আছে কিনা দেখি

$10\times(13+15)=10\times28=280$

আবার, $10\times13+10\times15=130+150=280$

∴ পেলাম, $10\times(13+15)=10\times13+10\times15$

15 আমি অন্য একটি পূর্ণসংখ্যার অঙ্ক তৈরি করে যাচাই করি,

$12\times(17+21)=12\times38=456$

$12\times17+12\times21=204+252=456$

$\therefore\ 12\times(17+21)=12\times17+12\times21$

∴ পেলাম, a, b ও c তিনটি পূর্ণসংখ্য হলে,

$a\times(b+c)= a\times b + a\times c$ হয়.

অর্থাৎ পূর্ণসংখ্যার গুণ বিচ্ছেদ নিয়ম মেনে চলে।

নিজে করি— 4.7

1) $9\times(8+3)$ ☐ $9\times8+9\times3$ [=/≠ বসাই]

2) $6\times(5+4)$ ☐ $6\times5+6\times4$ [=/≠ বসাই]

16 পূর্ণসংখ্যার ক্ষেত্রে গুণের বিচ্ছেদ নিয়ম যাচাই করি

i) $(-5)\times(7+2)=(-5)\times(9)= -45$

$(-5)\times7+(-5)\times2=(-35)+(-10)= -45$

$\therefore(-5)\times(7+2)=(-5)\times7+(-5)\times2$

ii) $(-2)\times\{(-3)+(+2)\}= (-2)\times(-1)=2$

$(-2)\times(-3)+(-2)\times(+2)= 6+(-4)=2$

$\therefore(-2)\times\{(-3)+ (+2)\}=(-2)\times(-3)+(-2)\times(+2)$

iii) $(-11)\times\{(-4)+(-7)\}=$ ☐ × ☐ = ☐

$(-11)\times(-4)+(-11)\times(-7)=$ ☐ + ☐ = ☐

$\therefore\ (-11)\times\{(-4)+(-7)\}=$ ☐ $= (-11)\times(-4)+(-11)\times(-7)$

বাস্তবে ধনাত্মক ও ঋণাত্মক সংখ্যার ব্যবহার

17 নীতু ও মিলনের আজ একটি বিজ্ঞানবিষয়ক প্রতিযোগিতামূলক পরীক্ষা ছিল। পরীক্ষার প্রশ্নপত্রে 12টি প্রশ্ন ছিল। প্রতি প্রশ্নের ঠিক উত্তরের জন্য 6 নম্বর ও প্রতি প্রশ্নের ভুল উত্তরের জন্য -3 নম্বর দেওয়া হবে।

নীতু 7টি ঠিক উত্তর দিয়েছে। কিন্তু 5 টি উত্তর ভুল হয়েছে।

আমি কত নম্বর পাব? হিসাব করি।

7টি ঠিক উত্তরের জন্য পাবে 7×6 নম্বর = 42 নম্বর

5টি ভুল উত্তরের জন্য পাবে $5 \times (-3)$ নম্বর =-15 নম্বর

∴ নীতু মোট নম্বর পাবে, $\{42 + (-15)\}$নম্বর

= (42-15)নম্বর = 27 নম্বর

মিলনের 12 টি উত্তরের মধ্যে 6 টি ঠিক ও 6টি ভুল হয়েছে।

মিলন 6টি ঠিক উত্তরের জন্য পাবে, 6×6 নম্বর

=36 নম্বর

6টি ভুল উত্তরের জন্য পাবে, $6\times(-3)$ নম্বর

= -18 নম্বর

∴ মিলন মোট নম্বর পাবে $\{36+(-18)\}=18$

18 বুমেলার 12 টি উত্তরের মধ্যে 4 টি ঠিক ও 8 টি ভুল হয়েছে। বুমেলা কত নম্বর পাবে দেখি।

বুমেলা 4টি ঠিক উত্তরের জন্য পাবে ☐ × ☐ = ☐

8টি ভুল উত্তরের জন্য পাবে ☐ × ☐ = ☐, ∴ বুমেলা মোট নম্বর পাবে ☐ - ☐ = ☐

19 এক ফল বিক্রেতার প্রতি কিগ্রা. আম বিক্রি করে 5 টাকা লাভ হলো। কিন্তু প্রতি কিগ্রা. লিচু বিক্রি করে 4 টাকা ক্ষতি হলো। তিনি 10 কিগ্রা. আম ও 14 কিগ্রা. লিচু বিক্রি করলেন। তার মোট কত টাকা লাভ বা ক্ষতি হলো হিসাব করি।

আম বিক্রি করে 1 কিগ্রা.তে লাভ করলেন 5 টাকা।

∴ 10 কিগ্রা.তে লাভ করলেন 5টাকা × 10 =50 টাকা।

1 কিগ্রা. লিচু বিক্রি করে ক্ষতি হলো 4 টাকা ।

∴ 1 কিগ্রা. লিচু বিক্রি করে লাভ হলো -4 টাকা।

∴ 14 কিগ্রা. লিচু বিক্রি করে লাভ হলো $14\times(-4)$টাকা।

= -56 টাকা

∴ ফল বিক্রেতার মোট লাভ হলো $\{50 + (-56)\}$টাকা

= (50-56) = -6 টাকা ∴ ☐ ফল বিক্রেতার ক্ষতি হয় 6 টাকা।

নিজে করি— 4.8

1) মিজানুর, তীর্থ ও নাফুরা একটি পরীক্ষা দিয়েছে। ওই পরীক্ষায় 10 টি প্রশ্ন ছিল। পরীক্ষাটিতে প্রতিটি ঠিক উত্তরের জন্য 5 নম্বর ও প্রতিটি ভুল উত্তরের জন্য -2 নম্বর পাবে।

a) মিজানুরের 6 টি প্রশ্নের উত্তর ঠিক হয়েছে এবং বাকি 4টি প্রশ্নের উত্তর ভুল হয়েছে।

b) তীর্থর 5টি প্রশ্নের উত্তর ঠিক হয়েছে এবং বাকি 5টি প্রশ্নের উত্তর ভুল হয়েছে।

c) নাফুরা 3টি প্রশ্নের ঠিক উত্তর দিয়েছে এবং বাকি 7টি প্রশ্নের উত্তর ভুল দিয়েছে।

প্রতিক্ষেত্রে কে কত নম্বর পাবে হিসাব করি।

2) একটি ফার্ণিচারের দোকানে এই মাসে 15টি কাঠের আলমারি বিক্রি হয়েছে। 10 টি আলমারির প্রত্যেকটিতে 300 টাকা লাভ হয়েছে। কিন্তু বাকি 5টি আলমারিতে মোট 200 টাকা ক্ষতি হয়েছে। ওই দোকানের মালিকের এইমাসে আলমারি বিক্রি করে কত টাকা লাভ বা ক্ষতি হয়েছে হিসাব করি।

3) একটি কয়লার খনিতে একটি লিফট মাটি থেকে শুরু করে প্রতি মিনিটে 6 মিটার নামছে। লিফটটি নীচে নামা শুরু করার 30 মিনিট পরে তার অবস্থান কোথায় হবে দেখি। যদি লিফটটি ভূমির 20 মিটার উঁচু থেকে শুরু করত তবে 30 মিনিট পরে লিফটটি কী অবস্থানে থাকত দেখি।

ধরি ভূমির উপরের দিকের দূরত্ব ধনাত্মক এবং মাটির নীচের দিকের দূরত্ব ঋণাত্মক।

যেহেতু লিফটটি ভূমির নীচে যাবে,

∴ 1 মিনিটে লিফটটি নামবে 6 মিটার [অর্থাৎ যাবে -6 মিটার]

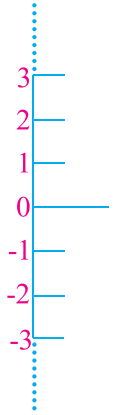
30 মিনিটে লিফটটি নামবে 6×30 মিটার $= 180$ মিটার। [অর্থাৎ যাবে -180 মিটার]

অর্থাৎ 30 মিনিট পরে ভূমির 180 মিটার নীচে থাকবে।

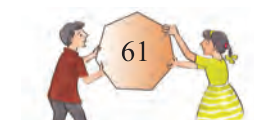
যদি লিফটটি ভূমির 20 মিটার উঁচুথেকে ভূমির নীচে যেত তাহলে,

30 মিনিট পরে লিফটটির অবস্থান হতো $\{(-180)+20\}$ মিটার

$= -160$ মিটার

অর্থাৎ, লিফটটি ভূমি থেকে 160 মিটার নীচে থাকত।

4) অপর একটি খনিতে একটি লিফট প্রতি মিনিটে 4 মিটার নামছে।

(a) এক ঘণ্টা পরে লিফটটি কী অবস্থানে থাকবে দেখি।

(b) যদি লিফটটি ভূমির 15 মিটার উপর থেকে নামত তবে 30 মিনিট পরে লিফটটি কোথায় থাকত হিসাব করে লিখি।

20 আজ আমরা 8 জন বন্ধু মিলে চাঁদা তুলে ঝালমুড়ি মাখব। ঠিক করেছি প্রত্যেকে 5 টাকা করে চাঁদা দেব। কিন্তু 3 জন বন্ধু বিশেষ কারণে বাড়ি চলে গেল। কত টাকা চাঁদা উঠল দেখি।

চাঁদা উঠল $5\times(8-3)$ টাকা $=5\times5$ টাকা $= 25$ টাকা

আবার $(5\times8 - 5\times3)$ কী পাই দেখি, $5\times8 - 5\times3 = 40 - 15 = 25$

$\therefore 5\times(8-3)=5\times8-5\times3$

অন্য সংখ্যা নিয়ে যাচাই করি

(i) $2\times\{6-(-2)\} = 2\times\{6+2\}= 2\times8=16$

$2\times6-2\times(-2)= 12-(-4)= 12+4=16$

$\boxed{\therefore 2\times\{6-(-2)\}=2\times6-2\times(-2)}$

(ii) $7\times\{(-3) - (-6)\} =7\times(-3+6)=7\times3=21$

$7\times(-3)-7\times(-6)=\square-\square=\square+\square=21$ (ফাঁকা ঘর ভরতি করি)

(iii) $(-9)\times\{(-1)-(-6)\}=(-9)\times\{-1+6\}=(-9)\times5=-45$

আবার, $(-9)\times(-1)-(-9)\times(-6)=9-54=-45$

$\boxed{(-9) \times \{(-1)-(-6)\}=(-9)\times(-1)-(-9)\times(-6)}$

পেলাম, a, b ও c যে কোনো তিনটি পূর্ণসংখ্যা হলে, $a\times(b-c)=a\times b-a\times c$

(iv) $a= -5$, $b= -2$, $c=3$ নিয়ে $a(b-c)=a\times b-a\times c$ যাচাই করি।

(v) যে কোনো চারটি উদাহরণ নিয়ে $a(b-c)=ab-ac$ যাচাই করি।

মনে মনে হিসাব করি

(i) $5\times(13)=5\times(10+3)=5\times10+5\times3=50+15=65$

(ii) $6\times18=6\times(20-2)=6\times20-6\times2=120-12=108$

(iii) $7\times33=7\times(\square+\square)=7\times\square+7\times\square=\square+\square=\square$

(iv) $9\times98=9\times(100-2)=\square\times\square-\square\times\square=\square$

(v) $26\times(-48)=26\ [2-50]=26\times2-26\times50=\square-\square=\square$

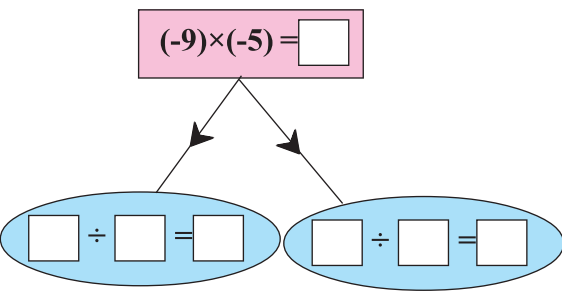
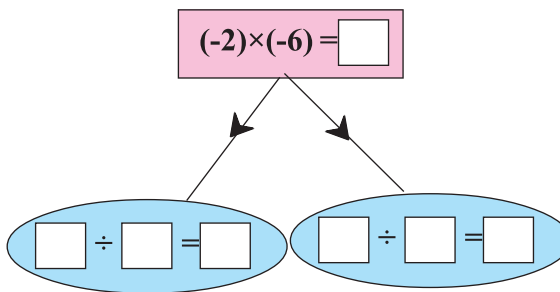
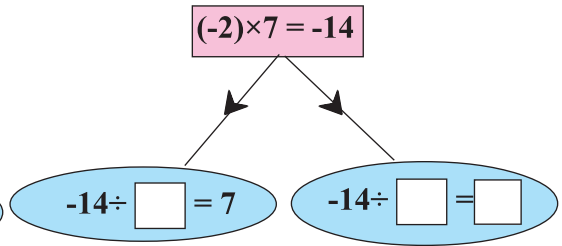
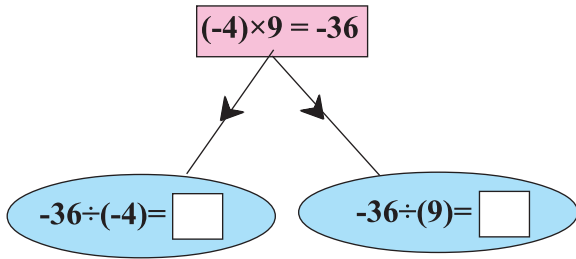
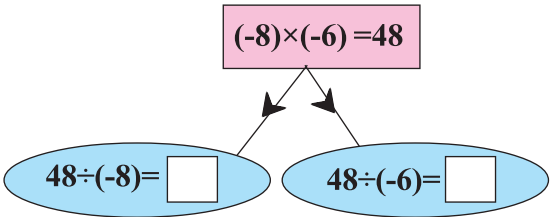
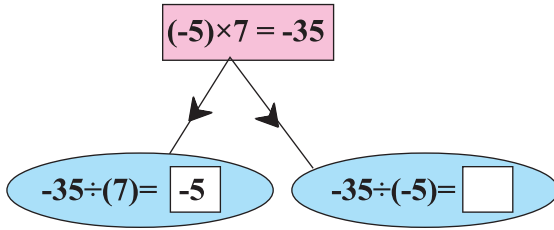
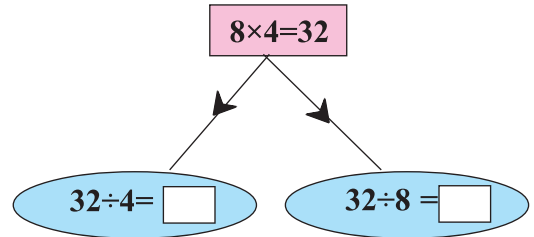
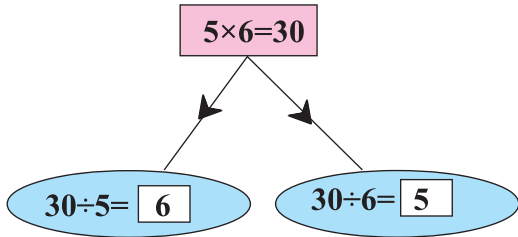
(vi) $(-18) \times (-29) = \square$

(vii) $16\times(25) \times (-4) \times3 = 25\times16 \times (-4)\times3 = 25 \times (-4)\times16\times3$

$= (-100) \times16\times3 =(-1600) \times 3 = -4800$

(viii) $12 \times (-50) \times (-2)\times4= \square$

(ix) $(-51) \times (-19)+57= \square$

21 পূর্ণসংখ্যার গুণ থেকে কী পাই দেখি—

বিভিন্ন ধরনের ভাগের অঙ্ক থেকে কী পেলাম দেখি—

$30 \div 6 = 5$

$35 \div (-7) = -5$

$(-36) \div (-4) = 9$

$(-36) \div (9) = -4$

পেলাম, ধনাত্মক সংখ্যাকে ধনাত্মক সংখ্যা দিয়ে ভাগ করলে ভাগফল ধনাত্মক সংখ্যা হয়।
আবার, ধনাত্মক সংখ্যাকে ঋণাত্মক সংখ্যা দিয়ে ভাগ করলে, ভাগফল ঋণাত্মক সংখ্যা হয়।
আবার, ঋণাত্মক সংখ্যাকে ঋণাত্মক সংখ্যা দিয়ে ভাগ করলে, ভাগফল ☐ সংখ্যা হয়।
আবার, ঋণাত্মক সংখ্যাকে ধনাত্মক সংখ্যা দিয়ে ভাগ করলে, ভাগফল ☐ সংখ্যা হয়।

হাতেকলমে

রঙিন কার্ড দিয়ে পূর্ণসংখ্যার ভাগ করি

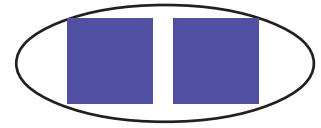
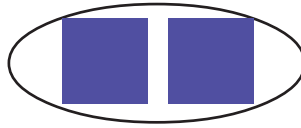
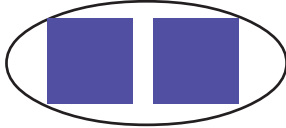
অনেকগুলি বর্গাকার নীল ও লাল রঙের কাগজ কাটলাম। একইমাপের বর্গাকার পিচবার্ডের কার্ড তৈরি করলাম যার একপাশে নীল কাগজ ও অপর পাশে লাল কাগজ লাগিয়ে দিলাম। ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা দিয়ে ভাগ করলে এক বার উলটে যাবে।

নীল রঙের বর্গাকার পিচবোর্ডের কার্ডের মান + 1 ও লাল রঙের বর্গাকার পিচবোর্ডের কার্ডের মান -1 নিলাম।

+1 -1

1) **6 ÷ 3** **নির্ণয় করব**

i) 6টি নীল রঙের বর্গাকার কার্ড নিলাম,

ii) এবার 6টি নীল রঙের বর্গাকার কার্ডকে 3টি সমান সংখ্যক দলে ভাগ করলাম।

প্রথম দল

দ্বিতীয় দল

তৃতীয় দল

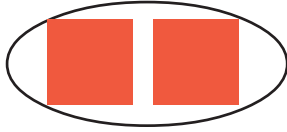
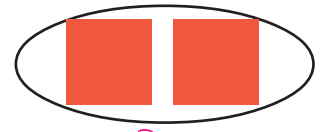
প্রতি দলে দুটি নীল রঙের বর্গাকার কার্ড পেলাম, যার মান + 2

∴ 6÷3= 2

2) **6÷(-3) = -2** **-এর মান হাতেকলমে নির্ণয় করি।**

i) প্রথমে 6টি নীল রঙের বর্গাকার কার্ড নিলাম।

ii) যেহেতু ঋণাত্মক পূর্ণ সংখ্যা দিয়ে ভাগ করা হচ্ছে তাই,
6টি নীল কার্ড একবার উল্টে দিলে 6টি লাল কার্ড হয়ে যাবে।

iii) এবার লাল কার্ডগুলিকে তিনটি সমান সংখ্যক দলে ভাগ করলাম।

প্রথম দল

দ্বিতীয় দল

তৃতীয় দল

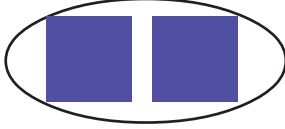
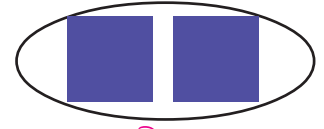
প্রতি দলে 2 টি করে লাল কার্ড আছে যার মান -2

∴ পেলাম, $6 \div (-3) = -2$

3) $(-6) \div (-3)$ -এর মান হাতেকলমে নির্ণয় করার চেষ্টা করি।

i) 6টি লাল রঙের পিচবোর্ডের কার্ড নিলাম।

ii) যেহেতু ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা দিয়ে ভাগ করা হচ্ছে,
6টি লাল রঙের কার্ড একবার উল্টে দিলে 6টি নীল রঙের কার্ড পেলাম,

iii) এবার নীল কার্ডগুলিকে তিনটি সমান সংখ্যক দলে ভাগ করলাম।

প্রথম দল

দ্বিতীয় দল

তৃতীয় দল

প্রতি দলে 2 টি করে নীল কার্ড আছে যার মান 2 ∴ পেলাম, $(-6) \div (-3) = 2$

4) $(-6) \div 3$ — এর মান নির্ণয় করি।

6 টি লাল রঙের বর্গাকার পিচবোর্ডের কার্ড নিলাম →

6 টি লাল রঙের কার্ডকে 3 টি সমান সংখ্যক দলে ভাগ করে পেলাম—

প্রথম দল	দ্বিতীয় দল	তৃতীয় দল

প্রতি দলে দুটি লাল রঙের বর্গাকার কার্ড আছে যার মান - 2

∴ পেলাম $(-6) \div 3 = -2$

22 পূর্ণসংখ্যার ভাগ—

$35 \div 5 = \frac{35}{5} = 7$

$-12 \div 3 = \frac{-12}{3} = -4$

$27 \div 3 = \frac{\square}{\square} = \square$

$-16 \div 2 = \frac{\square}{\square} = \square$

$(-25) \div 5 = \frac{-25}{5} = -5$

$(-55) \div (-5) = \frac{-55}{-5} = 11$

$(-49) \div 7 = \frac{\square}{\square} = \square$

$(-52) \div (-4) = \frac{\square}{\square} = \square$

নীচের ছক পূরণ করি :

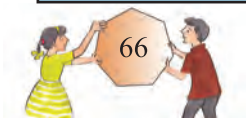
ভাগফল	ভাগফলের প্রকৃতি	ভাগফল	ভাগফলের প্রকৃতি
$21 \div (-3) = -7$	ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা	$-25 \div (-3) =$	ধনাত্মক ভগ্নাংশ
$(-72) \div 4 = \square$		$(-72) \div 7 = \square$	
$78 \div (-3) = \square$		$(-100) \div 5 = \square$	
$81 \div 9 = \square$		$138 \div (-4) = \square$	
$(-95) \div 4 = \square$		$145 \div 8 = \square$	
$91 \div (5) = \frac{91}{5}$	ধনাত্মক ভগ্নাংশ	$196 \div (-6) = \square$	
$42 \div (5) = \square$		$-144 \div (-15) = \square$	
$(-69) \div (7) = -\frac{69}{7}$	ঋণাত্মক ভগ্নাংশ	$-221 \div (-7) = \square$	

পেলাম, $21 \div (-3) = -7$ কিন্তু $(-3) \div 21 = -\frac{3}{21} = -\frac{1}{7}$

$\therefore 21 \div (-3) \neq (-3) \div 21$

a ও b দুটি পূর্ণসংখ্যার জন্য $\mathbf{a \div b \neq b \div a}$;

চারটি সংখ্যার উদাহরণ নিয়ে যাচাই করি $a \div b \neq b \div a$

অর্থাৎ সংখ্যার ভাগ ☐ নিয়ম মেনে চলে না।

23 শূন্যকে ভাগ করলে কী পাব দেখি—

যেহেতু শূন্যকে দুটি সমান সংখ্যক দলে ভাগ করলে শূন্য পাব। তাই $0 \div 2 = 0$

আবার $0 \div 4 = \square$, $0 \div (-8) = \square$, $0 \div (-11) = \square$

অর্থাৎ যেকোনো পূর্ণসংখ্যা $a \neq 0$-এর জন্য $\boxed{0 \div a = 0}$

ভাগের অন্য ধর্ম দেখি

24 $(-12) \div \{(-8) \div (2)\}$ -এর মান নির্ণয় করি—

$(-12) \div \{(-8) \div 2)\}$
$= (-12) \div (-4)$
$= 3$

কিন্তু $\{(-12) \div (-8)\} \div 2$
$= (\frac{-12}{-8}) \div 2 = \frac{3}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$

$\therefore (-12) \div \{(-8) \div 2\} \neq \{(-12) \div (-8)\} \div 2$

যাচাই করি

(i) $125 \div \{(-25) \div (5)\} \neq \{125 \div (-25)\} \div 5$

(ii) $36 \div \{18 \div (-2)\} \neq (36 \div 18) \div (-1)$

$\therefore$ a, b ও c যে কোনো 3 টি পূর্ণসংখ্যার জন্য, $a \div (b \div c) \neq (a \div b) \div c$

অর্থাৎ শূণ্য ছাড়া পূর্ণসংখ্যার ভাগ $\square$ নিয়ম মেনে চলে না।

নিজে করি-4.9 যে কোনো 4 টি সংখ্যার উদাহরণ তৈরি করে যাচাই করি যে পূর্ণসংখ্যার ভাগ সংযোগ নিয়ম মেনে চলে না।

এবার পূর্ণসংখ্যার ক্ষেত্রে ভাগের বিচ্ছেদ নিয়ম দেখি —

নীচের অঙ্কটি দেখি

$(-30) \div \{(-5) + 2\}$
$= (-30) \div (-3)$
$= 10$

অন্যভাবে কষে দেখি,

$(-30) \div (-5) + (-30) \div 2$
$= 6 + (-15) = 6 - 15$
$= -9$

$\therefore (-30) \div \{(-5) + 2\} \neq (-30) \div (-5) + (-30) \div 2$

$\therefore$ a, b ও c যেকোনো 3 টি শূণ্য ছাড়া পূর্ণসংখ্যার জন্য, $a \div (b+c) \neq a \div b + a \div c$

যাচাই করি

(i) $16 \div \{(-4) + 2\} \neq 16 \div (-4) + 16 \div 2$

(ii) $(-70) \div \{(7) + (-5)\} \neq (-70) \div (7) + (-70) \div (-5)$

25

$\{(-5) + 2\} \div (-30) = (-3) \div (-30) = \frac{1}{10}$

$\{(-5) + 2\} \div (-30) = (-5) \div (-30) + (2) \div (-30)$

$= \frac{(-5)}{(-30)} + \frac{2}{(-30)} = \frac{1}{6} - \frac{1}{15} = \frac{5-2}{30} = \frac{3}{30} = \frac{1}{10}$

$\{(-5) + 2\} \div (-30) = (-5) \div (-30) + 2 \div (-30)$

দেখলাম a,b,c যেকোনো তিনটি পূর্ণসংখ্যার ক্ষেত্রে $(b+c) \div a = b\div a + c\div a,\ a\neq o$

অর্থাৎ পূর্ণসংখ্যার ভাগ ডান বিচ্ছেদ নিয়ম মেনে চলে কিন্তু বাম বিচ্ছেদ নিয়ম মেনে চলে না।

কষে দেখি — 4

1. মনে মনে হিসাব করি:

(a) $(-10) \times 4 = \square$ (b) $(-15) \times \square = -90$ (c) $25 \times \square = -125$

(d) $(-16) \times \square = 96$ (e) $(-13) \times \square = -104$ (f) $\square \times 21 = -126$

(g) $\square \times \square = -42$ (h) $\square \times (-30) = 330$ (i) $-26 \div \square = 1$

(j) $\square \div 1 = -29$ (k) $\square \div (-59) = -1$ (l) $87 \div \square = -87$

2. জোসেফ একটি পরীক্ষায় 15 টি প্রশ্নের মধ্যে 9 টি প্রশ্নের ঠিক উত্তর দিয়েছে। কিন্তু বাকি 6 টি প্রশ্নের উত্তর ভুল হয়েছে। প্রতিটি ঠিক উত্তরের জন্য 5 নম্বর পেয়ে সে মোট 33 নম্বর পেয়েছে। প্রতিটি ভুল উত্তরের জন্য কত নম্বর দেওয়া হয়েছে হিসাব করি।

জোসেফ মোট নম্বর পেয়েছে 33; জোসেফ ঠিক উত্তর দিয়েছে 9 টি । প্রতিটি ঠিক উত্তরের জন্য নম্বর পেয়েছে 5;

∴ 9 টি ঠিক উত্তরের জন্য মোট নম্বর পেয়েছে $9 \times 5 = \square$

ভুল উত্তরের জন্য কমে গেছে $45 - 33 = 12$

∴ 6 টি উত্তর ভুল দিয়েছে ও তার জন্য কমেছে 12 নম্বর। ∴ 6 টি ভুল উত্তরের জন্য পেয়েছে -12

∴ 1 টি ভুল উত্তরের জন্য পেয়েছে $(-12) \div 6 = \square$

3. রেহানা ও সায়ন দুজনেই পরীক্ষা দিয়েছে। প্রত্যেকের পরীক্ষায় মোট 12 টি প্রশ্ন ছিল।

(i) রেহানা 8 টি প্রশ্নের ঠিক উত্তর এবং 4 টি প্রশ্নের ভুল উত্তর দিয়ে 36 নম্বর পেয়েছে। কিন্তু প্রতিটি ঠিক উত্তরের জন্য 6 নম্বর পেয়েছে। রেহানার পরীক্ষায় প্রতিটি ভুল উত্তরের জন্য কত নম্বর দেওয়া হয়েছে হিসাব করি।

(ii) সায়ন 6 টি প্রশ্নের ঠিক উত্তর এবং বাকি 6 টি প্রশ্নের ভুল উত্তর দিয়ে মোট কত নম্বর পেয়েছে হিসাব করি।

4. কোনো জায়গার তাপমাত্রা 12^0C ; প্রতি ঘণ্টায় সমান হারে তাপমাত্রা কমতে কমতে 8 ঘণ্টা পরে সেখানকার তাপমাত্রা - 4^0C হয়। সেখানে প্রতি ঘণ্টায় কত ডিগ্রি তাপমাত্রা কমেছে হিসাব করি।

5. একটি খনিতে একটি লিফট 8 মিনিটে 24 মিটার নীচে নামে। লিফটটি যদি সমবেগে চলে তবে লিফটটি 6 মিনিটে কত মিটার নীচে থাকবে দেখি। ওই লিফটটা যদি ভূমির 10 মিটার উপর থেকে নীচে নামতে শুরু করে তবে 70 মিনিটে ভূমির কতটা নীচে থাকবে হিসাব করি।

6. নীচের ফাঁকা ঘর পূরণ করি—

(i) $-16 \div (-2) + \square = -1$

(ii) $20 - 50 + \square = -1$

(iii) $41 \times (-5) + \square = -3$

(iv) $(-9) \times (-3) \times \square = -81$

(v) $(-15) \div (-5) - \square = -1$

(vi) $(-18) \div \square + 3 = -6$

(vii) $\square \div 4 - 2 = -7$

(viii) $\square \times (-1) + 9 = 0$

7. দুটি উদাহরণ দিয়ে দেখাই যে পূর্ণসংখ্যার গুণ বিনিময় নিয়ম মেনে চলে কিন্তু পূর্ণসংখ্যার ভাগ বিনিময় নিয়ম মেনে চলে না।

8. দুটি উদাহরণ দিয়ে দেখাই যে পূর্ণসংখ্যার গুণ বিচ্ছেদ নিয়ম মেনে চলে কিন্তু পূর্ণসংখ্যার ভাগ সর্বদা বিচ্ছেদ নিয়ম মেনে চলে না।

9. মান নির্ণয় করি—

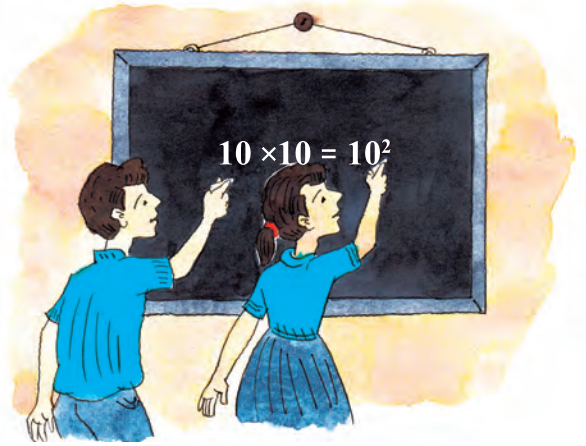
(i) $(-125) \div 5$ **(ii)** $(-144) \div 6$ **(iii)** $(-49) \div 7$

(iv) $225 \div (-3)$ **(v)** $169 \div (-13)$ **(vi)** $100 \div (-5)$

(vii) $(-81) \div (-9)$ **(viii)** $(-150) \div (-5)$ **(ix)** $(-121) \div (-11)$

(x) $(-275) \div (-25)$

5. সূচকের ধারণা

আজ আমাদের শ্রেণিতে নাফিসা গল্প বলবে। নাফিসা আমার বন্ধু। সে সৌরজগতের গল্প জানে। সে বলল আমরা যে পৃথিবীর উপরে আছি তার ভর 5,970, 000, 000, 000, 000, 000, 000,000 কিগ্রা.। কিন্তু শুক্রগ্রহের ভর 4, 870, 000, 000, 000, 000, 000, 000, 000 কিগ্রা.। আবার বুধগ্রহের ভর 330, 000, 000,000,000, 000, 000, 000 কিগ্রা.।

কে বেশি ভারী বলো?

সে আরও বলল পৃথিবী থেকে সূর্যের দূরত্ব 149600000 কিমি.। কিন্তু শুক্রগ্রহ ও সূর্যের দূরত্ব 108.2 × 1000000 কিমি.।

কে কত বেশি দূরে কীভাবে সহজে বলব?
এতো বড়ো সংখ্যা নিয়ে কীভাবে হিসাব করব?

আমরা প্রথমে বড়ো সংখ্যাকে ছোটো করে লেখার চেষ্টা করি।

আমরা জানি $10 \times 10 = 10^2$, একে বলে 10-এর দ্বিতীয় ঘাত।

তাহলে $10 \times 10 \times 10 = 10^3$ লিখতে পারি। (10-এর তৃতীয় ঘাত)

$10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^4$ (10-এর ☐ ঘাত)

$10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^5$ (10-এর ☐ ঘাত)

$10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^6$ লিখতে পারি। (10-এর ☐ ঘাত)

এখানে 10 কে ***নিধান*** এবং 10 -এর ডানপাশে উপরে লেখা সংখ্যা ***সূচক***।

যেমন $10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^5$ → সূচক (5), নিধান (10)

10^5 -কে পড়া হয় 10-এর পঞ্চমঘাত।

আবার $1000 = 10 \times 10 \times 10 = 10^3$

1000 -এর সূচক আকার হলো 10^3 ; এখানে ***নিধান*** ☐ এবং ***সূচক*** ☐

আবার 10000 -এর সূচক আকার হলো ☐

615 কে যদি এমনভাবে লিখি

$615 = 6 \times 100 + 10 + 5 = 6 \times 10^2 + 10 + 5$

এভাবে বিস্তার করাকে 10-এর ঘাতে বিস্তার করা বলা হয়।

তাহলে, $806 = 8 \times 10^2 + 0 \times 10 + 1 \times 6$

1 আমি 781, 978, 4533 ও 7871 -কে 10-এর ঘাতে বিস্তার করার চেষ্টা করি।

$781 = 7 \times \square + 8 \times 10 + 1 \times \square$

$978 = \square \times 10^2 + 7 \times \square + 8 \times \square$

$4533 = 4 \times 10^3 + 5 \times \square + 3 \times \square + 3 \times \square$

$7871 = 7 \times \square + 8 \times \square + 7 \times \square + 1 \times \square$

নিজে করি-5.1

10 -এর ঘাতে বিস্তার করি — i) 8275 ii) 90925 iii) 12578 iv) 7858

2 এবার 10 ছাড়া অন্য সংখ্যার ঘাতে প্রকাশ করি।

(i) $81 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4$

$\therefore$ 81 -এর ঘাত আকার হলো = $\square$, এখানে *নিধান* $\square$ ও *সূচক* $\square$

আবার (ii) $243 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^{\square}$

$\therefore$ 243 -এর ঘাত আকার হলো = $\square$, এখানে *নিধান* $\square$ ও *সূচক* $\square$

নিজে করি-5.2

1) $100 = 10^{\square}$

2) $27 = 3^{\square}$

3) $125 = 5^{\square}$

4) $32 = 2^{\square}$

5) $343 = 7^{\square}$

6) $121 = \square^{\square}$

7) $625 = \square^{\square}$

8) $2^3 = \square \times \square \times \square$

9) $3^4 = \square \times \square \times \square \times \square$

10) $729 = 9^{\square}$

11) $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^{\square}$

12) $(-2) \times (-2) \times (-2) = (-2)^{\square}$

13) $(-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = (-2)^{\square}$

∴ পেলাম a যেকোনো পূর্ণসংখ্যা হলে,

$a \times a = a^2$ (বলব a -এর বর্গ) $a \times a \times a = a^3$ (বলব a -এর ঘন)

∴ $a \times a \times a \times a \times a = a^{\square}$ এবং $a \times a \times a \times a \times a \times a = a^{\square}$

3 এবার , নীচের অঙ্কটি দেখি —

$2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^3 \times 3^2$

$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5 = 2^{\square} \times 5^{\square}$

$7 \times 7 \times 7 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 7^{\square} \times 5^{\square}$

∴ পেলাম , a ও b যেকোনো দুটি পূর্ণসংখ্যা হলে ,

$a \times a \times a \times a \times b \times b \times b \times b \times b = a^4 \times b^5$ পাব।

অর্থাৎ $a^3 \times b^3 = a \times a \times a \times b \times b \times b$

4 অন্য সংখ্যা নিয়ে মৌলিক উৎপাদকে ভেঙে মৌলিক সংখ্যার ঘাতের গুণফলের আকারে প্রকাশ করার চেষ্টা করি।

কোন পূর্ণসংখ্যা যদি 1-এর থেকে বড় হয় এবং 1 ও সেই সংখ্যা ছাড়া ওই সংখ্যার অন্য কোনো ধণাত্মক উৎপাদক না থাকে তাহলে ওই পূর্ণসংখ্যাটিকে মৌলিক সংখ্যা বলে।

$100 = 10 \times 10 = 2 \times 5 \times 2 \times 5 = 2 \times 2 \times 5 \times 5 = 2^2 \times 5^2$

$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^{\square} \times 3^{\square}$

$50 = 2^{\square} \times 5^{\square}$ $75 = \square \times \square$ $500 = \square \times \square$

নিজে করি-5.3

নীচের সংখ্যাগুলি মৌলিক সংখ্যার ঘাতের গুণফলের আকারে প্রকাশ করার চেষ্টা করি।

1) 24 2) 56 3) 63 4) 72 5) 200

5 ঘাত আকারে প্রকাশ করা সংখ্যার ছোটো বড়ো হিসাব করি :

(i) 2^3 ও 3^2-এর মধ্যে কে ছোটো ও কে বড়ো দেখি :

$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $3^2 = 9$

∴ $9 > 8$ ∴ $3^2 > 2^3$

(ii) 4^3 ও 3^4 -এর মধ্যে কে ছোটো ও কে বড়ো দেখি :

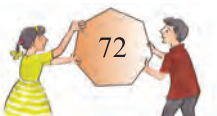
$4^3 = \square$ $(3^4) = \square$

$64 \square 81$ ∴ $3^4 \square 4^3$ [ফাঁকা ঘরে > বা < বসাই]

নিজে করি-5.4

ফাঁকা ঘরে > বা < চিহ্ন বসাই

1) $5^3 \square 3^5$ 2) $6^2 \square 2^6$ 3) $2^4 \square 4^2$,

4) $7^2 \square 2^7$ 5) $3^4 \square 4^3$ 6) $3^5 \square 5^3$

সূচকের ধর্ম খুঁজি

$2 \times 2 \times 2 = 2^{\square}$

$2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

$\therefore 2^3 \times 2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^8 = 2^{3+5} = 2^{5+3}$

$2^2 \times 2^3 = (2\times2) \times (2\times2\times2) = 2^5 = 2^{2+3} = 2^{3+2}$

$2^3 \times 2^4 = (2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2 \times 2) = 2^7 = 2^{3+4} = 2^{4+3}$

যাচাই করি

1) $3^2 \times 3^4 = 3^{2+4} = 3^{4+2}$ 2) $3^5 \times 3^2 = 3^{5+2}$ 3) $(-4)^3 \times (-4)^4 = (-4)^{3+4}$

$\therefore$ a যে কোনো একটি পূর্ণসংখ্যা, m ও n কে কোনো দুটি পূর্ণসংখ্যা হলে,
$a^m \times a^n = a^{m+n}$ হবে

আবার $2^5 \div 2^2 = \frac{2^5}{2^2} = \frac{2\times2\times2\times2\times2}{2\times2} = 2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 2^{5-2}$

$(-5)^7 \div (-5)^2 = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square} = (-5)^{\square} = (-5)^{\square - \square}$

$\therefore$ a (শূন্য ছাড়া) যে কোনো পূর্ণসংখ্যা এবং m ও n যে কোনো দুটি পূর্ণসংখ্যা হলে,
$a^m \div a^n = \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ হবে।

নিজে করি-5.5

1) $2^5 \times 2^7 = \square$ 2) $(-3)^{18} \times (-3)^{12} = \square$ 3) $10^8 \times 10^2 = \square$

4) $2^{15} \div 2^{13} = \square$ 5) $9^{15} \div 9^{14} = \square$ 6) $11^6 \div 11^4 = \square$

অন্যরকম ধর্ম খুঁজি

1) $2^5 \div 2^5 = \frac{2^5}{2^5} = 1$ আবার $2^5 \div 2^5 = 2^{5-5} = 2^0$

$\therefore 2^0 = 1$

2) $(-5)^6 \div (-5)^6 = 1$

$(-5)^6 \div (-5)^6 = (-5)^{6-6} = (-5)^0$

$\therefore (-5)^0 = 1$

$\therefore$ a (শূন্য ছাড়া) যেকোনো একটি পূর্ণসংখ্যা হলে $a^0 = 1$

নিজে করি-5.6

ফাঁকা ঘরে সংখ্যা বসাই:

1) $9^2 \div 9^2 = \square$ 2) $7^3 \div \square = 1$ 3) $11^0 = \square$

4) $1 = 13^{\square}$ 5) $1 = (-13)^{\square}$

এবার ঘাতের গুণফল আকারে প্রকাশিত সংখ্যার নিধান আলাদা কিন্তু একই সূচকের কী ধর্ম পাই দেখি:

$$2^2 \times 3^2 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 2 \times 3 \times 2 \times 3 = 6 \times 6 = 6^2 = (2\times3)^2$$

$$3^3 \times 5^3 = 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5$$

$$= 3 \times 3 \times 5 \times 3 \times 5 \times 5$$

$$= 3 \times 5 \times 3 \times 5 \times 3 \times 5 = 15 \times 15 \times 15 = 15^3 = (3\times5)^3$$

ফাঁকা পূরণ করি :

(i) $7^2 \times 3^2 = 7 \times 7 \times 3 \times 3 = \square^2 = (7\times3)^{\square}$ (ii) $5^3 \times 9^3 = 45^{\square} = (\square \times \square)^3$

(iii) $(-10)^4 \times 9^4 = (-90)^{\square} = (\square \times \square)^4$ (iv) $\square^3 \times 3^3 = (12)^3$

∴ a ও b দুটি যে কোনো পূর্ণসংখ্যা এবং m যে কোনো একটি পূর্ণসংখ্যা হলে,
$a^m \times b^m = (ab)^m$ হবে।

এবার ভাগের নতুন ধর্ম খুঁজি

$$\frac{2^2}{3^2} = \frac{2\times2}{3\times3} = \left(\frac{2}{3}\right) \left(\frac{2}{3}\right) = \left(\frac{\square}{\square}\right)^2$$

$$\frac{3^3}{5^3} = \frac{3\times3\times3}{5\times5\times5} = \left(\frac{3}{5}\right)^{\square}$$

∴ a ও b যে কোনো দুটি পূর্ণসংখ্যা [$b \neq 0$] এবং m যেকোনো পূর্ণসংখ্যা হলে,
$$\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$$

নিজে করি-5.7

(i) $6^5 \div 2^5 = \square$ (ii) $\square = 7^2 \div 2^2$ (iii) $10^2 = \square \times \square$

(iv) $(-4)^2 \times 6^2 = \square^2$ (v) $(5)^0 = \square$ (vi) $\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{\square}{\square}$

আবার

$$2^6 \div 2^7 = \frac{2^6}{2^7} = 2^{6-7} = 2^{-1}$$

$$2^6 \div 2^7 = \frac{2^6}{2^7} = \frac{2\times2\times2\times2\times2\times2}{2\times2\times2\times2\times2\times2\times2} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \boxed{2^{-1} = \frac{1}{2}}$$

আবার $3^{-1} = \frac{1}{\square}$ [যাচাই করি]

$\frac{1}{5} = \square^{-1}$ [যাচাই করি]

∴ পেলাম , a শূন্য ছাড়া যেকোনো পূর্ণসংখ্যা হলে
$$a^{-1} = \frac{1}{a}$$

এবার কোনো পূর্ণসংখ্যার সূচকের নতুন ধর্ম খুঁজি :

আবার

$(2^2)^2 = 2^2 \times 2^2 = 2^{2+2} = 2^4 = 2^{2\times2}$

$(3^2)^3 = 3^2 \times 3^2 \times 3^2 = 3^{2+2+2} = 3^6 = 3^{2\times3}$

$(4^7)^2 = \square \times \square = \square = 4^{7\times2}$

$(5^6)^4 = \square \times \square \times \square \times \square = 5^{24}$

∴ a যেকোনো পূর্ণসংখ্যা এবং m ও n দুটি যেকোনো পূর্ণসংখ্যা হলে,
$(a^m)^n = a^{m\times n}$

6 9×9 - কে 3 -এর ঘাত আকারে বিস্তার করি —

$9 = 3^2$

$9 \times 9 = 3^2 \times 3^2 = (3^2)^2 = 3^4$

7 $16 \times 16 \times 16$ -কে 4-এর ঘাত আকারে প্রকাশ করি —

$16 = 4\times4 = 4^2$

$16 \times 16 \times 16 = 4^2\times4^2\times4^2 = \square = 4^6$

8 $16 \times 16 \times 16$ - কে 2 -এর ঘাত আকারে প্রকাশ করি —

$16 \times 16 \times 16 = 4^6 = (2^2)^6 = 2^{12}$

9 **সূচকের মেশানো অঙ্ক কীভাবে সমাধানের পথে এগোব চেষ্টা করে দেখি—**

(i) $\dfrac{2^5 \times 2^7}{(2^5)^2} = \dfrac{2^{5+7}}{2^{10}} = \dfrac{2^{12}}{2^{10}} = 2^{12-10} = 2^2 = 4$

(ii) $\dfrac{(25)^2 \times (25)^4}{5^9} = \dfrac{(5^2)^2 \times (5^2)^4}{5^9} = \dfrac{5^4 \times 5^8}{5^9} = \dfrac{5^{4+8}}{5^9} = \dfrac{5^{12}}{5^9} = 5^{12-9} = 5^3 = 125$

নিজে করি-5.8

1) $8 \times 8 \times 8$ - কে 2 -এর ঘাত আকারে প্রকাশ করি।
2) $25 \times 25 \times 25 \times 25$ - কে 5 -এর ঘাত আকারে প্রকাশ করি।
3) $36 \times 36 \times 36$ - কে 6 এর ঘাত আকারে প্রকাশ করি।
4) 81×81 - কে 3 -এর ঘাত আকারে প্রকাশ করি।
5) মান নির্ণয় করি: (i) $\dfrac{2^6 \times 3^5}{(6)^5}$ (ii) $\dfrac{10^3 \times 10^4}{2^5 \times 5^4}$ (iii) $\dfrac{5^9 \times 5^6}{5^7}$ (iv) $\dfrac{6^4 \times 3^8}{3^{12}}$

(v) $\dfrac{25^2 \times 25^5}{5^{10}}$ (vi) $\dfrac{2^3 \times 3^9}{3^6 \times 6^3}$ (vii) $\left(\dfrac{a^7}{a^5}\right) \times a^2$ $(a \neq 0)$ (viii) $\dfrac{3 \times 7^2 \times 2^4}{21 \times 112}$

পৃথিবীর ভর 5970 , 000 , 000 , 000 , 000 , 000 , 000 , 000 কিগ্রা. = 597×10^{22} কিগ্রা.
শুক্রগ্রহের ভর 4870 , 000 , 000 , 000 , 000 , 000 , 000 , 000 = 487×10^{22} কিগ্রা.
বুধগ্রহের ভর 330 , 000 , 000 , 000 , 000 , 000 , 000 , 000 কিগ্রা. = 33×10^{22} কিগ্রা.

পৃথিবী থেকে সূর্যের দূরত্ব = 149600000 কিমি.

পৃথিবী থেকে সূর্যের দূরত্ব সহজে 10-এর ঘাতের মাধ্যমে লেখার চেষ্টা করি:

$$
\begin{aligned}
149600000 &= 14960000 \times 10 \\
&= 1496000 \times 10^2 \\
&= 149600 \times 10^3 \\
&= 14960 \times 10^4 \\
&= 1496 \times 10^5 \\
&= \frac{1496}{100} \times 10^5 \times 100 = 14.96 \times 10^7
\end{aligned}
$$

$\therefore$ পৃথিবী থেকে সূর্যের দূরত্ব = 14.96×10^7 কিমি.।

সূর্য থেকে শুক্র গ্রহের দূরত্ব = 108.2×1000000 কিমি. = 1082×10^5 কিমি.।

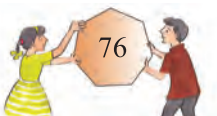
$= \frac{1082}{100} \times 10^5 \times 10^2$ কিমি. = 10.82×10^7 কিমি.।

আবার $1496 > 1082$ বা $14.96 > 10.82$

$\therefore$ পৃথিবী ও সূর্যের দূরত্ব , শুক্রগ্রহ ও সূর্যের দূরত্বের চেয়ে বেশি ।

এরকম বড়ো সংখ্যাকে ঘাতে প্রকাশ করলে আমরা সহজে বুঝতে পারি কোন সংখ্যাটি বড়ো এবং কোন সংখ্যাটি ছোটো।

কষে দেখি — 5

1. নীচের দূরত্বগুলি 10-এর ঘাতে প্রকাশ করে সহজে বোঝার চেষ্টা করি —
   সূর্যের থেকে বুধের দূরত্ব 57900000 কিমি.
   সূর্যের থেকে মঙ্গল ও বৃহস্পতির দূরত্ব যথাক্রমে 227900000 কিমি. এবং 778300000 কিমি.
2. ফাঁকা ঘর পূরণ করি— i) পৃথিবী এবং চাঁদের দূরত্ব 384, 000, 000 মিটার = $384 \times 10^{\square}$ মিটার
   ii) শূন্যস্থানে আলোর গতিবেগ 3,00,000,000 মিটার / সেকেন্ড = $3 \times \square$ মিটার / সেকেন্ড
3. নীচের সংখ্যাগুলি 10-এর ঘাতে প্রকাশ করি (দশমিকের পর 1, 2 ও 3 ঘর পর্যন্ত)—
   i) 978 ii) 159217
4. নীচের বিস্তার থেকে সংখ্যাগুলি লিখি —
   i) $3 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 7 \times 10 + 2$ ii) $2 \times 10^3 + 3 \times 10 + 5$
   iii) $8 \times 10^4 + 2 \times 10^3 + 3 \times 10^2 + 6$ iv) $9 \times 10^4 + 5 \times 10^3 + 6 \times 10^2 + 7 \times 10$
5. সরল করি এবং নীচের প্রত্যেকটিকে ঘাতের আকারে প্রকাশ করি—
   (i) $\frac{2^3 \times 3^5 \times 16}{3 \times 32}$ (ii) $[(6^2)^3 \times 6^4] \div 6^7$ (iii) $\frac{3 \times 7^2 \times 11^0}{21 \times 7}$
   (iv) $\frac{4^5 \times a^8 b^3}{4^5 \times a^5 b^2}$ $(a,b \neq 0)$ (v) $(3^0 + 2^0) \times 5^0$ (vi) $\frac{2^8 \times x^7}{4^3 \times x^3}$ $(x \neq 0)$

6. বীজগাণিতিক প্রক্রিয়া

আমি, তীর্থ ও সায়ন আজ দেশলাই কাঠি দিয়ে নানানভাবে ত্রিভুজাকার, বর্গাকার ও আয়তাকার চিত্র তৈরি করব।

তাই অনেকগুলি দেশলাই কাঠি নিয়ে টেবিলে রেখেছি। বুলু এবং সাবিনাও আমাদের এই মজার খেলায় যোগ দিল।

তীর্থ করল		4টি কাঠির প্রয়োজন।
		☐ টি কাঠির প্রয়োজন।
		☐ টি কাঠির প্রয়োজন।

তীর্থর এই কাঠির সজ্জা থেকে এইরকম যেকোনো সজ্জায় কতগুলি কাঠি প্রয়োজন হিসাব করার চেষ্টা করি:

তীর্থর 1 টি বর্গাকার চিত্রের জন্য ☐ টি দেশলাই কাঠির প্রয়োজন।

2 টি বর্গাকার চিত্রের জন্য 4×2 টি দেশলাই কাঠির প্রয়োজন।

3 টি বর্গাকার চিত্রের জন্য 4×3 টি দেশলাই কাঠির প্রয়োজন।

তাই এইরকম x টি বর্গাকার চিত্রের জন্য $4 \times x$ টি দেশলাই কাঠির প্রয়োজন।

$= 4x$ টি দেশলাই কাঠির প্রয়োজন।

4x -এ x ☐ সংখ্যা [চল/ধ্রুবক] এবং 4 ☐ সংখ্যা [চল/ধ্রুবক]

কিন্তু বুলু একটু অন্যভাবে করল

→	$(3 + 1)$ টি কাঠি প্রয়োজন
→	$(3 \times 2 + 1)$ টি কাঠি প্রয়োজন
→	$(3 \times 3 + 1)$ টি কাঠি প্রয়োজন

বুলুর এই কাঠির সজ্জা থেকে এইরকম যেকোনো সজ্জায় কতগুলি কাঠি প্রয়োজন হিসাব করার চেষ্টা করি —

বুলুর এইরকম 1টি বর্গাকার চিত্রের জন্য $(3 + 1)$ টি $= 4$টি কাঠির প্রয়োজন।

কিন্তু 2টি বর্গাকার চিত্রের জন্য $(3 \times 2 + 1)$টি = 7 টি কাঠির প্রয়োজন।

3টি বর্গাকার চিত্রের জন্য 3×3টি + 1টি = 10 টি কাঠির প্রয়োজন।

x টি বর্গাকার চিত্রের জন্য $3 \times x$ টি+ 1টি = $(3x + 1)$ টি কাঠির প্রয়োজন।

$(3x + 1)$ সংখ্যামালায় x ☐ [চল/ধ্রুবক], 3 ও 1 ☐ সংখ্যা [চল/ধ্রুবক]

সাবিনা যে ধরনের সজ্জা তৈরি করল	△	→ ☐ টি কাঠির প্রয়োজন
	△ ▽	→ ☐ টি কাঠির প্রয়োজন
	△ ▽ △	→ ☐ টি কাঠির প্রয়োজন

কিন্তু সায়ন করল	△	→ (☐ + ☐) টি কাঠির প্রয়োজন
	△▽	→ (☐ × ☐ + ☐) টি কাঠির প্রয়োজন
	△▽△	→ (☐ × ☐ + ☐) টি কাঠির প্রয়োজন

সাবিনা ও সায়নের কাঠির যেকোনো একটি সজ্জায় কতগুলি দেশলাই কাঠি প্রয়োজন তার হিসাব করে বীজগাণিতিক সংখ্যামালায় প্রকাশ করি।

এই 4x, $(3x + 1)$-এ চল ও ধ্রুবক সংখ্যা দুই-ই আছে। এদের কী বলা হয়?

4x, $(3x + 1)$ এদের বীজগাণিতিক সংখ্যামালা বলা হয়। কিছু চল ও কিছু ধ্রুবক যোগ, বিয়োগ, গুণ ও ভাগের সাহায্যে বীজগাণিতিক সংখ্যামালা তৈরি হয়। $(3x + 1)$ এই বীজগাণিতিক সংখ্যামালায় 3x একটি পদ ও 1 অন্য একটি পদ।

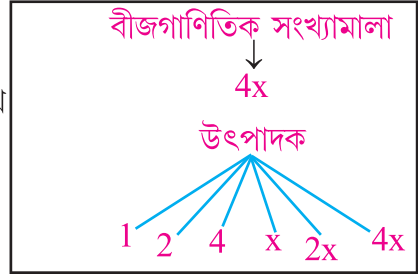
নিজে করি-6.1

আমরা বীজগাণিতিক সংখ্যামালা লিখি ও পদগুলি খুঁজি

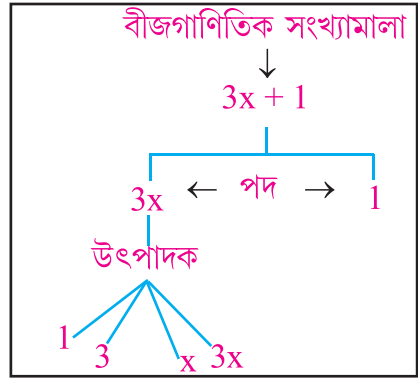
4x, 3x + 1, 2x + 1, 6p - 1, 3y + 6.

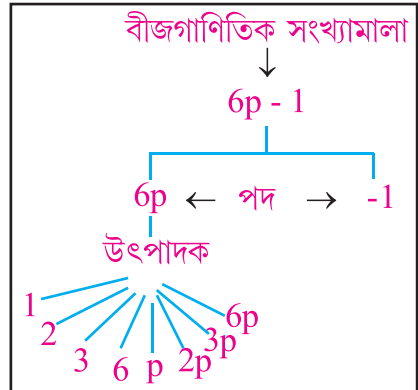
বীজগাণিতিক সংখ্যামালা	পদগুলি	পদসংখ্যা	বীজগাণিতিক সংখ্যামালার প্রকারভেদ	চল	ধ্রুবকসংখ্যা
4x	4x	1টি		x	4
3x + 1	3x ও 1	2টি		x	3, 1
2x + 1			দ্বিপদী		
6p - 1					
3y + 6					

4x বীজগাণিতিক সংখ্যামালাটির ধ্রুবক সংখ্যা 4-এর সাথে চল x গুণ করা হয়েছে। 4x-এর উৎপাদক 1, 2, 4, x, 2x ও 4x

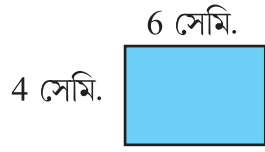
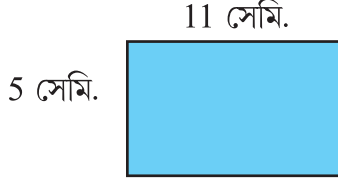
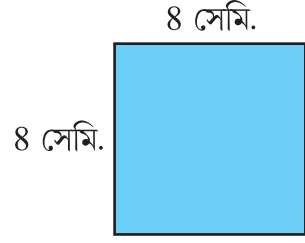
4x-এর পদ 1টি। তাই 4x একপদী বীজগাণিতিক সংখ্যামালা।

1 (3x + 1)-এই বীজগাণিতিক সংখ্যামালাটিকে উৎপাদক গাছের মতো চিত্রে দেখি।

দেখছি, 3x + 1 বীজগাণিতিক সংখ্যামালার দুটি পদ।

তাই 3x + 1 দ্বিপদী বীজগাণিতিক সংখ্যামালা।

2 (6p - 1)-এই বীজগাণিতিক সংখ্যামালাটিকে উৎপাদক গাছের মতো চিত্রে দেখি।

6p - 1 ☐ পদী বীজগাণিতিক সংখ্যামালা।

নিজে করি-6.2

1) 2x + 1, 2) 3y + 6-এই বীজগাণিতিক সংখ্যামালাগুলি উৎপাদক গাছের মতো চিত্র এঁকে পদ ও উৎপাদকগুলি দেখাই।

এবার তীর্থ অনেকগুলি আয়তাকার চিত্র আঁকল।

ক্ষেত্রফল = 6×4 বর্গসেমি. ক্ষেত্রফল = ☐ বর্গসেমি. ক্ষেত্রফল 8×8 বর্গসেমি. = 8^2 বর্গসেমি.

যদি এমন হয় → y সেমি. x সেমি.

সেক্ষেত্রে ক্ষেত্রফল $x \times y$ বর্গসেমি.

☐ = xy বর্গসেমি.

এখানে দুটি চল x ও y

আবার, দৈর্ঘ্য 2x একক এবং প্রস্থ y একক হলে ক্ষেত্রফল $(2x \times y)$ বর্গ একক = 2xy বর্গ একক

এখানেও দুটি চল ☐ ও ☐

বর্গাকার চিত্রের একটি বাহু x সেমি. ∴ ক্ষেত্রফল = $x \times x$ বর্গসেমি.

= x^2 বর্গসেমি. [$\because$ $2\times2 = 2^2$], এখানে চল ☐ টি।

এক্ষেত্রে যেহেতু একক আছে যেমন সেমি.,

তাই xy বর্গসেমি., 2xy বর্গসেমি., x^2 বর্গসেমি. বীজগাণিতিক সংখ্যামালা।

$2\times2\times2 = 2^{\square}$, তাই $x\times x\times x = x^{\square}$, x^3 -এ চল ☐ টি।

আজ আমরা নানান বীজগাণিতিক সংখ্যামালা তৈরি করব ও সেই সংখ্যামালার বিভিন্ন দিক নিয়ে আলোচনা করব।

3 $5x^2 + y$ কেমন করে পেলাম দেখি—

প্রথমে x -এর সাথে x গুণ করে x^2 পেয়েছি।

এবার x^2 -এর সাথে 5 গুণ করে $5x^2$ পেলাম।

তারপর $5x^2$-এর সাথে y যোগ করেছি। $5x^2 + y = 5 \times x \times x + y$

$5x^2 + y$ বীজগাণিতিক সংখ্যামালায় দেখছি, পদ 2 টি।

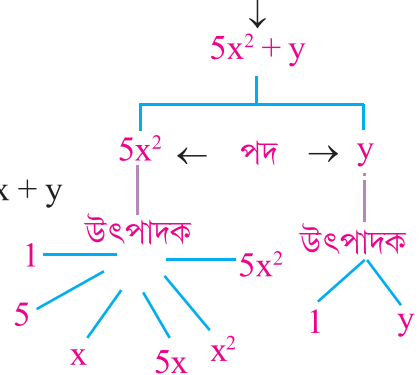
চল x ও y এবং ধ্রুবক সংখ্যা 5 ও 1

বীজগাণিতিক সংখ্যামালা ↓ $5x^2 + y$

$5x^2$ ← পদ → y

$5x^2$ -এর উৎপাদক: 1, 5, x, 5x, x^2, $5x^2$

y -এর উৎপাদক: 1, y

কিন্তু $5x^2$-এই বীজগাণিতিক সংখ্যামালায় 5কে x^2-এর কী বলব? 5-কে x^2-এর সহগ বলা হয়।

$5x^2$-এ 5 -এর সহগ x^2 ও $5x$ -এর সহগ □ এবং x^2 -এর সহগ □

4 $2xy^2 + 3y$ কেমন করে পেলাম দেখি।

প্রথমে y-এর সাথে □ গুণ করে y^2 পেলাম।

এবার, 2, x ও y^2 □ করে $2xy^2$ পেলাম। 3 ও y গুণ করে 3y পেলাম।

এবার $2xy^2$ ও 3y যোগ করলাম।

$2xy^2 + 3y =$ □ × □ × □ × □ + □ × □

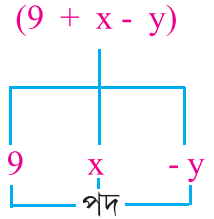
$2xy^2 + 3y$ বীজগাণিতিক সংখ্যামালায় □ টি পদ আছে। তাই এটি □ পদী। এখানে x ও y □ (চল/ ধ্রুবক)।

$2xy^2$-এ x-এর সহগ $2y^2$, xy^2-এর সহগ □, y -এর সহগ □ এবং y^2 -এর সহগ □

$2xy^2$ বীজগাণিতিক সংখ্যামালায় xy^2 -এর সংখ্যাগত সহগ 2

5 (9 + x - y) এই বীজগাণিতিক সংখ্যামালাকে উৎপাদক গাছের চিত্রের মতো সাজাই ও কী পেলাম দেখি -

দেখছি (9 + x - y)-এর □ টি পদ আছে,

∴ 9 + x - y একটি □ পদী বীজগাণিতিক সংখ্যামালা।

6 কিন্তু 9 + x - y বীজগাণিতিক সংখ্যামালায় x ও y-এর সহগ কী?

$x = 1 \times x$, ∴ x -এর সহগ □

$-y =$ □ $\times y$, ∴ y -এর সহগ □

নীচের বীজগাণিতিক সংখ্যামালা দেখে ও বুঝে ফাঁকা ঘরে লিখি —

বীজগাণিতিক সংখ্যামালা	পদ গুলি	পদসংখ্যা	পদসংখ্যা কথায়	চল গুলি	ধ্রুবক ছাড়া পদ	চল সংখ্যাযুক্ত পদের উৎপাদকে বিশ্লেষণ
xy + 8	xy, 8	2	দ্বিপদী	x,y	xy	xy = x×y
7x+2y	7x,2y	2		x,y	7x, 2y	7x = 7×x 2y =2×y
5z-2xz				x,z	5z, -2xz	
x^2+2x+3	x^2,2x,3	3	ত্রিপদী			
x+y+5						
x^3y+5x						

$2x + 3y + 4z + 7p + 5q + 6r$ এরকম অনেকগুলি পদ বিশিষ্ট বীজগাণিতিক সংখ্যামালাকে কী বলব?

এদের বহুপদী সংখ্যামালা বলে।

তাহলে একপদী, দ্বিপদী, ত্রিপদী এরা কি বহুপদী সংখ্যামালা নয়?

প্রত্যেকেই বহুপদী সংখ্যামালা। কিন্তু পদ অনুযায়ী আলাদা আলাদা নাম বলা হয়।

বীজগাণিতিক সংখ্যামালার পদগুলির উৎপাদকে বিশ্লেষণ করি ও তাদের মধ্যে মিল খুঁজি।

তুলি ও রশিদ ঠিক করেছে তারা তাদের জানা কিছু বীজগাণিতিক সংখ্যামালা ব্ল্যাকবোর্ডে লিখবে।

তারা লিখল—

আমরা এই বীজগাণিতিক সংখ্যামালার পদগুলিকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করি।

$8x = 2\times2\times2\times x$

$12xy = 2\times2\times3\times x\times y$

$3x^2y = 3.x.x.y$

$9xy^2 = 3.3.\square.\square.\square = 3\times3\times\square\times\square\times\square$

$2xyz = 2.x.y.z$

$2xy^2 = 2.\square.\square.\square$, $\quad 3x = \square.\square$

বাকিগুলির উৎপাদকে বিশ্লেষণ নিজে করি।

দেখছি, উপরের কিছু বীজগাণিতিক সংখ্যামালায় একজাতীয় পদ আছে। যেমন $8x$ ও $3x$ বা $9xy^2$ ও $2xy^2$। এই ধরনের বীজগাণিতিক পদগুলিকে কী বলব? আবার কিছু বীজগাণিতিক সংখ্যামালায় ভিন্ন জাতীয় পদ আছে যেমন $8x$, $12xy$। এই ধরনের বীজগাণিতিক পদগুলিকেও কী বলব?

দুই বা দুইয়ের বেশি পদযুক্ত বীজগাণিতিক সংখ্যামালায় একজাতীয় পদগুলিকে **সদৃশ** পদ এবং ভিন্ন জাতীয় পদগুলিকে **অসদৃশ** পদ বলা হয়।

যেমন —$2xyz$ ও $11xyz$ পরস্পর **সদৃশ** পদ। আবার $8x$ ও $12xy$ পরস্পর **অসদৃশ** পদ।

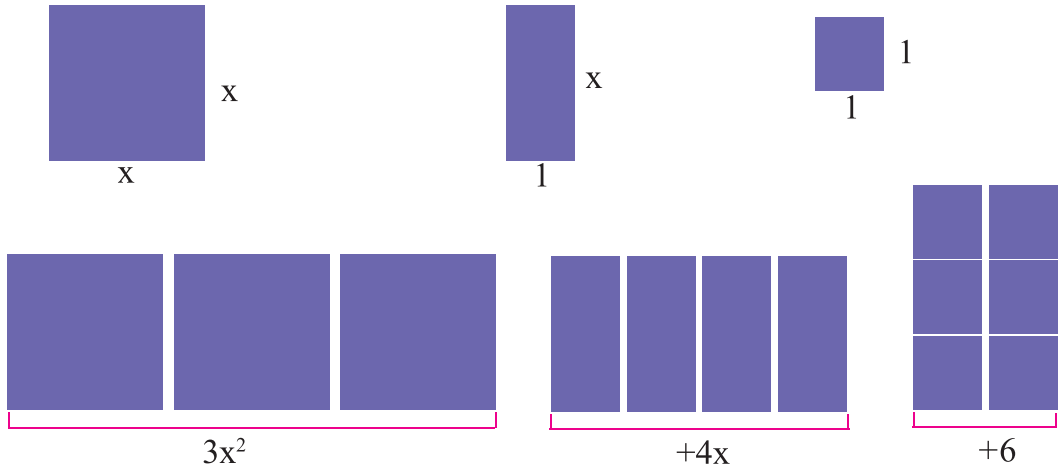
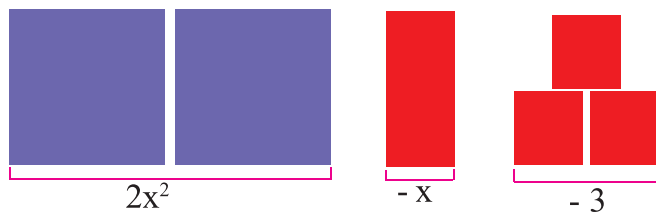
হাতেকলমে কাগজ কেটে বর্গক্ষেত্রাকার ও আয়তক্ষেত্রাকার রঙিন কার্ডের সাহায্যে বীজগাণিতিক সংখ্যামালা (i) $3x^2 + 4x + 6$ (ii) $2x^2 - x - 3$ লিখি।

(1) প্রথমে অনেকগুলি পিচবোর্ডের বর্গক্ষেত্রাকার ও আয়তক্ষেত্রাকার টুকরো তৈরি করলাম।
2 সেমি. দৈর্ঘ্য ও 2 সেমি. প্রস্থের কিছু বর্গক্ষেত্রাকার পিচবোর্ড কাটলাম।
2 সেমি. দৈর্ঘ্য ও 1 সেমি. প্রস্থের কিছু আয়তক্ষেত্রাকার পিচবোর্ড কাটলাম।
1 সেমি. দৈর্ঘ্য ও 1 সেমি. প্রস্থের কিছু বর্গক্ষেত্রাকার পিচবোর্ড কাটলাম।

(2) 2 সেমি. × 2 সেমি. বর্গক্ষেত্রাকার পিচবোর্ডের একদিকে নীল রং ও অন্যদিকে লাল রঙের কাগজ আটকে দিলাম।
2 সেমি. × 1 সেমি. আয়তক্ষেত্রাকার পিচবোর্ডের একদিকে নীল রং ও অন্যদিকে লাল রঙের কাগজ আটকে দিলাম।
1 সেমি. × 1 সেমি. বর্গক্ষেত্রাকার পিচবোর্ডের একদিকে নীল রং ও অন্যদিকে লাল রঙের কাগজ আটকে দিলাম।

নীচের ছবির মতো অনেকগুলি বর্গক্ষেত্রাকার ও আয়তক্ষেত্রাকার নীল রঙের পিচবোর্ডের কার্ড তৈরি করলাম।

ধরি, 1 টি 2 × 2 নীল বর্গক্ষেত্রাকার কার্ড → x^2, 1 টি 2 × 1 নীল আয়তক্ষেত্রাকার কার্ড → x ও 1 টি 1 × 1 নীল বর্গক্ষেত্রাকার কার্ড → 1 আবার 1 টি 2 × 2 লাল বর্গক্ষেত্রাকার কার্ড → $(-x^2)$, 1 টি 2 × 1 লাল আয়তক্ষেত্রাকার কার্ড → (-x) ও 1 টি 1 × 1 লাল বর্গক্ষেত্রাকার কার্ড → -1

(3) এই রঙিন পিচবোর্ডের টুকরোগুলি দিয়ে $(3x^2 + 4x + 6)$ সাজাই

(4) এই রঙিন পিচবোর্ডের টুকরোগুলি দিয়ে $(2x^2 - x - 3)$ সাজাই

প্রতি ঘরে দুই বা দুইয়ের বেশি বীজগাণিতিক সংখ্যামালা দেওয়া আছে। তাদের পদগুলির মধ্যে সম্পর্ক খুঁজি —

দুই বা ততোধিক বীজগাণিতিক সংখ্যামালা	প্রতিটি বীজগাণিতিক সংখ্যামালার পদের মৌলিক উৎপাদকগুলি	বীজগাণিতিক পদগুলি সদৃশ না অসদৃশ
$8x$ $2x$ $-2x$	2, x 2, x 2, x	সদৃশ
$2xy$ $-xy$ $7yx$	1, 2, x, y ☐ ☐	☐
$3x^2y$ $5x^2y$ xy^2	☐ ☐ ☐	অসদৃশ
ab^2 $-2ab^2$	☐ ☐	☐

কষে দেখি— 6.1

1. বীজগাণিতিক সংখ্যামালা তৈরি করি।

(a) x-এর সঙ্গে y যোগ।

(b) z থেকে x বিয়োগ।

(c) p-এর দ্বিগুণের সঙ্গে q যোগ ।

(d) x-এর বর্গের সঙ্গে x গুণ ।

(e) x ও y-এর যোগফলের $\frac{1}{4}$ অংশ।

(f) a ও b-এর গুণফলের 4 গুণের সঙ্গে 7 যোগ করলাম।

(g) x-এর দ্বিগুণের সঙ্গে y-এর অর্ধেক যোগ ।

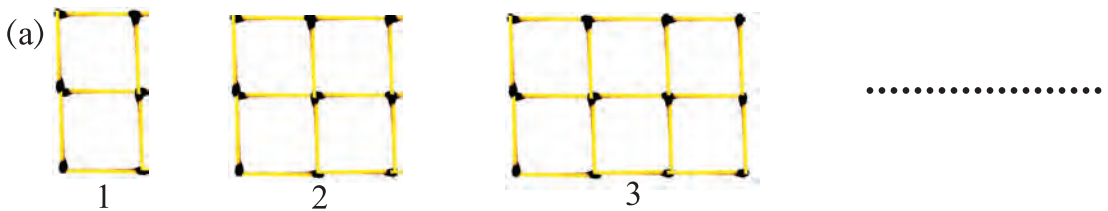
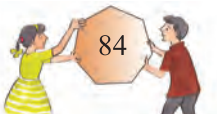
(h) x ও y-এর সমষ্টি থেকে x ও y-এর গুণফল বিয়োগ ।

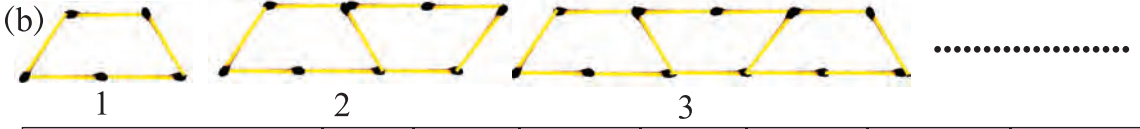
2. নীচের দেশলাই কাঠির প্যাটার্ন দেখি ও ছকে লিখি।

(a)

1

2

3

উপরের দেশলাই কাঠি দিয়ে তৈরি প্যাটার্নের সংখ্যা	1	2	3	4	5	6	7	....
দেশলাই কাঠির সংখ্যা	7	12						

এবার চল দিয়ে সাধারণ নিয়মটি তৈরি করি।

(b)

ট্রাপিজিয়ামের সংখ্যা	1	2	3	4	5	6	....
দেশলাই কাঠির সংখ্যা	5	9					

এবার চল দিয়ে সাধারণ নিয়ম তৈরি করি।

3. নীচের বীজগাণিতিক সংখ্যামালাগুলি উৎপাদক গাছের চিত্রের আকারে সাজিয়ে প্রত্যেকটি পদের মৌলিক উৎপাদকগুলি দেখাই ও তারা কতপদী সংখ্যা তা লিখি।

(a) $5x$ (b) $7 + 2x + x^2$ (c) $x^2 + x + 1$ (d) $2x^2y + 7$

(e) $2y^3 + y$ (f) $x^2y + xy^2 + xyz$ (g) $xy + 2x^2y^2$ (h) $5x + 2y$

4. নীচে বীজগাণিতিক সংখ্যামালায় ধ্রুবক ছাড়া অন্য পদগুলির সংখ্যামূলক সহগ (Numerical co-efficient) লিখি।

(a) $2x + 3y$ (b) $x^2 + 2x + 5$ (c) $x + 5xy - 7y$

(d) $-5 - z$ (e) $x^3 + x - y$ (f) $\frac{x}{2} + 4$

5. নীচের বীজগাণিতিক সংখ্যামালায় x উৎপাদকযুক্ত পদের বা পদগুলির x-এর সহগ লিখি।

(a) $y^3x + y^2$ **(b)** $15z^2 - 8zx$ **(c)** $-x - y + 2$ **(d)** $4 + y + yx$ **(e)** $2 + x + xy^2$ **(f)** $15xy^4 - 14$

6. নীচের বীজগাণিতিক পদগুলির মধ্যে সদৃশ পদগুলি আলাদা আলাদা ঘরে লিখি।

$2x, y, 12xy, 13y^2, -5x, 18y, -4xy, -2y^2, 21x^2y, 3x, 3xy, -xy, -y, -6x^2, -15x^2$

7. নীচের জোড়া পদগুলির মধ্যে কোনগুলি সদৃশপদ ও কোনগুলি অসদৃশপদ তা যুক্তি দিয়ে লিখি।

(a) $2x,\ 3y$, (b) $7x,\ 8x$, (c) $-29x,\ 6x$ (d) $4xy,\ 6yz$ (e) $-15yx,\ 8xy$ (f) $5xy, 6x^2y^2$

8. নীচের বীজগাণিতিক সংখ্যামালায় যে পদটিতে x^2 পদ আছে সেটি লিখি এবং x^2-এর সহগ লিখি।

(a) $5 - xy^2$ (b) $-6x^2 - 8y$ (c) $3x^2 - 15xy^2 - 8y^2$

(d) $2 + 3x^2y + 4x$ (e) $5 - 6x^2y^2 + 6xy$

বাজারে যাই

7 আজ আমি ও দাদা বাজারে সবজি কিনতে যাব। আমরা প্রথমে 1 কিগ্রা. আলু ও 1 কিগ্রা. টম্যাটো কিনব।

1 কিগ্রা. টম্যাটোর দাম, 1 কিগ্রা আলুর চেয়ে 25 টাকা বেশি। যদি 1কিগ্রা. আলুর দাম x টাকা হয়, তবে 1 কিগ্রা. টম্যাটোর দাম কত টাকা হবে হিসাব করি।

ধরি, 1 কিগ্রা. আলুর দাম x টাকা।

$\therefore$ 1 কিগ্রা. টম্যাটোর দাম $(x + 25)$ টাকা।

আমাদের 1 কিগ্রা আলু ও 1 কিগ্রা. টম্যাটো কিনতে মোট খরচ

= x টাকা + $(x + 25)$ টাকা = $(x + x + 25)$ টাকা

$(x + x + 25)$ কে কীভাবে যোগ করব?

দুটি x যোগ করে 2x পাব। [$x + x = 1\times x + 1\times x = (1 + 1)x$ (বিচ্ছেদ নিয়ম অনুসারে)

$= 2\times x = 2x$]

তাই, $(x + x + 25)$ টাকা = $(2x + 25)$ টাকা।

সুতরাং, 1 কিগ্রা. আলু ও 1 কিগ্রা. টম্যাটো কিনতে মোট খরচ পড়বে = $(2x + 25)$ টাকা।

8 1 কিগ্রা. গাজরও কিনব। যদি 1 কিগ্রা. গাজরের দাম, 1 কিগ্রা. আলুর দামের চেয়ে 30 টাকা বেশি হয়, তবে মোট কত টাকা খরচ হবে হিসাব করি।

1 কিগ্রা. আলুর দাম x টাকা।

1 কিগ্রা. গাজরের দাম হবে $(x + \square)$ টাকা।

সেক্ষেত্রে 1 কিগ্রা. আলু, 1 কিগ্রা. টম্যাটো ও 1 কিগ্রা. গাজর কিনতে মোট খরচ

$=\{(2x + 25) + (x + 30)\}$ টাকা

9 আমি $(2x + 25)$ ও $(x + 30)$ যোগ করি।

2x ও x মিলে অর্থাৎ 2টি x ও 1টি x মিলে হবে 3x [$2x+x = 2 \times x + 1 \times x$

$= (2+1) \times x$ (বিচ্ছেদ নিয়ম অনুসারে)

$= 3\times x$

$= 3x$]

আবার ধ্রুবক (x বর্জিত পদ) 25 ও 30 যোগ করে পাব $25 + 30 = \square$

সুতরাং পেলাম, $2x + 25 + x + 30$

$= (2x + x) + (25 + 30)$

$= \boxed{3x} + \boxed{55}$

$\therefore$ সেক্ষেত্রে আমাদের $(3x + 55)$ টাকা নিয়ে বাজারে যেতে হবে।

দেখছি, বীজগাণিতিক সংখ্যামালা $(2x + 25)$ ও $(x + 30)$ যোগ করার সময়,
সদৃশ পদগুলি পাশাপাশি লিখে যোগ করব।
তারপর অসদৃশ পদগুলির মধ্যে যোগ চিহ্ন দিয়ে যোগফল পাব।

10 বাজারে সাইকেল চেপে গেলাম। সাইকেল জমা রাখার স্ট্যান্ডে গিয়ে দেখি অনেক সাইকেল রাখা আছে। এই অনেক সাইকেলের মোট চাকার সংখ্যা কত হতে পারে দেখি।

ধরি, সাইকেলের সংখ্যা x

1টি সাইকেলের 2টি চাকা।
xটি সাইকেলের $2 \times x = \boxed{2x}$ টি চাকা।

কিছু দূরে অনেক রিকশা সারি দিয়ে দাঁড়িয়ে আছে।

1টি রিকশার $\square$ টি চাকা।
yটি রিকশার $3 \times y = \boxed{3y}$ টি চাকা।

তাহলে, xটি সাইকেল ও yটি রিকশার মোট চাকার সংখ্যা = $(\square + \square)$টি

$= (2x + 3y)$টি

দেখছি, $2x$ ও $3y$ $\square$ পদ [সদৃশ/অসদৃশ]

কিন্তু $2x$ ও $3y$ যোগ করে কী পাব?

$2x$ ও $3y$ অসদৃশ পদ। তাই $2x$ ও $3y$ যোগ করে পাব $2x + 3y$

11 বাজার থেকে বাড়ি ফিরে আমরা ঠিক করলাম, দাদা দুটি বা দুটির বেশি বীজগাণিতিক সংখ্যামালা লিখবে, আর আমি সেগুলি যোগ করার চেষ্টা করব।

দাদা লিখল, $2x, 3x, 11x$

$2x$, $3x$ ও $11x$ যোগ করে পাই, $2x + 3x + 11x$

$= 2\times x + 3\times x + 11\times x$

$= (2 + 3 + 11)x$ [বিচ্ছেদ নিয়ম অনুযায়ী]

$= 16x$

12 দাদা লিখল, $-3x$, $-10x$, $-2x$

আমি যোগ করি,

$(-3x) + (-10x) + (-2x)$

$= (-3 - 10)x + (-2x)$

$= (-13x) + (-2x) = (-13 - 2)x = -15x$

দেখছি, বীজগাণিতিক রাশিমালার সদৃশ পদের যোগের সময়ে সদৃশপদের সংখ্যামূলক সহগের যোগ হয়।

13 আমি $(2x + 3y) + (3x + y)$ -এর মান খুঁজি।

$(2x + 3y) + (3x + y)$

$= (2x + 3x) + (3y + y)$ [সদৃশ পদগুলি আলাদা করলাম]

$= 5x + 4y$

14 এবার $5x$ থেকে $2x$ বিয়োগ করি।

অর্থাৎ $5x - 2x$

$= (5\times x) - (2\times x)$

$= (5-2)\times x$

$= 3x$

15 এবার $\{(-9a) + (-2a) + 5a\}$ যোগ করি।

$(-9a) + (-2a) + 5a$

$= (-9-2)a + 5a$

$= -11a + 5a$

$= (-11+5)a$

$= -6a$

16 $(5x^2 + 3x + 2)$ এবং $(x^2 - 2x + 1)$ যোগ করি।

$(5x^2 + 3x + 2) + (x^2 - 2x + 1)$

$= 5x^2 + 3x + 2 + x^2 - 2x + 1$

$= 5x^2 + \square + 3x - \square + 2 + 1$

$= 6x^2 + x + 3$

17 $(2a + 3b - 5)$ থেকে $(b + a)$ বিয়োগ করার চেষ্টা করি।

$(2a + 3b - 5) - (b + a)$ [$-(2 + 3) = -2 -3$ তাই, $-(b + a) = -b -a$]

$= 2a + 3b - 5 - b - a$

$= 2a - a + 3b - b - 5$

$= \square + \square - 5$

হাতেকলমে

কাগজ কেটে $(2x^2 + 3x + 5) + (3x^2 + 4x + 6)$ কত হয় দেখি।

(1) প্রথমে অনেকগুলি পিচবোর্ড কাটলাম বর্গক্ষেত্রাকার ও আয়তক্ষেত্রাকার টুকরো তৈরি করলাম।

2 সেমি. দৈর্ঘ্য ও 2 সেমি. প্রস্থের কিছু বর্গক্ষেত্রাকার পিচবোর্ড কাটলাম। এবার 2 সেমি. দৈর্ঘ্য ও1 সেমি. প্রস্থের কিছু আয়তক্ষেত্রাকার পিচবোর্ড কাটলাম। তারপর 1 সেমি. দৈর্ঘ্য ও 1 সেমি. প্রস্থের কিছু বর্গক্ষেত্রাকার পিচবোর্ড কাটলাম।

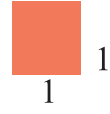
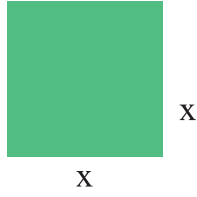
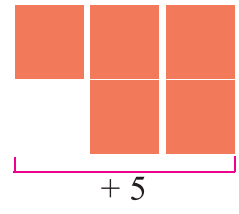
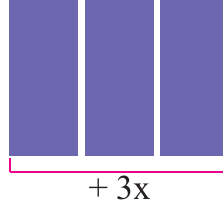
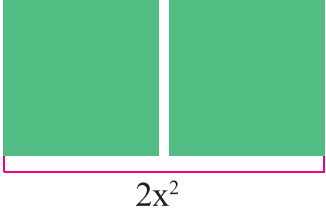
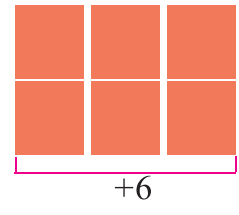
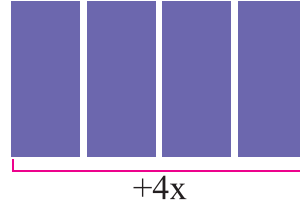
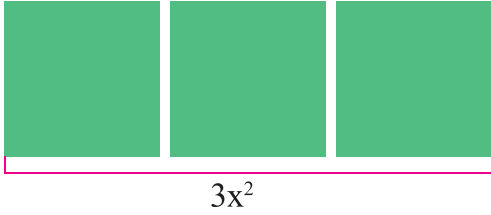
2 সেমি. × 2 সেমি. বর্গক্ষেত্রাকার পিচবোর্ডে সবুজ রঙের কাগজ আটকে দিলাম।

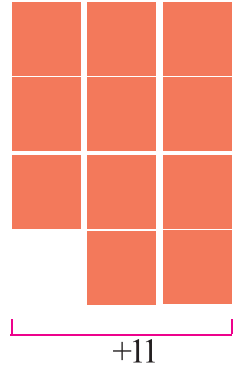
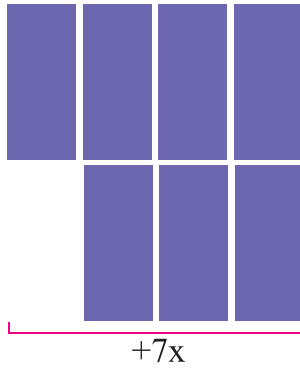
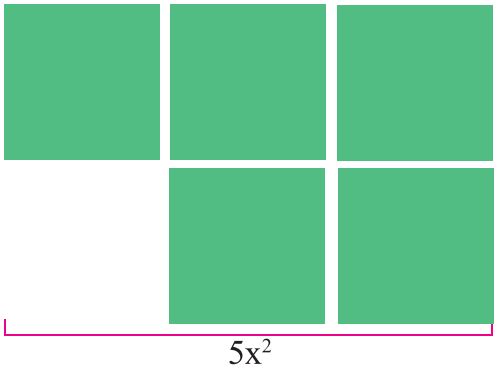
2 সেমি. × 1 সেমি. আয়তক্ষেত্রাকার পিচবোর্ডে নীল রঙের কাগজ আটকে দিলাম।

1 সেমি. × 1 সেমি. বর্গক্ষেত্রাকার পিচবোর্ডে লাল রঙের কাগজ আটকে দিলাম।

পরের পৃষ্ঠার ছবির মতো অনেকগুলি বর্গক্ষেত্রাকার ও আয়তক্ষেত্রাকার সবুজ, নীল ও লাল পিচবোর্ডের কার্ড তৈরি করলাম।

ধরি,

1টি সবুজ বর্গক্ষেত্রাকার কার্ড x^2, 1টি নীল আয়তক্ষেত্রাকার কার্ড x ও 1টি লাল বর্গক্ষেত্রাকার কার্ড 1

(2) এই রঙিন পিচবোর্ডের টুকরোগুলি দিয়ে ($2x^2 + 3x + 5$) সাজাই।

(3) এই পিচবোর্ডের রঙিন টুকরোগুলি দিয়ে ($3x^2 + 4x + 6$) সাজাই

(4) এবার উপরের দুটি বীজগাণিতিক সংখ্যামালা যোগ করি।

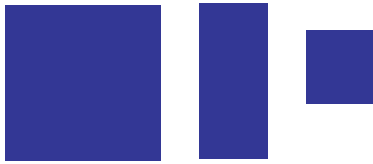
$2x^2 + 3x + 5$ ও $3x^2 + 4x + 6$-এ পাওয়া কাগজের টুকরোগুলি মিলিয়ে দিয়ে কী পাই দেখি —

(5) রঙিন পিচবোর্ডের টুকরোগুলি গুনে দেখছি, ☐ টি সবুজ বর্গক্ষেত্রাকার পিচবোর্ড, ☐ টি নীল আয়তক্ষেত্রাকার পিচবোর্ড ও ☐ টি লাল বর্গক্ষেত্রাকার পিচবোর্ড পেলাম। এই রঙিন বর্গক্ষেত্রাকার ও আয়তক্ষেত্রাকার পিচবোর্ডগুলি যে বীজগাণিতিক সংখ্যামালাকে বোঝাচ্ছে তা হলো $5x^2 + 7x + 11$

এভাবে যেকোনো এক চল সংখ্যাযুক্ত বীজগাণিতিক সংখ্যামালার যোগ পিচবোর্ডের রঙিন কাগজ দিয়ে হাতেকলমে করতে পারি।

রঙিন পিচবোর্ডের বর্গক্ষেত্রাকার ও আয়তক্ষেত্রাকার টুকরো দিয়ে হাতেকলমে বীজগাণিতিক সংখ্যামালা বিয়োগ করার চেষ্টা করি।

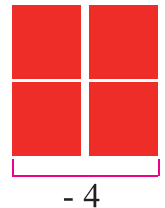
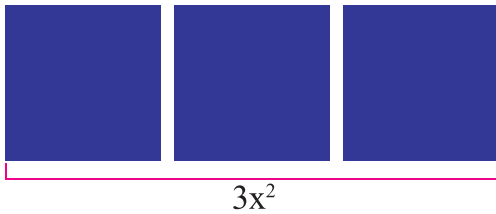
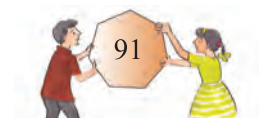
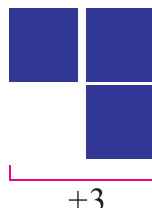
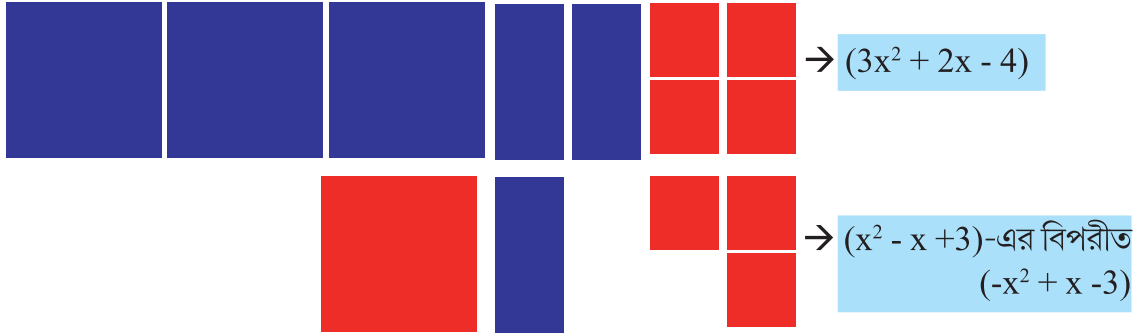
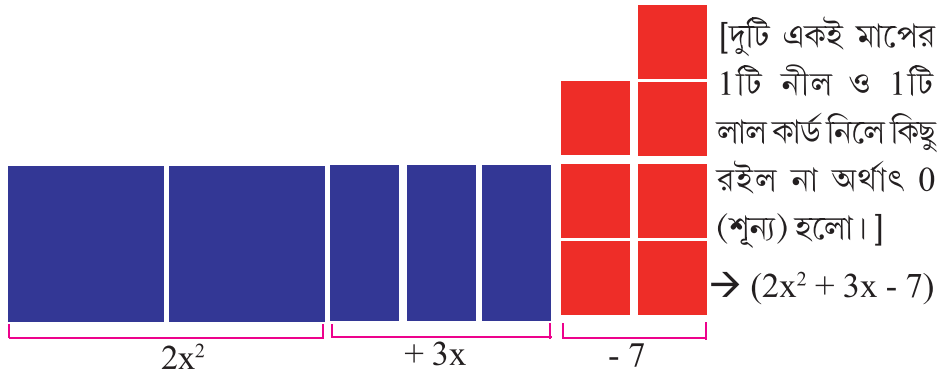
$(3x^2 + 2x - 4) - (x^2 - x + 3)$ কত হয় দেখি।

(1) প্রথমে অনেকগুলি 2সেমি. × 2সেমি. মাপের বর্গক্ষেত্রাকার, 2সেমি. × 1সেমি. মাপের আয়তক্ষেত্রাকার ও 1সেমি. × 1সেমি. মাপের বর্গক্ষেত্রাকার পিচবোর্ডের কার্ড তৈরি করলাম।

(2) এই পিচবোর্ডের বর্গক্ষেত্রাকার ও আয়তক্ষেত্রাকার কার্ডগুলোর একদিকে নীল ও উলটো দিকে লাল কাগজ আটকে দিলাম।

(3) 2সেমি. × 2সেমি. বর্গক্ষেত্রাকার কার্ডের (1) নীল দিক → x^2 (2) লাল দিক → $-x^2$

2সেমি. × 1সেমি. আয়তক্ষেত্রাকার কার্ডের (1) নীল দিক → x (2) লাল দিক → $-x$

1সেমি. × 1সেমি. বর্গক্ষেত্রাকার কার্ডের (1) নীল দিক → 1 (2) লাল দিক → -1

(4) $(3x^2 + 2x - 4)$ বীজগাণিতিক সংখ্যামালাকে কার্ডের মাধ্যমে প্রকাশ করি।

(5) $(x^2 - x + 3)$ বীজগাণিতিক সংখ্যামালাকে কার্ডের মাধ্যমে প্রকাশ করি।

(6) এবার বীজগাণিতিক সংখ্যামালার $(x^2 - x + 3)$কে $(3x^2 + 2x - 4)$ থেকে বিয়োগ করার জন্য $(x^2 - x + 3)$-এই বীজগাণিতিক সংখ্যামালার কার্ডকে উলটে দিয়ে মিলিয়ে দিলাম।

তাই হাতেকলমে পেলাম $(3x^2 + 2x - 4) - (x^2 - x + 3) = 2x^2 + 3x - 7$

এভাবে বীজগাণিতিক সংখ্যামালার বিয়োগ হাতেকলমে করা যাবে।

নিজে করি— 6.3

1) বীজগাণিতিক সংখ্যামালা $(2x^2 + x + 2)$ ও $(x^2 + 2x + 2)$ হাতেকলমে রঙিন কার্ড দিয়ে যোগ করি।

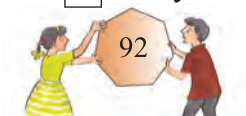
2) বীজগাণিতিক সংখ্যামালা $(5x^2 - 2x - 3)$ থেকে $(3x^2 + 3x - 2)$ হাতেকলমে রঙিন কার্ড দিয়ে বিয়োগ করি।

অন্যভাবে বীজগাণিতিক সংখ্যামালার যোগ ও বিয়োগ করার চেষ্টা করি।

18 $(5x + 2y)$ ও $(6x + 19y)$ যোগ করি।

$5x + 2y + 6x + 19y$

$= 5x + 6x + 2y + \square$

$= \square + 21y$

আমরা আগে উপরে নীচে সংখ্যা বসিয়ে যোগ করেছি। বীজগাণিতিক সংখ্যামালার যোগ বিয়োগও কি উপরে নীচে পদ বসিয়ে করতে পারব?

বীজগাণিতিক সংখ্যামালার যোগ ও বিয়োগও উপরে নীচে পদ বসিয়ে করা যায়। সেক্ষেত্রে যেকোনো পদের নীচে তার সদৃশ পদ বসানো হয়।

$$\begin{array}{rr} & 5x + 2y \\ & 6x + 19y \\ \hline \text{যোগ করি,} & 11x + 21y \\ \hline \end{array}$$

19 এবার $(2x - y + 3)$ ও $(8y - x - 1)$ যোগ করি।

$(2x - y + 3) + (8y - x - 1)$

$= 2x - x - y + 8y + 3 - 1$

$= \square + \square + 2$

অন্যভাবে পাই

$$\begin{array}{rr} & 2x - y + 3 \\ & -x + 8y - 1 \\ \hline \text{যোগ করি,} & \square + \square + 2 \\ \hline \end{array}$$

20 আমি $(7x - 3y + 2z + 3)$ ও $(2x^2 + 5x - 4z + 1)$ যোগ করি।

$(7x - 3y + 2z + 3) + (2x^2 + 5x - 4z + 1)$

$= 7x + 5x + 2x^2 - 3y + 2z - 4z + 3 + 1$

$= 12x + 2x^2 - 3y - 2z + 4$

$= 2x^2 + 12x - 3y - 2z + 4$

অন্যভাবে পাই,

$$\begin{array}{rr} & 7x - 3y + 2z + 3 \\ & 2x^2 + 5x \quad - 4z + 1 \\ \hline \text{যোগ করি,} & 2x^2 + 12x - 3y - 2z + 4 \\ \hline \end{array}$$

21 $(7x+3y)$ থেকে $(2x+5y)$ পাশাপাশি এবং উপরে নীচে সদৃশ পদ বসিয়ে কীভাবে বিয়োগ করব দেখি।

$(7x+3y)-(2x+5y)$

$= 7x+3y-2x-5y$

$= (7x-2x)+(3y-5y)$

$= 5x + (-2y)$

$= 5x - 2y$

দেখছি, বিয়োগ করা বলতে বিপরীত সংখ্যার যোগ করা বোঝায়।

অর্থাৎ $7x$ থেকে $2x$ বিয়োগ করা বলতে $7x$ -এর সাথে $2x$ -এর বিপরীত সংখ্যা অর্থাৎ $-2x$-এর যোগ করা বোঝায়।

$3y$ থেকে $5y$ বিয়োগ করা বলতে $3y$-এর সাথে $\square$ এর যোগ বোঝায়। [নিজে করি]

22 $(-9a+6b)$ থেকে $(7a-10b+c)$ বিয়োগ করার চেষ্টা করি।

$(-9a+6b)-(7a-10b+c)$

$= -9a+6b-7a+10b-c$

$= (-9a-7a)+6b+10b-c$

$= -16a+16b-c$

অন্যভাবে পাই,

$$\begin{array}{rrrr} & -9a & +6b & \\ & 7a & -10b & +c \\ & - & + & - \\ \hline \text{বিয়োগ করি,} & -16a & +16b & -c \end{array}$$

23 $(2x^2-5xy+9y^2)$ থেকে $(3y^2-9yz+z^2)$ বিয়োগ করে বিয়োগফল কী পাব হিসাব করে দেখি।

$(2x^2-5xy+9y^2)-(3y^2-9yz+z^2)$

$=2x^2-5xy+9y^2-3y^2+9yz-z^2$

$=2x^2-5xy+6y^2+9yz-z^2$

অন্যভাবে পাই

$$\begin{array}{rrrrrr} & 2x^2 & -5xy & +9y^2 & & \\ & & & 3y^2 & -9yz & +z^2 \\ & & & - & + & - \\ \hline \text{বিয়োগ করি,} & 2x^2 & -5xy & +6y^2 & +9yz & -z^2 \end{array}$$

নিজে করি — 6.4

1) যোগ করি :

(i) $(-5x+3y)$ ও $(18x-15y)$ (ii) $(7a-8b+2c)$ ও $(2a+3b-d)$

2) বিয়োগ করি :

(i) $(4mn+m+n)$ থেকে $(-mn-m+n)$ (ii) $(p^2+q^2-pq+p^2q)$ থেকে $(2q^2+3p^2-qp+pq^2)$

কষে দেখি — 6.2

1. **মনে মনে হিসাব করি :**

(i) $5x + 3x$ (ii) $9y-3y$ (iii) $-4y +7y$ (iv) $-10x-2x$

(v) $3a + 4a -2a$ (vi) $-7x-2x + 5x$ (vii) $6p-2p+3p$ (viii) $4x^2-2x^2-3x^2+x^2$

(ix) $5a^2b-2a^2b-3a^2b+8a^2b$ (x) $3x^2-6x^2-2x^2-x^2+6x^2$

2. (a) আমার বয়স x বছর। পল্লবী আমার থেকে 2 বছরের বড়ো। আমাদের দুজনের মোট বয়স হিসাব করি।

(b) আজ আমি x টি ফুলের মালা গেঁথেছি। মীর আমার গাঁথা মালার সংখ্যার দ্বিগুণের থেকে 6টি বেশি মালা গেঁথেছে। আমি ও মীর দুজনে মোট কতগুলি ফুলের মালা গেঁথেছি হিসাব করি।

(c) রাতুল আজকে x টাকার পেয়ারা, (x +15) টাকার আপেল, (2x +3) টাকার শশা কিনল। রাতুল আজকে মোট কত টাকার ফল কিনল হিসাব করি।

(d) গতবছরে ফিরোজা x দিন স্কুলে উপস্থিত ছিল। ফিরোজার বন্ধু মোহিনী (3x+13) দিন স্কুলে উপস্থিত ছিল। গতবছরে স্কুলে মোহিনীর উপস্থিতি ফিরোজার চেয়ে কত বেশি ছিল হিসাব করি।

(e) দীপুদা আজ (2x+19) টি কাগজ বিক্রি করেছে। কিন্তু গতকাল সে (5x-8) টি কাগজ বিক্রি করেছিল। দীপুদা আজকের তুলনায় গতকাল কত বেশি কাগজ বিক্রি করেছিল হিসাব করি।

(f) পরেশবাবু প্রতি মাসে 8x টাকা আয় করেন। কিন্তু প্রতি মাসে তিনি (3x-15) টাকা ব্যয় করেন। তিনি প্রতিমাসে কত টাকা সঞ্চয় করেন হিসাব করি।

3. **যোগ করি**

(i) $3a+b; 2a+4b; 5a-b$ (ii) $5a-4; 2a+3; 2a-4$ (iii) $6a^2+7a+3; 9a^2-2a+7; 4a^2-2a+9$
(iv) $2a^2b+5b^2a+7; 3a^2b-2b^2a+6; 8a^2b-b^2a+9$, (v) $4xy+5x+7y; -4xy -y-3x; 3xy-3y+2x$

4. **বিয়োগ করি**

(i) $(8x+6y)$ থেকে $(2x+3y)$ (ii) $(-3m^2+2m+2)$ থেকে (m^2-2)
(iii) $(2x+3y)$ থেকে $(8x+4y+7)$ (iv) $(-9a^2+3a+2)$ থেকে $(5a^2+2a-1)$
(v) x থেকে $(-2x^2+3y^2)$ (vi) $3x^2+5xy$ থেকে $2x^2 +xy+3y^2$

5. **সরল করি**

(a) $17x^2y-3xy^2+14x^2y+2xy^2$ (b) $-5b +18a +6b -2a$ (c) $4m^2+3n^2-(6m^2+7n^2)$
(d) $a-b-(b-a)$ (e) $(6p-4q+2r) + (2p+3q-4r)$ (f) $-x+y+z- (2x-3y+z)$
(g) $(x^2+2x-5)+(3x^2-8x+5)$ (h) $(7x^2-3x+3)-(2x^2-13x-7)$ (i) $6a-2b-ab-(3a+b-ab)+2ab-b+a$

6. রামুর $(13x^2+x-3)$ টাকা ছিল। সে $(4x^2-3x-12)$ টাকা খরচ করল। এখন হিসাব করে দেখি তার কাছে আর কত টাকা আছে।

7. একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে (x+4) সেমি., (2x+1) সেমি. ও (4x-8) সেমি.। এই ত্রিভুজের পরিসীমা কত তা হিসাব করে দেখি।

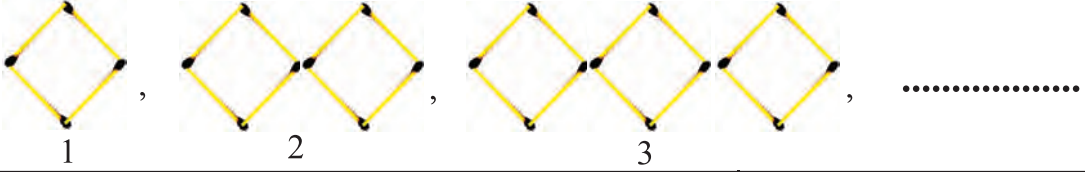
8. $-8x^2+8x+1$-এর সাথে কত যোগ করলে $-14x^2+11x-3$ পাব হিসাব করি।

9. $-11x-7y-9z$ -থেকে কত বিয়োগ করলে $-7x+3y-5z$ পাব হিসাব করি।

10. $(3x^2+4x)$ ও $(5x^2-x)$ -এর যোগফল $(3x-5x^2)$ -এর থেকে কত বেশি হিসাব করি।

11. $(5+9x)$ এবং $(6-7x+4x^2)$ এর যোগফল থেকে (x^2-9x) এবং $(-2x^2+3x+5)$ এর যোগফল বিয়োগ করি।

কাঠির সজ্জা দেখি

1, 2, 3, ...

বর্গাকার চিত্রের সংখ্যা	1	2	3	4	5	6	.... n
দেশলাই কাঠির সংখ্যা	4×1=4	4×2=8	4×3=12				.... 4×n =4n

দেখছি n সংখ্যক বর্গাকার চিত্রের জন্য কাঠি লাগবে 4×n টি
=4n টি

যখন, n =5 অর্থাৎ 5টি বর্গাকার চিত্রের জন্য প্রয়োজনীয় কাঠির সংখ্যা = 4× ☐ টি
= ☐ টি

কিন্তু n = 100 হলে অর্থাৎ 100 টি বর্গাকার চিত্রের জন্য প্রয়োজনীর কাঠির সংখ্যা = ☐× ☐ টি
= ☐টি

⊔ আকারের সংখ্যা	1	2	3	4	5	6	10	x
দেশলাই কাঠির সংখ্যা	3	5	7					.... 2x + 1

x সংখ্যক ⊔ আকারের জন্য মোট দেশলাই কাঠি লাগবে (2x + 1) টি।

x=6 বসিয়ে 6 টি ⊔ আকারের কাঠির জন্য প্রয়োজনীয় কাঠির সংখ্যা = (2×6+1)টি
= 13 টি

x=15 বসিয়ে পাই (2× ☐ + ☐) টি

24 5x+13 এই বীজগাণিতিক সংখ্যামালার মান খুঁজি যখন x = -2

$$5\times(-2)+13=-10+13=3$$

25 $(31-5x^2)$ এই বীজগাণিতিক সংখ্যামালার মান খুঁজি যখন x =2 ও 5

প্রথমে $31-5x^2$ বীজগাণিতিক সংখ্যামালায় x = 2 বসাই।

$31-5x^2$

$= 31 - 5\times 2^2 = 31-20 = 11$

x=5 বসিয়ে $31-5x^2$ বীজগাণিতিক সংখ্যামালার মান নিজে খুঁজি।

আমি $31-5x^2$ এই বীজগীণিতিক সংখ্যামালায় $x=-2$ বসাই।

$31-5x^2$

$= 31-5 \times(-2)^2$

$= 31-5 \times(-2) \times (-2)$

$=31-20$

$=11$

দেখছি x এর মান 2 বসালে x^2-এর মান যা হয়, আবার x-এর মান -2 বসালেও x^2 এর মান একই থাকে।

তাই, যেকোনো ধনাত্মক বা ঋণাত্মক সংখ্যার বর্গ সর্বদাই ☐।

26 (7x-2) এই বীজগাণিতিক সংখ্যামালার মান খুঁজি যখন x=-2

$7x-2=7\times (-2) -2$

$=-14-2$

$=-16$

27 $12a^2+2ab+b^2$ ও (a^3-b^3)- এর মান খুঁজি যখন a=1, b=3

$12a^2+2ab+b^2$

$=12\times(1)^2 +2\times(1)\times (3)+(3)^2$

$=12+6+9 \quad = 27$

$a^3-b^3=(1)^3-(3)^3$

$=1-27$

$= -26$

নিজে করি— 6.5

1) x = 5 হলে নীচের বীজগাণিতিক সংখ্যামালাগুলির মান বের করি।

(i) $6x+11$ (ii) $\frac{x}{5}+2$ (iii) x^2+2x-1 (iv) x^3+8 (v) $10-x$

2) y=-3 হলে নীচের বীজগাণিতিক সংখ্যামালাগুলির মান বের করি।

(i) $\frac{y+5}{4}$ (ii) $5-y$ (iii) $y+8$ (iv) y^2+2y+3 (v) y^3-1

3) নীচের বীজগাণিতিক সংখ্যামালাগুলির মান খুঁজি যখন x=2 ও y= -1

(i) $2x+7y$ (ii) x^2+y^2 (iii) $x^2+7xy+y^2$ (iv) x^3-8y^3 (v) $\frac{x}{9}+\frac{y}{4}$

বোতামের সজ্জা

আমি ও স্নেহা দুজনে আজ অনেক বোতাম নানারকমভাবে সাজাচ্ছি এবং পাশে স্তম্ভ ও সারিতে পাওয়া বোতাম সংখ্যা লিখছি।

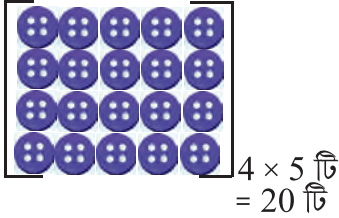
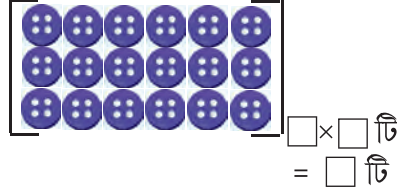
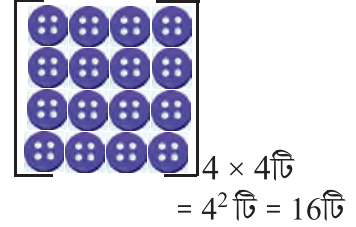
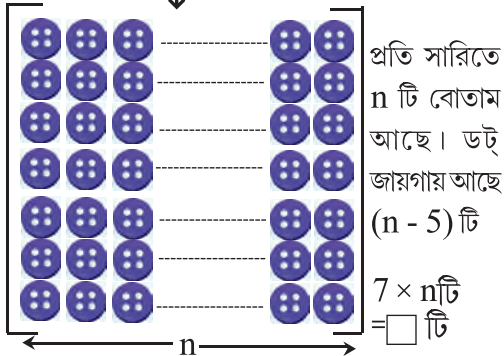
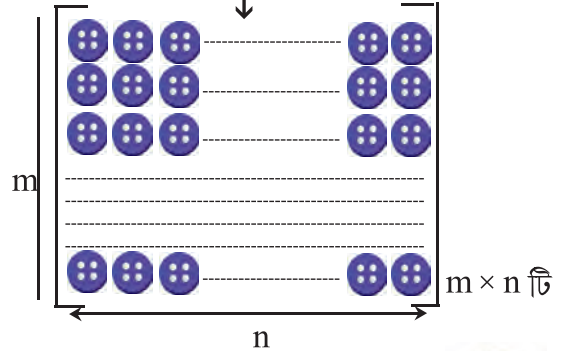
আমি করলাম → 4×5 টি $= 20$ টি

স্নেহা করল → $\square \times \square$ টি $= \square$ টি

আমি করলাম → 4×4টি $= 4^2$ টি $= 16$টি

এই সজ্জা দেখি → প্রতি সারিতে n টি বোতাম আছে। ডট্ জায়গায় আছে $(n - 5)$ টি

$7 \times n$টি $= \square$ টি

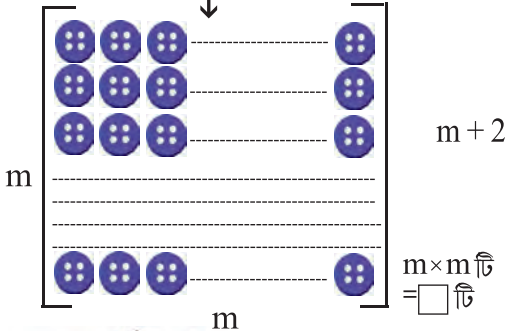
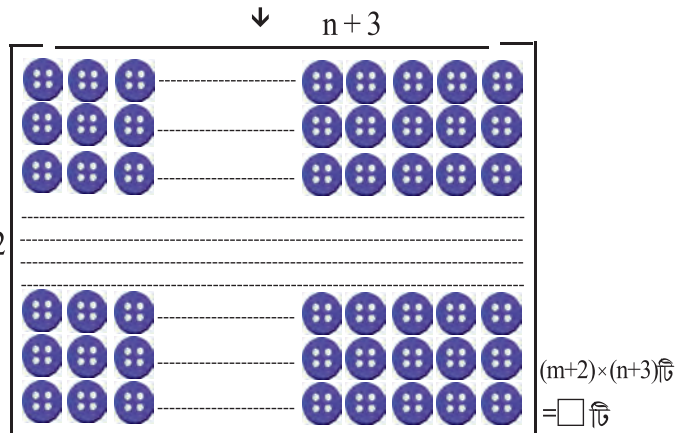
এই সজ্জা দেখি → m, n; $m \times n$ টি

$7 \times n$ -এর মান কী পাব?

$7 \times n = n + n + n + n + n + n + n = 7n$

বুঝেছি, $5 \times n = n + n + n + n + n = 5n$

$2 \times n = 2n$

এই সজ্জা দেখি → m, m; $m \times m$ টি $= \square$ টি

এই সজ্জা দেখি → $n + 3$, $m + 2$; $(m+2) \times (n+3)$টি $= \square$ টি

আমাদের সাথে আরও 4 জন বন্ধু এই মজার খেলায় যোগ দিল। আমি সকলের জন্য লজেন্স কিনব ঠিক করলাম।

এখন আমরা মোট (☐ + ☐) জন = ☐ জন

28 6 জনের জন্য লজেন্স কিনব। মোট কতটাকা লাগবে হিসাব করি

ধরি, 1 টি লজেন্সের দাম x টাকা

সেক্ষেত্রে 6 টি লজেন্সের দাম হবে $6 \times x$ টাকা

= ☐ টাকা ∴ 6x টাকা লাগবে

কিন্তু একটি লজেন্সের দাম $(x - 2)$ টাকা হলে (যেখানে $x > 2$) 6টি লজেন্স কিনতে কত টাকা লাগবে হিসাব করি।

6 টি লজেন্সের দাম হবে $6 \times (x - 2)$ টাকা = $6(x - 2)$ টাকা

29 আবার 4 প্যাকেট বিস্কুটও কিনব।

1 প্যাকেট বিস্কুটের দাম 2x টাকা হলে মোট কত টাকা লাগবে হিসাব করি।

1 প্যাকেট বিস্কুটের দাম 2x টাকা

4 প্যাকেট বিস্কুটের দাম $4 \times 2x$ টাকা।

$4 \times 2x$ টাকা = কত টাকা ?

$4 \times 2x = (2x + 2x + 2x + 2x)$ টাকা = 8x টাকা

আবার $4 \times 2x = 4 \times 2 \times x = 8x$ টাকা

যদি, 1 প্যাকেট বিস্কুটের দাম 3x টাকা হয়, তাহলে 4 প্যাকেট বিস্কুটের দাম হবে $4 \times 3x$ টাকা

= $4 \times 3 \times x$ টাকা = 12x টাকা

$[4 \times 3x = 3x + 3x + 3x + 3x = 12x]$

30 আমি যদি বোতাম ছাড়া একটি আয়তক্ষেত্র আঁকি যার প্রস্থ 3x সেমি. ও দৈর্ঘ্য 4x সেমি., তবে এই আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত হবে দেখি —

ক্ষেত্রফল = $3x \times 4x$ বর্গসেমি.

= $3 \times 4 \times x \times x$ বর্গসেমি. = $12x^2$ বর্গসেমি.

31 $3x \times (-5xy)$ কি হয় দেখি।

$$3x \times (-5xy) = 3 \times (-5) \times x \times x \times y$$
$$= -15 \times x^2y$$
$$= -15x^2y$$

32 $5x \times 2x^2y \times 2y$ কি হয় দেখি।

$$5x \times 2x^2y \times 2y = 5 \times 2 \times 2 \times x \times x^2y \times y$$
$$= 20x^{2+1}y^2$$
$$= 20x^3y^2$$

নিজে করি— 6.6

1) প্রতিক্ষেত্রে গুণফল বের করি।

(i) $7, 2x$ (ii) $-3x, 4x$ (iii) $-2x, -3x^2$ (iv) $7x, 0$ (v) $3ab, 4ac$ (vi) $8x^2, 2y^2$ (vii) $2a^2b, 3ab^2$ (viii) $(-4xy), (-4xy)$

2) প্রথম একপদী বীজগাণিতিক সংখ্যামালাকে দ্বিতীয় একপদী বীজগাণিতিক সংখ্যামালাকে দিয়ে গুণ করে ফাঁকা ঘরে গুণফল লিখি।

প্রথম একপদী বীজগাণিতিক সংখ্যামালা → / দ্বিতীয় একপদী বীজগাণিতিক সংখ্যামালা ↓	$2x$	$-6x^2$	$-4xy$
	গুণফল		
$3x$			$-12x^2y$
$-4x$			
$7x$			

(33) বাবা আমাদের জন্য 4টি পেন কিনে এনেছেন। প্রতি পেনের দাম 5 টাকা। আমি বন্ধুদের জন্য ওই একই রকম পেন আরও দুটি কিনে আনলাম। হিসাব করে দেখি আমি ও বাবা মোট কত টাকার পেন কিনলাম।

বাবা 4টি পেন কিনলেন (5×4) টাকায় = ☐ টাকায়
আমি 2টি পেন কিনলাম (5×2) টাকায় = ☐ টাকায়
পেন কিনতে আমাদের মোট খরচ হয়েছে $\{(5\times4)+(5\times2)\}$ টাকা
= (☐ + ☐) টাকা = ☐ টাকা।
অন্যভাবে দেখছি, আমি ও বাবা দুজনে মোট পেন কিনেছি (☐ + ☐)টি = 6টি

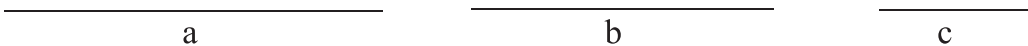
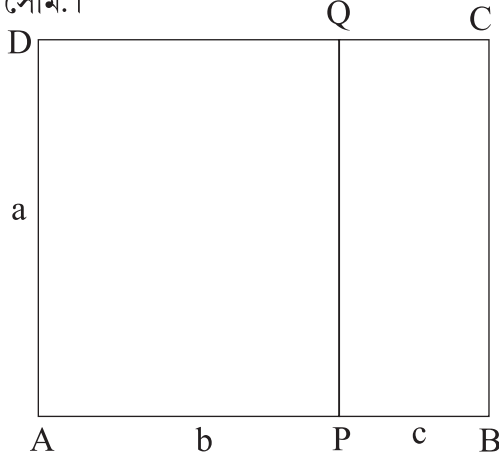
1টি পেনের দাম 5 টাকা। আমার ও বাবার পেন কিনতে মোট খরচ হয়েছে = $5\times(4+2)$ টাকা
= 5×6 টাকা = 30 টাকা

$$\therefore \quad 5(4+2) = 5\times4 + 5\times2$$

হাতেকলমে

কাগজ কেটে হাতেকলমে করি $5(4+2) = 5\times4 + 5\times2$

(1) তিনটি সরলরেখাংশ আঁকি যাদের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 5 সেমি., 4 সেমি. ও 2 সেমি. এবং ওই সরলরেখাংশগুলিকে চিহ্নিত করি যথাক্রমে a, b, c দিয়ে।

a b c

(2) একটি আয়তাকার চিত্র ABCD আঁকি যার AD বাহুর দৈর্ঘ্য a সেমি. ও AB বাহুর দৈর্ঘ্য (b + c) সেমি.।

AB ও DC বাহুর উপরে দুটি বিন্দু P ও Q এমনভাবে নিই যাতে

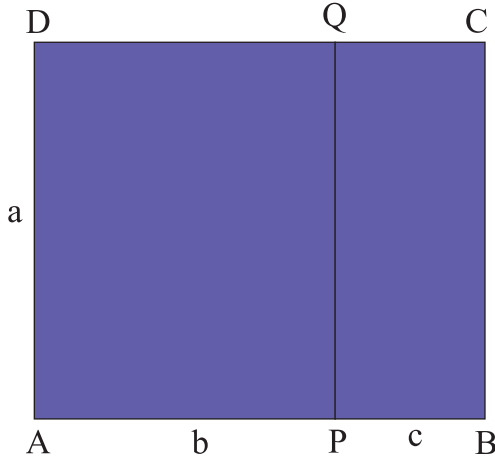
AP = b সেমি., PB = c সেমি.,

DQ = b সেমি. এবং QC = c সেমি. হয়।

আবার, AD = BC = a সেমি.

এই ABCD আয়তাকার কাগজ একটি পিচবোর্ডের উপর আটকে দিলাম ও নীল রং করে দিলাম।

(3) এবার এই নীল রঙের পিচবোর্ডের বিপরীত দিকে APQD অঞ্চলটি নীল রং করলাম ও PQCB অঞ্চলটি লাল রং করলাম।

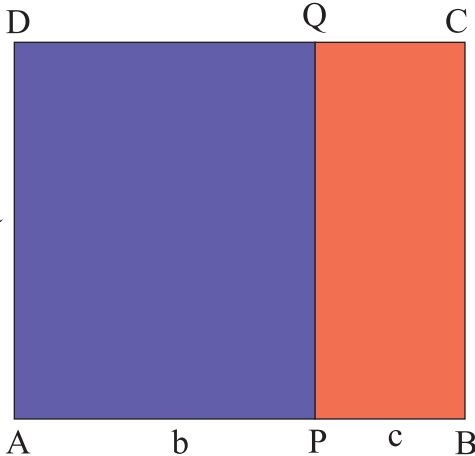
D Q C a A b P c B

ABCD আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $AD \times AB$

$= a \times (b + c)$ বর্গসেমি.

APQD আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $AD \times AP$

$= a \times b$ বর্গসেমি.

PBCQ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $BC \times PB$

$= a \times c$ বর্গসেমি.

ABCD আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = APQD আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল + PBCQ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

$\therefore \quad a \times (b + c) = a \times b + a \times c$

a, b ও c -এর আলাদা আলাদা মান নিয়ে হাতেকলমে প্রমাণ করা যায় যে $a \times (b + c) = a \times b + a \times c$

এই নিয়মকে **বিচ্ছেদ নিয়ম** বলা হয়।

34 আমি 2টি খাতা কিনলাম। প্রতি খাতার দাম x টাকা। আমার বন্ধু ইমতিয়াজও 6টি খাতা কিনল। কিন্তু ইমতিয়াজের প্রতিটি খাতার দাম আমার খাতার দামের থেকে 5 টাকা বেশি।

আমি মোট কত টাকার খাতা কিনলাম ও ইমতিয়াজ মোট কত টাকার খাতা কিনল হিসাব করি।

আমার 2টি খাতার দাম ☐ × ☐ টাকা = $\boxed{2x}$ টাকা

ইমতিয়াজের প্রতিটি খাতার দাম আমার খাতার দামের থেকে 5 টাকা বেশি।

তাই, ইমতিয়াজের 1টি খাতার দাম $(x + 5)$ টাকা।

ইমতিয়াজের 6টি খাতার দাম $6\times(x + 5)$ টাকা = $\boxed{(6x + 30)}$ টাকা।

কিন্তু সুমির 1টি খাতার দাম আমার খাতার দামের থেকে 2 টাকা কম।

আমার 1টি খাতার দাম x টাকা।

তাই, সুমির 1 টি খাতার দাম $(x - 2)$ টাকা।

সুমি 3টি খাতা কিনেছে। 3টি খাতার মোট দাম = ☐ × $(x - 2)$ টাকা।

= $(3x - 6)$ টাকা।

এখন আমার, ইমতিয়াজ ও সুমির খাতার মোট দাম

(☐ + ☐ + ☐) টাকা = ☐ টাকা (নিজে করি)

35 আজ আমাদের স্কুলের প্রতিষ্ঠা দিবস। পঞ্চম শ্রেণির ছাত্রছাত্রীদের প্রত্যেককে 5 টাকার পেনসিল ও রবার দেওয়া হয়েছে। ষষ্ঠ শ্রেণির ছাত্রছাত্রীদের প্রত্যেককে 10 টাকার পেনসিল কম্পাস দেওয়া হয়েছে। আজ পঞ্চমশ্রেণিতে x জন ছাত্রছাত্রী এসেছে। কিন্তু ষষ্ঠশ্রেণিতে পঞ্চম শ্রেণির চেয়ে 8 জন কম এসেছে।

হিসাব করে দেখি কত টাকার পেনসিল ও রবার কেনা হলো। আবার কত টাকার পেনসিল কম্পাস কেনা হলো।

পঞ্চমশ্রেণির ছাত্রছাত্রী x জন। ষষ্ঠ শ্রেণির ছাত্রছাত্রী (☐ - ☐) জন

x জনের প্রত্যেককে 5 টাকার পেনসিল ও রবার দিলে মোট খরচ হয় = ☐ × ☐ টাকা

= 5x টাকা।

$(x - 8)$ জনের প্রত্যেককে 10 টাকার পেনসিল কম্পাস দিলে মোট খরচ হয় = ☐ × $(x - 8)$ টাকা

= (☐ - ☐) টাকা

36 নীচের বীজগাণিতিক সংখ্যামালাগুলি গুণ করে গুণফল কী হয় দেখি।

(i) $5x \times (x+2)$ (ii) $-2x(3-x)$ (iii) $(7x+2)2x$ (iv) $b^3(a^2-2ab)$

(v) $4l(l^2+ml+n)$ (vi) $x^2(a^2+x^2y+yx^2)$

(i) $5x \times (x+2)$
$= 5x \times x + 5x \times 2$
$= 5x^2 + 10x$

(ii) $-2x(3-x)$
$= (-2x) \times 3 - (-2x) \times x$
$= -6x - (-2x^2)$
$= -6x + 2x^2$

(iii) $(7x+2)2x$
$= 7x \times 2x + 2 \times 2x$
$= \square + \square$

(iv) $b^3(a^2-2ab)$
$= b^3 \times a^2 - b^3 \times 2ab$
$= b^3a^2 - 2ab^{3+1}$
$= b^3a^2 - 2ab^4$

(v) $4l(l^2+lm+n)$
$= 4l \times l^2 + 4l \times lm + 4l \times n$
$= \square + \square + \square$

(vi) $x^2(x^2+x^2y+xy^2)$
$= \square \times \square + \square \times \square + \square \times \square$
$= \square + \square + \square$

37 $3x(4-2x)-2(x-5)$ -এর সরলতম মান খুঁজি

$3x(4-2x)-2(x-5)$
$= 3x \times 4 - 3x \times 2x - 2 \times x + 10$
$= 12x - 6x^2 - 2x + 10$
$= 12x - 2x - 6x^2 + 10$
$= 10x - 6x^2 + 10$
$= -6x^2 + 10x + 10$

38 $a(2a+b-3c)$ ও $4a(2c-a)$ যোগ করি

$a(2a+b-3c)+4a(2c-a)$
$= 2a^2+ab-3ac+8ac-4a^2$
$= 2a^2-4a^2+ab+5ac$
$= -2a^2+ab+5ac$

নিজে করি— 6.7

1) প্রতিক্ষেত্রে গুণ করে গুণফল নির্ণয় করি —

(i) $ab, (a^2-b^2)$ (ii) $4a, (a+b-c)$ (iii) $6a^2b^2, (2a+b)$ (iv) $xyz, (x^2y-y^2x+z^2y)$

(v) $0, (ab+bc-ca)$

2) সরল করি —

(i) $7x(2x+3)-5x(3x-4)$ (ii) $x(x-y)+y(y-z)+z(z-x)$ (iii) $2x-6x(5-8x-3y)$

(iv) $7a - 2(5a+6b-7)$

দ্বিপদী বীজগাণিতিক সংখ্যামালাকে দ্বিপদী বীজগাণিতিক সংখ্যামালা দিয়ে গুণ

39 পঞ্চম শ্রেণির x জনের প্রত্যেককে y টি বই দেওয়া হয়েছে। কিন্তু ষষ্ঠ শ্রেণিতে x জনের প্রত্যেককে (y+3) টি বই দেওয়া হচ্ছে। আবার সপ্তম শ্রেণিতে (x+11) জনের প্রত্যেককে (y+10) টি বই দেওয়া হচ্ছে।

হিসাব করে দেখি পঞ্চম, ষষ্ঠ ও সপ্তম শ্রেণির প্রত্যেক শ্রেণিতে মোট কত বই দেওয়া হলো এবং তিনটি শ্রেণি মিলিয়ে মোট কত বই দেওয়া হলো।

পঞ্চম শ্রেণিতে মোট বই দেওয়া হয়েছে ☐ × ☐ টি = ☐ টি

ষষ্ঠ শ্রেণিতে মোট বই দেওয়া হয়েছে x(y+3)টি = ☐ টি

সপ্তম শ্রেণিতে মোট বই দেওয়া হয়েছে (y+10)(x+11) টি

= {y(x+11)+10(x+11)} টি

= (yx+11y+10x+110)টি

∴ তিনটি শ্রেণিতে মোট বই দেওয়া হয়েছে (xy+xy+3x+xy+11y+10x+110)টি, [xy = yx]

= (3xy+13x+11y+110)টি

40 (3x+2y)×(4x+3y) কত হয় দেখি।

(3x+2y)×(4x+3y)

= 3x(4x+3y)+2y(4x+3y)

$= 12x^2+9xy+8xy+6y^2$

$= 12x^2+17xy+6y^2$

41 $(7x^2 - y^2)\times(x - y)$ কত হয় দেখি।

$(7x^2 - y^2)\times(x - y)$

$= 7x^2(x - y)-y^2(x - y)$

$= 7x^2\times x-7x^2\times y-(y^2x - y^2\times y)$

$= 7x^3-7x^2y-xy^2+y^3$

42 (2x+3y) কে (x+y-z) -দিয়ে গুণ করার চেষ্টা করি।

(2x+3y)×(x+y-z)

= 2x(x+y-z)+3y(x+y-z)

= ☐+☐-☐+☐+☐-☐

$= 2x^2+5xy-2xz+3y^2-3yz$

43 (3a+2b) কে (a-b-c) -দিয়ে গুণ করার চেষ্টা করি।

(3a+2b)×(a-b-c)

= 3a(a-b-c)+2b(a-b-c)

= ☐-☐-☐+☐-☐-☐

$= 3a^2-ab-3ac-2b^2-2bc$

নিজে করি— 6.8

1) গুণ করি:

(i) $(10-3x)(7+x)$ (ii) $(11+2x)(8-2y)$ (iii) $(a+by)(4a-6y)$ (iv) $(2x^2y-y^2)(3x-5y)$

(v) $(\frac{x}{2}-\frac{y}{3})(\frac{2x}{3}-\frac{3y}{5})$ (vi) $(\frac{2a^2}{9}-\frac{1}{7})(\frac{3a}{5}-\frac{2}{5})$

সমান ভাগ করি

ফাঁকা ঘর পূরণ করি:

$5x \times 6y = 30xy$

$30xy \div 5x = 6y$ $30xy \div 6y = 5x$

$2a \times 3b = \square$

$6ab \div 2a = \square$ $6ab \div 3b = \square$

$4x^2 \times (-2x) = -8x^3$

$-8x^3 \div (-2x) = 4x^2$ $-8x^3 \div 4x^2 = -2x$

$(-8a) \times (-3b) = \square$

$24ab \div (-8a) = \square$ $24ab \div (-3b) = \square$

44 নাসরিন, সাবির, শোভা ও পরাণ আজ ৪ ঝুড়ি আম সমান ভাগে ভাগ করে নেবে।

প্রথমে গুণে দেখি প্রতি ঝুড়িতে কতগুলো আম আছে?

যদি প্রতি ঝুড়িতে x সংখ্যক আম থাকে,

তবে 8টি ঝুড়িতে মোট আম আছে $8 \times x$ টি = $\square$ টি।

তারা 4 জনে সমান ভাগে ভাগ করে নিলে প্রত্যেকে পাবে $(8x \div 4)$টি

= 2x টি করে আম।

$\frac{2^3}{2^2} = \frac{2\times2\times2}{2\times2} = 2$

$\frac{2^3}{2^2} = 2^{3-2} = 2^1 = 2$

$\frac{x^3}{x^2} = x^{3-2} = x^1 = x$

(যেখানে, $x \neq 0$)

$x^0 = 1$ যখন $x \neq 0$

[সংজ্ঞা থেকে পাই]

কিন্তু যদি 8x সংখ্যক আম সমান x ভাগে ভাগ করি যখন $x \neq 0$ ($\neq$ সমান নয় চিহ্ন অর্থাৎ অসমান)

8x সংখ্যক আমকে সমান x ভাগে ভাগ করলে প্রতি ভাগে পাই,

$8x \div x = \frac{8x}{x} = 8 \times x^{1-1} = 8x^0 = 8$ অন্যভাবে, $\frac{8x}{x} = 8$

আমরা জানি যে, (যেকোনো সংখ্যা) $\times 0 = 0$

$0 \div$ (শূন্য ছাড়া যেকোনো সংখ্যা) $= 0$

$5 \div 0$ এবং $0 \div 0$ কী হবে দেখি?

দেখছি $5-0 = 5-0 = 5-0 = 5$..... অর্থাৎ 5 থেকে বারবার 0 বাদ দিয়েও 5 কে 0 তে পরিণত করা যাচ্ছে না। তাই এখানে ভাগফল পাওয়া যাচ্ছে না। তাই $5 \div 0$ অসংজ্ঞাত।

আবার দেখছি 0 থেকে একবার 0 বিয়োগ করলে 0 হয়; 0 থেকে দু-বার 0 বিয়োগ করলে 0 হয় ; 0 থেকে তিনবার 0 বিয়োগ করলে 0 হয়। এইভাবে 0 থেকে যেকোনো সংখ্যক বার 0 বিয়োগ করলে 0 হয়। তাই এখানে 1, 2, 3, ... যেকোনো সংখ্যাই ভাগফল হতে পারে। তাই $0 \div 0$ অসংজ্ঞাত।

45 $8x$-কে x^2 দিয়ে ভাগ করি (যেখানে, $x \neq 0$)

$$8x \div x^2 = \frac{8x}{x^2} = 8x^{1-2} = 8x^{-1} = \frac{8}{x}$$

$$\frac{8x}{x^2} = \frac{8}{x}$$

অন্যভাবে পাই,

$$x^{-1} = x^{0-1} = \frac{x^0}{x^1} = \frac{1}{x} \text{ (যেখানে, } x \neq 0)$$

46 আমি নীচের ভাগগুলি করার চেষ্টা করি:

(i) $9a^3 \div a^2$ (ii) $-13xy^2 \div 2y^2$ (iii) $(-25x^2pq^2) \div (-5pq)$ (iv) $15xyz \div (-15xyz)$

(i) $9a^3 \div a^2 = \dfrac{9a^3}{a^2} = 9a^{\square-\square} = 9a$

(ii) $-13xy^2 \div 2y^2 = \dfrac{-13xy^2}{2y^2} = \dfrac{-13}{2}xy^{\square-\square} = \dfrac{-13}{2}xy^{\square} = \dfrac{-13}{2}x$

অন্যভাবে পাই,

$$\frac{-13x\cancel{y^2}}{2\cancel{y^2}} = \frac{-13}{2}x$$

(iii) $-25x^2pq^2 \div (-5pq)$

$$= \frac{-\overset{5}{\cancel{25}}x^2pq^2}{-\cancel{5}pq} = 5x^2p^{\square-\square}q^{\square-\square} = 5x^2q$$

অন্যভাবে পাই,

$$\frac{-\overset{5}{\cancel{25}}x^2\cancel{p}\overset{q}{\cancel{q^2}}}{-\cancel{5}\cancel{p}\cancel{q}} = 5x^2q$$

(iv) $15xyz \div (-15xyz)$

$$= \frac{\cancel{15}xyz}{-\cancel{15}xyz}$$

$$= -x^{\square-\square}y^{\square-\square}z^{\square-\square}$$

$$= -1$$

অন্যভাবে পাই,

$15xyz \div (-15xyz)$

$$= \frac{\cancel{15xyz}}{-\cancel{15xyz}} = -1$$

[প্রতিক্ষেত্রে বীজগাণিতিক সংখ্যা a, x, y, z, p ও q কারও মান শূন্য নয়।]

নতুন আলমারিতে বই সাজিয়ে রাখি

47 আমার বই রাখার পুরোনো আলমারিতে 6টি তাক আছে। প্রতি তাকে xটি করে বই আছে।

আজ আমি ঠিক করেছি, 'এই পুরোনো আলমারির সব বই ও আর 15টি বই নতুন আলমারির 3টি তাকে সমান ভাগে ভাগ করে সাজিয়ে রাখব।'

হিসাব করে দেখি নতুন আলমারির প্রতি তাকে কতগুলি বই রাখব।

পুরোনো আলমারির, 1টি তাকে বই আছে xটি

6টি তাকে মোট বই আছ $6\times x$টি $= 6x$টি।

নতুন আলমারিতে বই রাখব $(6x + 15)$ টি বই।

নতুন আলমারির 3টি তাকে $(6x + 15)$টি বই সমান ভাগে ভাগ করে সাজিয়ে রাখলে প্রতি তাকে রাখব $\{(6x + 15) \div 3\}$ টি বই।

$\therefore$ $\{(6x + 15) \div 3\}$ -কী পাব?

$$(6x + 15) \div 3 = \frac{6x + 15}{3} = \frac{1}{3}(6x + 15)$$

$$= \frac{1}{\cancel{3}} \times \overset{2}{\cancel{6x}} + \frac{1}{\cancel{3}} \times \overset{5}{\cancel{15}}$$ [বিচ্ছেদ নিয়ম]

$$= 2x + 5$$

$\therefore$ নতুন আলমারির প্রতি তাকে $(2x + 5)$টি করে বই রাখব।

48 $(6x + 15)$ -কে $3x$ দিয়ে ভাগ করি।

$$(6x + 15) \div 3x = \frac{6x + 15}{3x}$$

$$= \frac{6x}{3x} + \frac{15}{3x}$$

$$= \square + \frac{5}{x}$$

49 $(8x^3 + 7x^2 + x^2y)$ কে $2x^2$ দিয়ে ভাগ করি।

$$(8x^3 + 7x^2 + x^2y) \div 2x^2$$

$$= \frac{8x^3 + 7x^2 + x^2y}{2x^2}$$

$$= \frac{\overset{4}{\cancel{8}}x^3}{\cancel{2}x^2} + \frac{7x^2}{2x^2} + \frac{x^2y}{2x^2}$$

$$= 4x^{\square-\square} + \frac{7}{2}x^{\square-\square} + \frac{1}{2}x^{\square-\square}y$$

$$= \square + \square + \square$$

50 $(-90a^2b^2 + 80a^3b^3 - 50a^4b^4)$ -কে $10a^3b$ দিয়ে ভাগ করি ।

$$\frac{-90a^2b^2 + 80a^3b^3 - 50a^4b^4}{10a^3b}$$

$$= -\frac{\overset{9}{\cancel{90}}a^2b^2}{\cancel{10}a^3b} + \frac{\overset{8}{\cancel{80}}a^3b^3}{\cancel{10}a^3b} - \frac{\overset{5}{\cancel{50}}a^4b^4}{\cancel{10}a^3b}$$

$$= -(9a^{\square-\square}b^{\square-\square}) + (8a^{\square-\square}b^{\square-\square}) - 5a^{\square-\square}b^{\square-\square}$$

$$= -9a^{-1}b + 8a^0b^2 - 5ab^3$$

$$= -9\frac{b}{a} + 8b^2 - 5ab^3$$

[প্রতিক্ষেত্রে বীজগাণিতিক সংখ্যা a, b,x, y কারও মান শূন্য নয়।]

কষে দেখি— 6.3

1. মনে মনে হিসাব করি:

(i) $3a \times 4b = \square$ (ii) $12ab \div 3a = \square$ (iii) $12ab \div \square = 4ab$

(iv) $(-x^2) \times x = \square$ (v) $9x^2 \div 3x^2 = \square$ (vi) $x^2 \times x^2 = \square$

(vii) $x^2 \times \square = 1$ (viii) $0 \div ab = \square$ (ix) $4a^2b^2c^2 \times \square = 0$

(x) $3ab \div \square = a$ (xi) $x^0 \times y = \square$ (xii) $x \div 0 = \square$

2. গুণ করি :

(a) $2x^2 \times (-3y) \times 6z$ (b) $7xy^2 \times 8x^2y \times xy$

(c) $(-3a^2) \times (4a^2b) \times (-2)$ (d) $(-2mn) \times \frac{1}{6}m^2n^2 \times 13m^4n^4$

(e) $\frac{2}{3}x^2y \times \frac{3}{5}xy^2$ (f) $(-\frac{18}{5}x^2z) \times (-\frac{25}{6}xz^2y)$

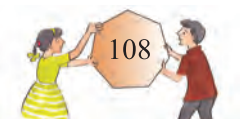
(g) $(-\frac{3}{5}s^2t) \times (\frac{15}{7}st^2u) \times (\frac{7}{9}su^2)$ (h) $(\frac{4}{3}x^2yz) \times (\frac{1}{3}y^2zx) \times (-6xyz^2)$

(i) $4a(3a + 7b)$ (j) $8a^2 \times (2a + 5b)$

(k) $-17x^2 \times (3x - 4)$ (l) $\frac{2}{3}abc(a^2 + b^2 - 3c^2)$

(m) $2 \times 5x(10x^2y - 100xy^2)$ (n) $(2x + 3y)(5x - y)$

(o) $(a^2 - b^2)(2b - 6a)$ (p) $(x + 2)(3x + 1)$

[প্রতিক্ষেত্রে বীজগাণিতিক সংখ্যা x, y, z, a, b, c, m, n, s, t ও u কারও মান শূন্য নয়।]

3. (i) সীমা প্রতি সারিতে 3x টি চারাগাছ লাগিয়েছে। এইরকম 2xটি সারিতে সীমা কতগুলি চারাগাছ লাগিয়েছে হিসাব করি।

(ii) একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য (4x + 1)মিটার এবং প্রস্থ 3x মিটার। আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত হিসাব করি।

(iii) এখন 1 ডজন কলার দাম আগের থেকে 6 টাকা বেড়েছে। আগে 1 ডজন কলার দাম x টাকা থাকলে, এখন 2x ডজন কলা কিনতে কত টাকা লাগবে হিসাব করি।

(iv) একটি বর্গাকার ক্ষেত্রের প্রতিবাহুর দৈর্ঘ্য 7x সেমি. হলে, বর্গাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত দেখি।

(v) আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $8x^2$ বর্গ একক। দৈর্ঘ্য 4x একক হলে, প্রস্থ কত হতে পারে হিসাব করি।

(vi) সুশোভন 9y দিনে $729y^4$ টি ঘুড়ি বিক্রি করেছে। সে গড়ে প্রতিদিন কতগুলি ঘুড়ি বিক্রি করেছে হিসাব করি।

[প্রতিক্ষেত্রে কোনো বীজগাণিতিক সংখ্যার মান শূন্য নয়।]

4. প্রথম বীজগাণিতিক সংখ্যামালাকে দ্বিতীয় বীজগাণিতিক সংখ্যামালা দিয়ে ভাগ করি।

(i) $8x^3b, x^2b$, (ii) $-9xy^3, xy$, (iii) $-15x^2y^4z^2, -x^2yz^2$,

(iv) $21l^3m^3n^3, -4l^4mn$, (v) $(5a^2 - 7ab^2), a$, (vi) $(-48x^9 + 12x^6), 3x^3$,

(vii) $15m^2n + 20m^2n^2, 5mn$, (viii) $36a^5b^2 - 24a^2b^5, -4a^2b^2$,

(ix) $3pqr + 6p^2qr^2 - 9p^3q^2r^3, -3pqr$, (x) $m^2n^4 + m^3n^3 - m^4n^2, -m^4n^4$

[প্রতিক্ষেত্রে কোনো বীজগাণিতিক সংখ্যার মান শূন্য নয়।]

5. সরল করি:

(i) $a(b-c) + b(c-a) + c(a-b)$

(ii) $a(b-c) - b(c-a) - c(a-b)$

(iii) $x(x+4) + 2x(x-3) - 3x^2$

(iv) $3x^2 + x(x+2) - 3x(2x+1)$

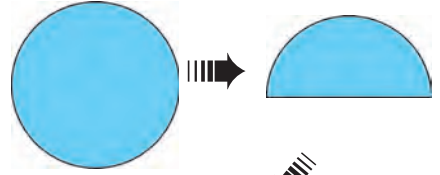
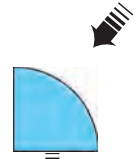
(v) $(a+b)(a-b) + (b+c)(b-c) + (c+a)(c-a)$

(vi) $(a^2+b^2)(a^2-b^2) + (b^2+c^2)(b^2-c^2) + (c^2+a^2)(c^2-a^2)$

7. কম্পাসের সাহায্যে নির্দিষ্ট কোণ অঙ্কন

আজ আমরা কাগজ কেটে ও ভাঁজ করে নানানরকমের কোণ সহজে তৈরি করার চেষ্টা করব।

আমি কাগজ কেটে ও ভাঁজ করে কোণগুলি তৈরি করব আর নিশাদ চাঁদার সাহায্যে মেপে দেখবে কোণগুলি ঠিক হলো কিনা।

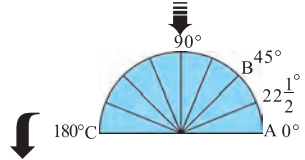
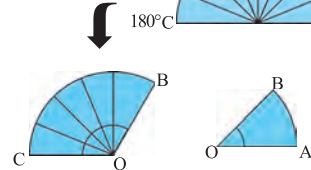
প্রথমে একটি বৃত্তাকার কাগজকে সমান দু-ভাগ করলাম—

এবার এই অর্ধবৃত্তাকার কাগজকে সমান দু- ভাঁজ করলাম —

এই ভাঁজ করা কাগজকে আরও সমান দু-ভাঁজ করলাম—

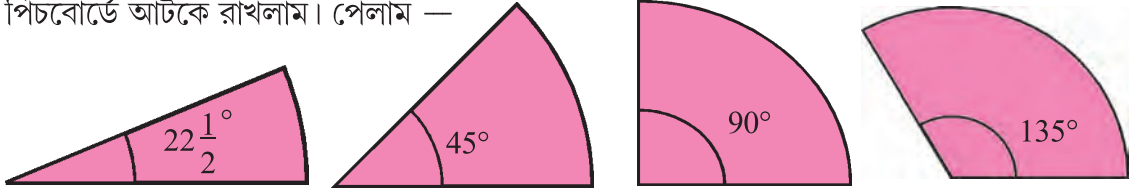
এবার আরও একবার সমান দু-ভাঁজ করলাম—

এবার ভাঁজগুলি খুলে দিয়ে পেলাম —

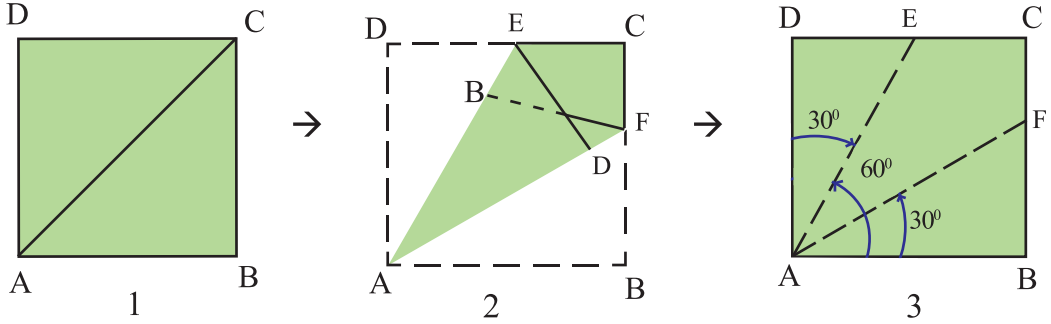
চাঁদার সাহায্যে নিশাদ মেপে দেখল —

45^0 কোণ কেটে নিলে পাব —

$\angle AOB = 45^0, \quad \angle COB = 135^0$

কাগজ ভাঁজ করে এই রকম অনেকগুলি কাগজে কোণ তৈরি করলাম ও কেটে নিয়ে রঙিন করে পিচবোর্ডে আটকে রাখলাম। পেলাম —

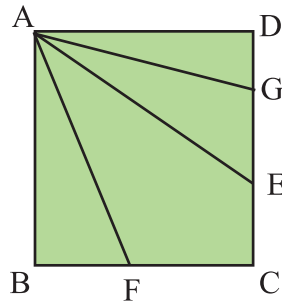
$22\frac{1}{2}°$ $45°$

— এদের মধ্যে কোনটি সূক্ষ্মকোণ ও কোনটি স্থূলকোণ লিখি।

আমরা চাঁদার সাহায্যে সব কোণ আঁকতে পারি। আবার গোলাকার কাগজ ভাঁজের মাধ্যমে ☐, ☐, ☐ .... কোণগুলি পেলাম।

এবার বর্গাকার কাগজের টুকরো ভাঁজ করে কি কি কোণ পাই দেখি।

প্রথমে বর্গাকার কাগজের A কোনাকে কেন্দ্র করে AB ও AD প্রান্ত দুটি 2 নং ছবির মতো ভাঁজ করলাম যাতে ভাঁজ করা অংশ দুটি একটি আর একটির ওপর পুরোপুরি মিশে যায়। ভাঁজ খুলে 3 নং ছবির মতো পেলাম। এবার ভাঁজ খুলে পেলাম $\angle DAE = \angle EAF = \angle FAB = 30^0$

$$\angle BAE = \angle DAF = 60^0$$

এবার A কোনাকে কেন্দ্র করে AD-কে AE-র সাথে মিলিয়ে ভাঁজ করলাম ও খুলে দিয়ে পেলাম — $\angle DAG = 15^0$

বর্গাকার কাগজকে ভাঁজ করে ☐, ☐ ও ☐ ডিগ্রি কোণ পেলাম।

আমি সেট স্কোয়ার দিয়েও অনেক কোণ আঁকতে পেরেছি। সেগুলি হল 30^0, ☐, ☐, ☐

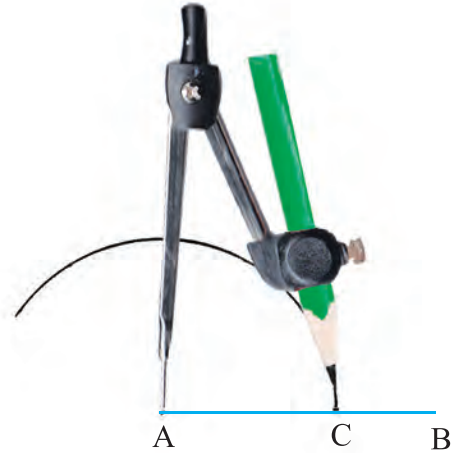
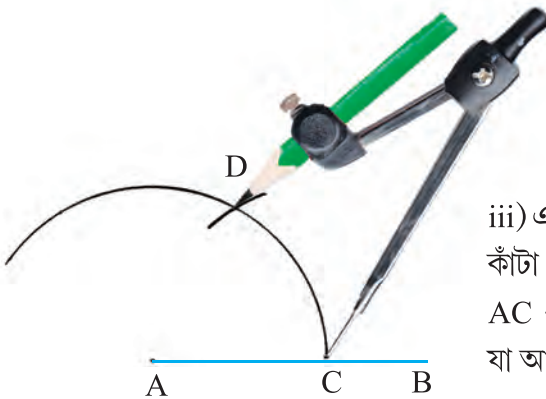
কিন্তু স্কেল ও পেনসিল কম্পাস দিয়ে কি কি কোণ আঁকতে পারি দেখি।

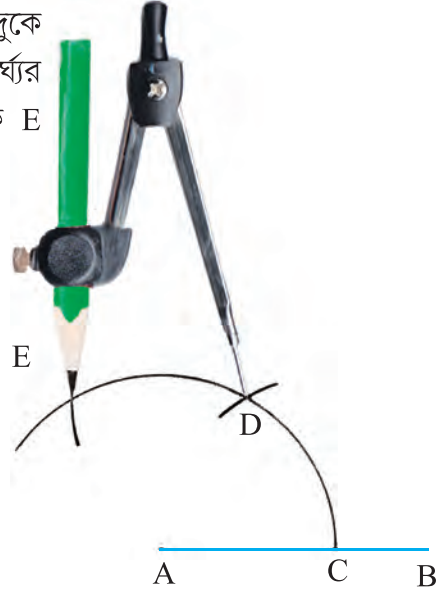
1 প্রথমে স্কেল ও কম্পাসের সাহায্যে 90° আঁকার চেষ্টা করি

একটি সরলরেখাংশের উপরে অন্য সরলরেখাংশ লম্বভাবে থাকলে তাদের মধ্যে যে কোণ তৈরি হয় তার মান 90°; তাই সরলরেখাংশের লম্ব সমদ্বিখণ্ডক এঁকেও 90° কোণ আঁকতে পারি।

একটি সরলরেখাংশের বাইরের কোনো বিন্দু থেকে ওই সরলরেখাংশের উপর লম্ব আঁকতে পারি। কিন্তু ওই সরলরেখাংশের উপরের কোনো বিন্দুতে কিভাবে লম্ব আঁকব বা 90° কোণ আঁকব?

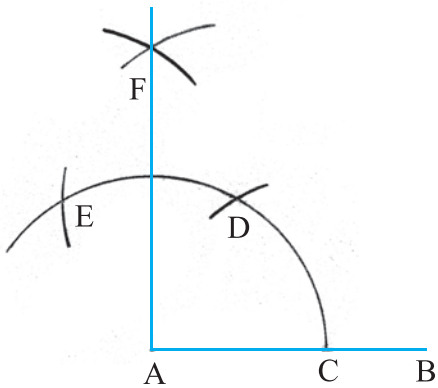
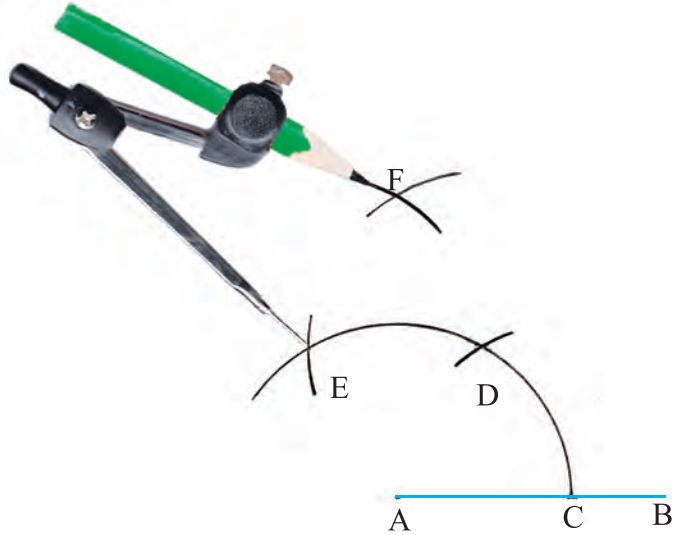
i) স্কেল ও পেনসিলের সাহায্যে যে কোনো একটি সরলরেখাংশ AB আঁকলাম। AB সরলরেখাংশের A বিন্দুতে পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে লম্ব আঁকব।

A B

ii) AB রেখাংশের A বিন্দুকে কেন্দ্র করে অর্থাৎ পেনসিল কম্পাসের কাঁটা A বিন্দুতে বসিয়ে যেকোনো দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধ নিয়ে প্রায় একটা অর্ধবৃত্তাকার চাপ আঁকলাম। এই চাপটা AB সরলরেখাংশকে C বিন্দুতে ছেদ করল।

iii) এবার C বিন্দুকে কেন্দ্র করে অর্থাৎ পেনসিল কম্পাসের কাঁটা C বিন্দুতে বসিয়ে, একই দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধ নিয়ে অর্থাৎ AC -এর দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকলাম যা আগের বৃত্তচাপকে D বিন্দুতে ছেদ করল।

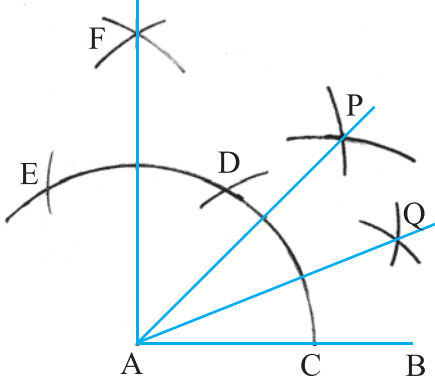
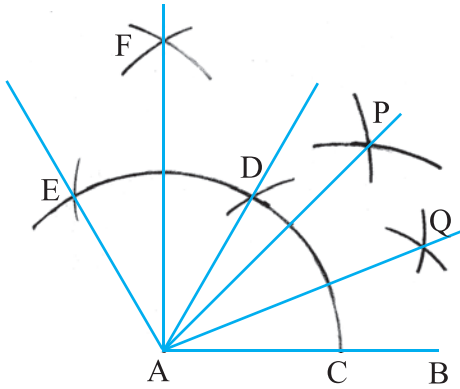
iv) এবার পেনসিল কম্পাসের কাঁটা D বিন্দুতে বসিয়ে, D বিন্দুকে কেন্দ্র করে একই দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধ নিয়ে অর্থাৎ AC -এর দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধ নিয়ে আর একটি বৃত্তচাপ আঁকলাম যা প্রথম বৃত্তচাপকে E বিন্দুতে ছেদ করল।

v) এবার D বিন্দুকে কেন্দ্র করে একই দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধের একটি বৃত্তচাপ আঁকলাম।

E
D
A
C
B

vi) এবার E বিন্দুকে কেন্দ্র করে একই দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধের একই দিকে একটি বৃত্তচাপ আঁকলাম। বৃত্তচাপ দুটি পরস্পরকে F বিন্দুতে ছেদ করল।

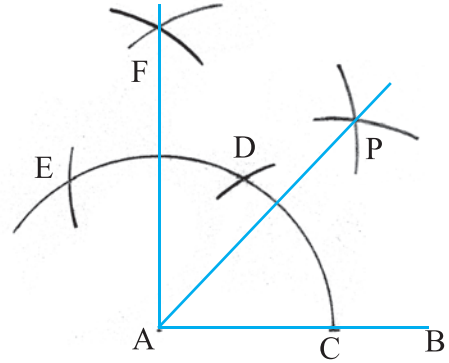
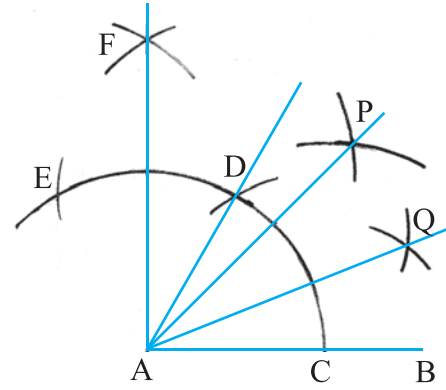
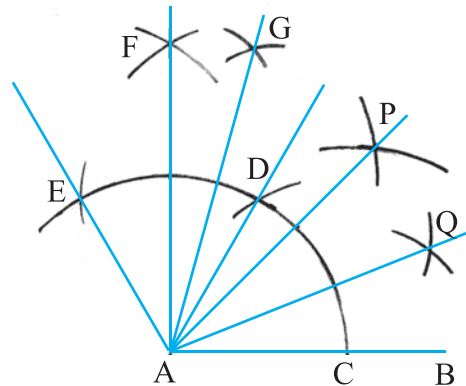
F
E
D
A
C
B

vii) স্কেলের সাহায্যে A ও F বিন্দু দুটি যোগ করলাম। চাঁদার সাহায্যে মেপে পেলাম $\angle FAB =$ ☐

আমি এই $\angle FAB$ -কে সমান দুটি ভাগ করি অর্থাৎ সমদ্বিখণ্ডিত করি ও কি পাই দেখি।

$\angle FAB$ কে পেনসিল কম্পাস ও স্কেলের সাহায্যে সমদ্বিখণ্ডিত করে পেলাম, $\angle FAP = \angle PAB = 45^\circ$

D ও A যোগ করলাম ও চাঁদার সাহায্যে মেপে দেখছি, $\angle DAB = 60^\circ$
বা $\angle BAD = 60^\circ$
আবার $\angle FAD = 30^\circ$

$\angle FAD$ কোণকে আবার দুটি সমানভাগে ভাগ করি অর্থাৎ সমদ্বিখণ্ডিত করি।

পেলাম, $\angle FAG = \angle GAD = 15^\circ$

আবার দেখছি $\angle BAG = \angle BAD + \angle DAG$
$= 60^\circ + 15^\circ = 75^\circ$

$\angle DAE =$ ☐ ডিগ্রি **[নিজে করি]**

$\angle PAB$ কোণকে আবার দুটি সমানভাগে ভাগ করি অর্থাৎ সমদ্বিখণ্ডিত করি।
পেলাম, $\angle BAQ = \angle PAQ = 22\frac{1}{2}^\circ$

এবার , E, A যোগ করি ও চাঁদার সাহায্যে মেপে দেখি।
দেখছি $\angle EAB = 120^\circ$

90^0 আঁকতে গিয়ে $15°$, $22\frac{1}{2}^{\circ}$, $30°$, $45°$, $60°$, $75°$ ও $120°$ কোণ চাঁদার সাহায্য ছাড়া কেবলমাত্র স্কেল ও পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে আঁকতে পেরেছি।

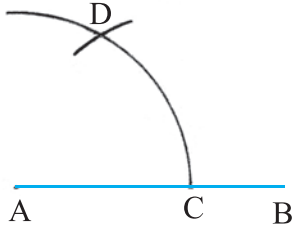
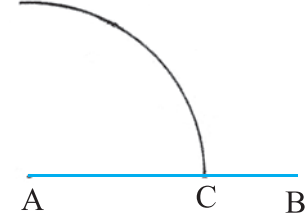
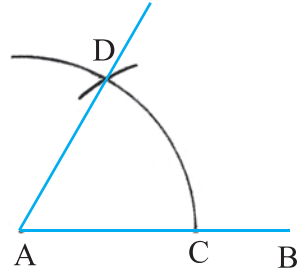
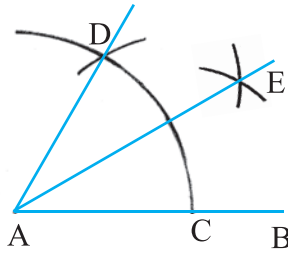
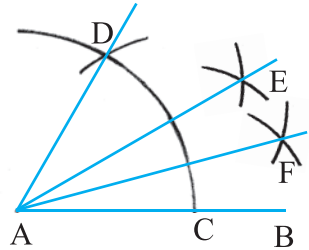
3 কেবলমাত্র পেনসিল কম্পাস ও স্কেলের সাহায্যে কীভাবে $60°$, $30°$, $15°$ কোণ আঁকা যায় দেখি

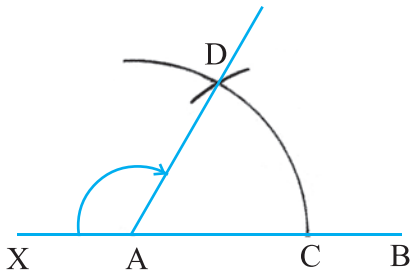
i) স্কেল ও পেনসিলের সাহায্যে একটি সরলরেখাংশ AB আঁকলাম।

A B

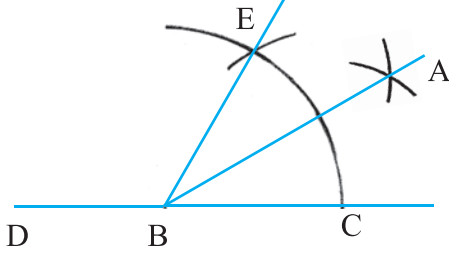
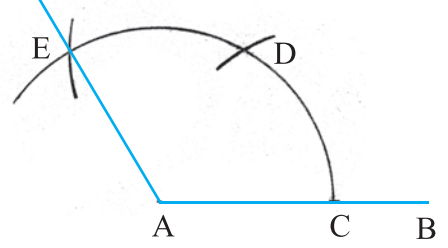
ii) AB রেখাংশের A বিন্দুকে কেন্দ্র করে যেকোনো দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকলাম, যা AB সরলরেখাংশকে C বিন্দুতে ছেদ করল।

D

A C B

iii) এবার ওই একই দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধ নিয়ে C বিন্দুকে কেন্দ্র করে অর্থাৎ পেনসিল কম্পাসের কাঁটা C বিন্দুতে বসিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকলাম যা আগের বৃত্তচাপকে D বিন্দুতে ছেদ করল।

iv) স্কেলের সাহায্যে A ও D বিন্দু দুটি যোগ করে $\angle DAB$ পেলাম এবং $\angle DAB = 60^0$

v) $\angle DAB$ কে সমদ্বিখন্ডিত করে 30^o পেলাম। অর্থাৎ $\angle EAB = 30^o$

vi) $\angle EAB$ - কে সমদ্বিখন্ডিত করে 15^o কোণ পাব। অর্থাৎ $\angle FAB = 15^o$

4 কিন্তু আমি যদি 60^0 কোন এঁকে একটি বাহু বিপরীতদিকে বাড়িয়ে দিই কি পাব দেখি

AB বাহুকে B বিন্দুর উল্টোদিকে X বিন্দু পর্যন্ত বাড়িয়ে দিলাম।

দেখছি $\angle DAB = 60^o$ ও $\angle DAX = 120^o$

আবার, D বিন্দুকে কেন্দ্র করে একই দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকি। যা প্রথমে আঁকা বৃত্তচাপকে E বিন্দুতে ছেদ করে। স্কেলের সাহায্যে A ও E বিন্দু দুটি যোগ করে চাঁদার সাহায্যে মেপে পেলাম $\angle EAB = 120^o$

এবার যদি 30^o কোণ $\angle ABC$ এঁকে তার BC বাহুকে C বিন্দুর বিপরীত দিকে বাড়িয়ে দিই কী পাব দেখি

$\angle ABC = 30^o$,

BC বাহুকে C বিন্দুর বিপরীত দিকে D পর্যন্ত বাড়িয়ে দিলাম, $\angle ABD =$ ☐ ডিগ্রি কোণ পেলাম।

এবার এই $\angle ABD$ -কে সমদ্বিখণ্ডিত করি ও কি কোণ পাই দেখি ও লিখি।

কষে দেখি — 7

1. কাগজ ভাঁজ করে হাতেকলমে 15^o, $22\frac{1}{2}^o$, $45^o, 60^o$, 90^o কোণ তৈরি করি।

2. স্কেল, পেনসিল ও কম্পাসের সাহায্যে AB সররেখাংশের উপর A বিন্দুতে 90° কোণ আঁকি। সেখান থেকে 120°, 75° ও 60° কোণ আঁকি।

3. স্কেল, পেনসিল ও কম্পাসের সাহায্যে 45° ও $22\frac{1}{2}^o$ কোণ আঁকি।

4. স্কেল ও পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে নিম্নলিখিত কোণগুলি আঁকি।

   a) 30° b) 60° c) 75° d) 105° e) 120° f) 135° g) 150° h) 15°

5. স্কেল ও পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে $\angle PQR$ অঙ্কন করি যার মান 60°; এবার QR বাহুকে R বিন্দুর বিপরীত দিকে S বিন্দু পর্যন্ত বাড়িয়ে দিই। $\angle PQS =$ ☐ ডিগ্রি। এই PQS কোণকে সমদ্বিখণ্ডিত করি ও চাঁদার সাহায্যে মেপে যাচাই করি $\angle PQS$ সমদ্বিখণ্ডিত হলো কিনা।

6. স্কেল ও পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে $\angle ABC$ কোণ অঙ্কন করি যার মান 30°; এবার BC বাহুকে C বিন্দুর বিপরীত দিকে D বিন্দু পর্যন্ত বাড়িয়ে দিই। এবার $\angle ABD$-এর সমদ্বিখণ্ডক BE আঁকি। চাঁদার সাহায্যে মেপে দেখছি $\angle DBE =$ ☐ ডিগ্রি ও $\angle EBC =$ ☐ ডিগ্রি।

৪. ত্রিভুজ অঙ্কন

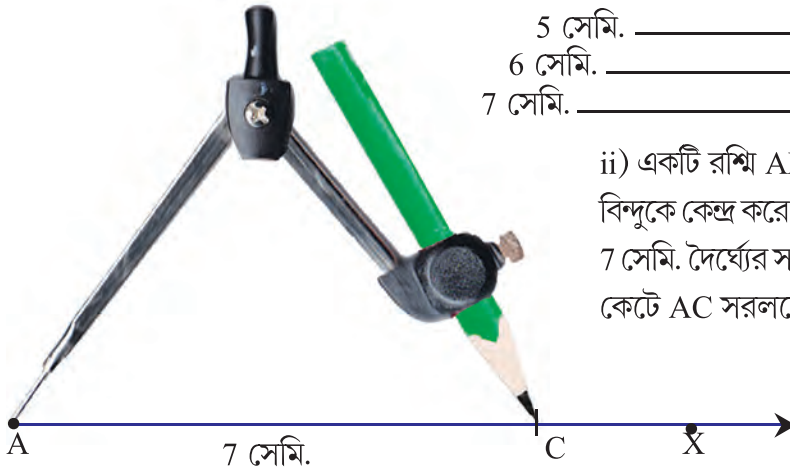
আজ আমি, রেশমি, বনলতা, সাব্বা ও রফিক সবাই মিলে ঠিক করেছি নির্দিষ্টমাপের ত্রিভুজ আঁকব ও ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রে রং করব। আগে আমরা যেমন খুশি নানান মাপের কাগজ কেটে ত্রিভুজাকার ক্ষেত্র তৈরি করি।

আজ আমি ত্রিভুজের বাহু ও কোণের আলাদা আলাদা মাপ বলে দেব। আমার বন্ধুরা সেই মাপের ত্রিভুজ তৈরির চেষ্টা করবে। ত্রিভুজের বাহুর সংখ্যা ☐ টি ও কোণ ☐ টি।

ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 5 সেমি., 6 সেমি. ও 7 সেমি.। ত্রিভুজ আঁকার চেষ্টা করি অর্থাৎ ABC একটি ত্রিভুজ আঁকি যার AB = 6সেমি., BC = 5 সেমি. ও CA = 7 সেমি.।

শুধুমাত্র স্কেল ও পেনসিল দিয়ে খসড়া ছবি এঁকে দেখি কোথায় কোন বিন্দু লিখব

1 এবার স্কেল, পেনসিল ও কম্পাস দিয়ে নিখুঁতভাবে ত্রিভুজ আঁকার চেষ্টা করি।

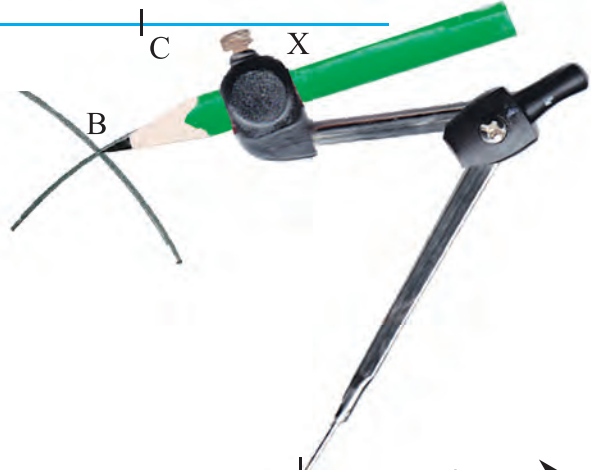
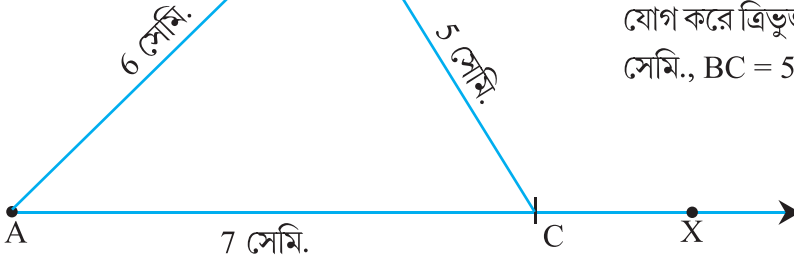
i) স্কেল ও পেনসিলের সাহায্যে 5 সেমি., 6 সেমি. ও 7 সেমি. দৈর্ঘ্যের তিনটি সরলরেখাংশ আঁকলাম।

5 সেমি. ________________

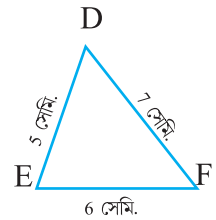
6 সেমি. ____________________

7 সেমি. ________________________

ii) একটি রশ্মি AX আঁকলাম। AX রশ্মির A বিন্দুকে কেন্দ্র করে পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে 7 সেমি. দৈর্ঘ্যের সমান ব্যাসার্ধের একটি বৃত্তচাপ কেটে AC সরলরেখাংশ পেলাম।

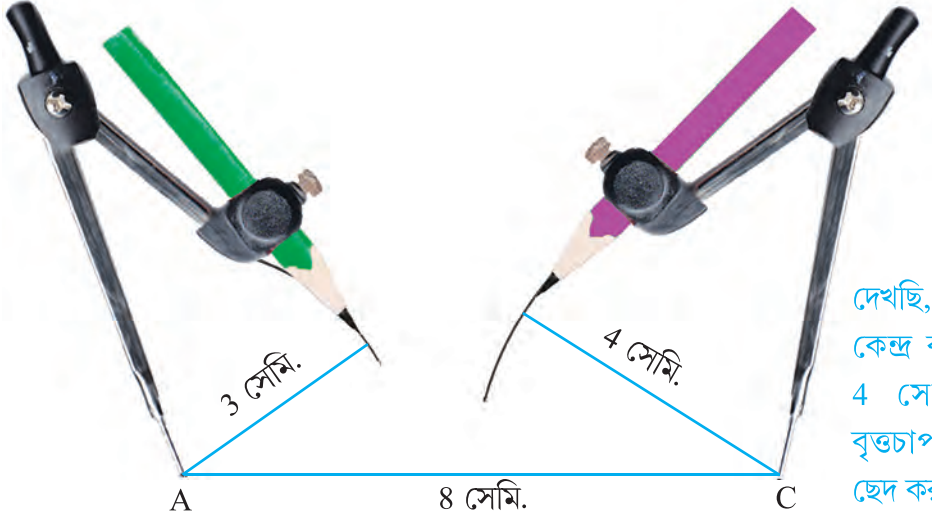
iii) A বিন্দুকে কেন্দ্র করে পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে 6 সেমি. দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকলাম। এই বৃত্তচাপের উপরে কোথাও B বিন্দু আছে (এই B বিন্দু খোঁজাই এখন প্রধান কাজ)।

iv) এবার C বিন্দুকে কেন্দ্র করে পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে 5 সেমি. দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধ নিয়ে আর একটি বৃত্তচাপ আঁকলাম। এই বৃত্তচাপ দুটি পরস্পরকে B বিন্দুতে ছেদ করেছে।

v) স্কেলের সাহায্যে A, B এবং B, C বিন্দুগুলি যোগ করে ত্রিভুজ ABC পেলাম। যার AB = 6 সেমি., BC = 5 সেমি. এবং AC = 7 সেমি.।

সাব্বাও স্কেল ও কম্পাসের সাহায্যে DEF অন্য একটি ত্রিভুজ আঁকল যার DE =5 সেমি. EF = 6 সেমি. ও FD = 7 সেমি.। আমি $\triangle$DEF কেটে $\triangle$ABC -এর উপর বসিয়ে দেখছি সম্পূর্ণ মিলে যাচ্ছে [নিজে করি]।

সুতরাং দুটি ত্রিভুজের বাহুগুলি সমান হলে ত্রিভুজ দুটি সম্পূর্ণভাবে মিলে যায় অর্থাৎ ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্যগুলি নির্দিষ্ট হলে ত্রিভুজটিও নির্দিষ্ট হবে।

2 আমি 3 সেমি., 4 সেমি. ও 8 সেমি. দৈর্ঘ্যের সরলরেখাংশ নিয়ে ত্রিভুজ আঁকার চেষ্টা করি।

3 সেমি. ——————

4 সেমি. ————————

8 সেমি. ————————————————

দেখছি, A ও C বিন্দুকে কেন্দ্র করে 3 সেমি. ও 4 সেমি. ব্যাসার্দ্ধের বৃত্তচাপ দুটি পরস্পরকে ছেদ করছে না।

আমি 5 সেমি., 6 সেমি. ও 7 সেমি. দৈর্ঘ্যের সরলরেখাংশ নিয়ে ত্রিভুজ আঁকতে পেরেছি। এক্ষেত্রে ক্ষুদ্রতর বাহুদুটির দৈর্ঘ্য হলো 5 সেমি. ও 6 সেমি. এবং তৃতীয় বাহুর দৈর্ঘ্য 7 সেমি.।

আবার 5 সেমি. + 6 সেমি. = 11 সেমি. > 7 সেমি.

আবার দেখলাম 3 সেমি., 4 সেমি. ও 8 সেমি. দৈর্ঘ্যের সরলরেখাংশ নিয়ে ত্রিভুজ আঁকতে পারলাম না। এক্ষেত্রে ক্ষুদ্রতর বাহুদুটির দৈর্ঘ্য হলো 3 সেমি. ও 4 সেমি. এবং তৃতীয় বাহুর দৈর্ঘ্য 8 সেমি.।

আবার 3 সেমি. + 4 সেমি. = 7 সেমি. < 8 সেমি.

তাই দেখলাম ত্রিভুজের ক্ষুদ্রতর বাহু দুটির দৈর্ঘ্যের সমষ্টি তৃতীয় বাহুর দৈর্ঘ্য থেকে বড়ো হলে তবেই ত্রিভুজ আঁকা সম্ভব।

কষে দেখি - 8.1

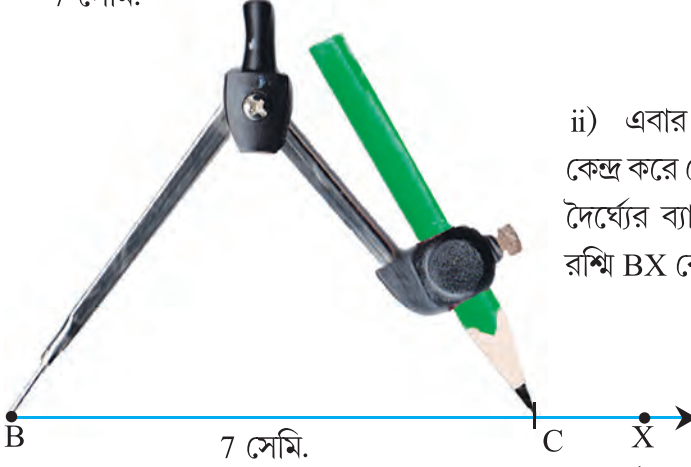
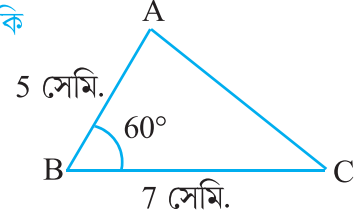
1. ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য দেওয়া আছে। যেখানে ত্রিভুজ আঁকা সম্ভব সেখানে ত্রিভুজ আঁকার চেষ্টা করি ও যেখানে ত্রিভুজ আঁকা সম্ভব নয় কারণ দেখাই।

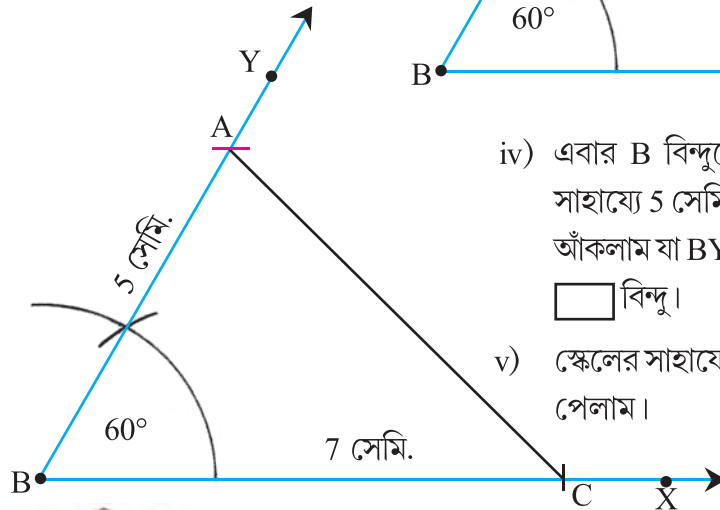
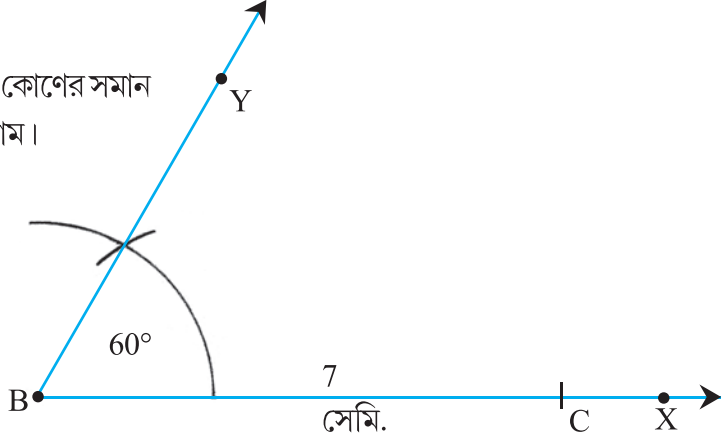
i) 4 সেমি. , 5 সেমি. ও 7 সেমি. **ii)** 9 সেমি., 4 সেমি. ও 4 সেমি. **iii)** 6 সেমি. , 8 সেমি. ও 10 সেমি.

2. ABC একটি ত্রিভুজ আঁকি যার AB = 5.5 সেমি. BC = 5 সেমি. ও CA = 6 সেমি.।
3. একটি সমবাহু ত্রিভুজ আঁকি যার প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য 4.5 সেমি.। চাঁদার সাহায্যে এই ত্রিভুজের প্রতিটি কোণের মাপ লিখি।
4. PQR একটি ত্রিভুজ আঁকি যার PQ = 6 সেমি., QR = 5 সেমি. ও PR = 6 সেমি.। চাঁদার সাহায্যে এই ত্রিভুজের প্রতিটি কোণ মাপি এবং কোণগুলির সম্পর্ক বের করি।

3 ABC একটি ত্রিভুজ আঁকার চেষ্টা করি যেখানে AB=5 সেমি., BC=7 সেমি. এবং $\angle ABC=60^\circ$

প্রথমে স্কেল ও পেনসিলের সাহায্যে খসড়া ছবি আঁকি

i) প্রথমে স্কেলের সাহায্যে 5 সেমি. ও 6 সেমি. দৈর্ঘ্যের দুটি সরলরেখাংশ আঁকি।

ii) এবার একটি রশ্মি BX নিলাম। A বিন্দুকে কেন্দ্র করে পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে 7 সেমি. দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধের একটি বৃত্তচাপ আঁকলাম যা রশ্মি BX কে C বিন্দুতে ছেদ করল।

iii) এবার B বিন্দুকে কেন্দ্র করে 60° কোণের সমান মানের একটি কোণ $\angle YBC$ আঁকলাম।

iv) এবার B বিন্দুকে কেন্দ্র করে পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে 5 সেমি. দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকলাম যা BY রশ্মিকে যে বিন্দুতে ছেদ করল সেটাই ☐ বিন্দু।

v) স্কেলের সাহায্যে A ও C বিন্দু দুটি যোগ করে ΔABC পেলাম।

রেশমিও DEF একটি ত্রিভুজ আঁকল যার DE = 5 সেমি., EF = 7 সেমি. ও $\angle DEF = 60^{\circ}$।

আমি আমার আঁকা ABC ত্রিভুজাকারক্ষেত্রটি কেটে রেশমির আঁকা DEF ত্রিভুজাকারক্ষেত্রের উপর বসিয়ে দেখছি ত্রিভুজ দুটি একটি অপরটির সাথে সম্পূর্ণরূপে মিলে যাচ্ছে।

অর্থাৎ একটি ত্রিভুজের দুটি বাহু ও তাদের অন্তর্ভূক্ত কোণ অপর একটি ত্রিভুজের দুটি বাহু ও অন্তর্ভুক্ত কোণের সমান হলে একটি অপরটির সাথে সম্পূর্ণরূপে মিলে যায়।

অর্থাৎ ত্রিভুজের দুটি বাহু ও তাদের অন্তর্ভূক্ত কোণ নির্দিষ্ট হলে নির্দিষ্ট ত্রিভুজ পাই।

কষে দেখি - 8.2

1. ABC একটি ত্রিভুজ আঁকি যার AB = 4 সেমি. BC = 6 সেমি. এবং $\angle ABC = 45^{0}$

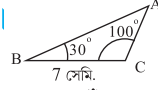
2. দুটি ত্রিভুজের অনুরূপ বাহুর দৈর্ঘ্য ও বাহুদুটির অন্তর্ভূক্ত কোণ সমান হলে ত্রিভুজ দুটির একটি অপরটির সাথে সম্পূর্ণরূপে মিলে যাবে। দুটি ত্রিভুজ আঁকি। তারপর ত্রিভুজ দুটি কেটে ও মিলিয়ে যাচাই করি।

3. PQR একটি ত্রিভুজ আঁকি যার PQ = 4 সেমি., QR = 3 সেমি. এবং $\angle PQR = 90^{0}$; PQR ত্রিভুজের PR বাহুর দৈর্ঘ্য স্কেলের সাহায্যে মেপে লিখি।

4. একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ আঁকি যার সমান দুটি বাহুর প্রত্যেকটির দৈর্ঘ্য 7.2 সেমি. এবং সমান বাহুদুটির অন্তর্ভূক্ত কোণ 100°।

এবার ত্রিভুজের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য ও ওই বাহুর সংলগ্ন দুটি কোণ জানা থাকলে কীভাবে ত্রিভুজ আঁকা যায় দেখি।

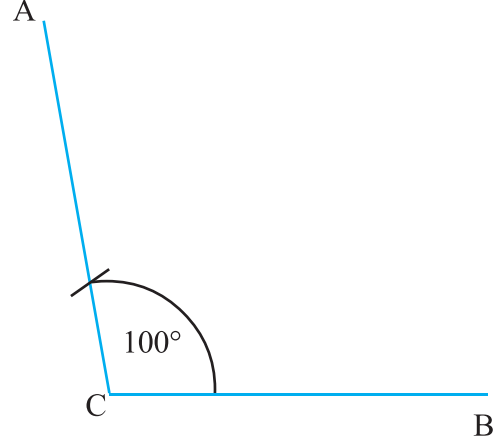
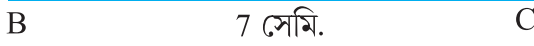
4 ABC একটি ত্রিভুজ আঁকি যার BC = 7 সেমি., $\angle ABC = 30^\circ$ এবং $\angle ACB = 100^\circ$

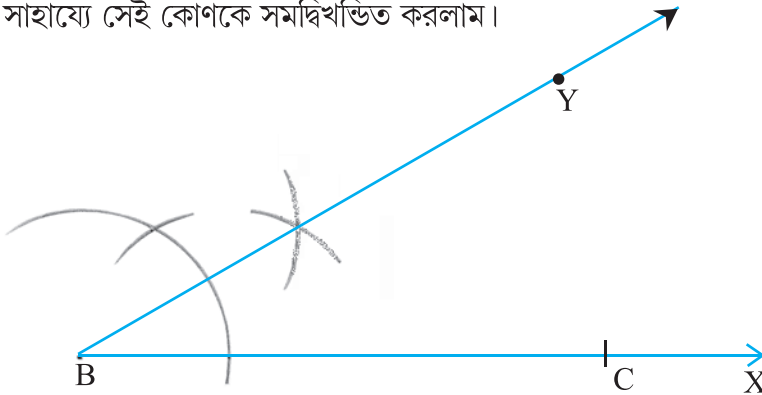
প্রথমে স্কেল ও পেনসিলের সাহায্যে খসড়া ছবি আঁকি।

i) প্রথমে স্কেলের সাহায্যে 7 সেমি. দৈর্ঘ্যের সরলরেখাংশ ও চাঁদার সাহায্যে 100° মাপের কোণ এঁকে নিলাম।

B 7 সেমি. C

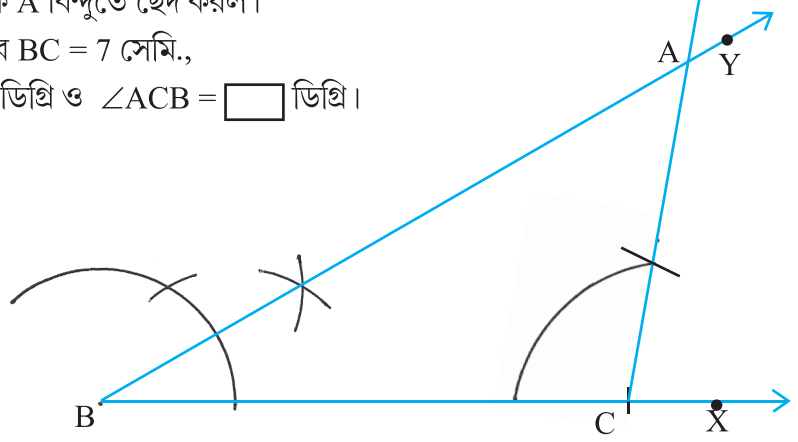
A

100°

C B

ii) এবার একটি রশ্মি BX নিলাম। BX রশ্মির B বিন্দুকে কেন্দ্র করে কম্পাসের সাহায্যে 7 সেমি. দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধ নিয়ে বৃত্তচাপ আঁকলাম যা BX রশ্মিকে ☐ বিন্দুতে ছেদ করল।

iii) এবার পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে B বিন্দুকে কেন্দ্র করে 30° কোণের সমান $\angle YBC$ কোণ অঙ্কন করলাম। অর্থাৎ পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে 60° কোণ আঁকলাম। আবার পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে সেই কোণকে সমদ্বিখণ্ডিত করলাম।

iv) পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে C বিন্দুকে কেন্দ্র করে 100° কোণের সমান করে একটি কোণ অঙ্কন করলাম যা BY রশ্মিকে A বিন্দুতে ছেদ করল।

∴ Δ ABC পেলাম যার BC = 7 সেমি.,

এবং ∠ABC = ☐ ডিগ্রি ও ∠ACB = ☐ ডিগ্রি।

সোহানা PQR একটি ত্রিভুজ আঁকল যার QR = 7 সেমি , ∠PQR = 30° ও ∠PRQ = 100°

আমি আমার আঁকা ABC ত্রিভুজাকারক্ষেত্রটি কেটে সোহানার আঁকা PQR ত্রিভুজাকারক্ষেত্রের উপর বসিয়ে দেখছি ত্রিভুজাকারক্ষেত্র দুটি একটি অপরটির সাথে সম্পূর্ণরূপে মিলে গেল।

পেলাম, দুটি ত্রিভুজের একটি বাহু ও সেই বাহু সংলগ্ন কোণ দুটি অপর একটি ত্রিভুজের অনুরূপ বাহু এবং বাহু সংলগ্ন কোণ দুটির সাথে সমান হলে একটি ত্রিভুজ অপরটির সাথে সম্পূর্ণরূপে মিলে যায়। অর্থাৎ ত্রিভুজের একটি বাহু ও বাহু সংলগ্ন কোণদুটি নির্দিষ্ট হলে নির্দিষ্ট ত্রিভুজ পাই।

কষে দেখি - 8.3

1. একটি ত্রিভুজের একটি বাহু ও সেই বাহুসংলগ্ন কোণদুটি অপর একটি ত্রিভুজের অনুরূপ বাহু ও বাহু সংলগ্ন কোণের সাথে সমান হলে একটি ত্রিভুজ অপরটির সাথে সম্পূর্ণরূপে মিলে যাবে। দুটি ত্রিভুজ আঁকি। তারপর ত্রিভুজাকারক্ষেত্র দুটি কেটে ও মিলিয়ে যাচাই করি।

2. XYZ একটি ত্রিভুজ আঁকি যার YZ = 6.5 সেমি. ও ∠XYZ = 60° ও ∠XZY = 70°

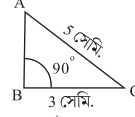
3. ABC একটি ত্রিভুজ আঁকি যার BC = 5.5 সেমি., ∠ABC = 60° ও ∠ACB = 30°

4. PQR একটি ত্রিভুজ আঁকার চেষ্টা করি যার QR = 7.2 সেমি., ∠PQR = 80° ও ∠PRQ = 115° এবং ত্রিভুজ গঠন না হলে কারণ খুঁজি।

5. DEF একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ আঁকি যার EF বাহুর দৈর্ঘ্য 6.2 সেমি. এবং বাহু সংলগ্ন কোণ দুটির যোগফল 100°

5 আমি একটি সমকোণী ত্রিভুজ আঁকার চেষ্টা করি যার একটি বাহু ও অতিভুজের দৈর্ঘ্য জানা আছে।
একটি সমকোণী ত্রিভুজের একটি কোণ অবশ্যই ☐ (সমকোণ / স্থূলকোণ)

প্রথমে স্কেল ও পেনসিলের সাহায্যে খসড়া ছবি আঁকি।

A, B, C, 5 সেমি., 90°, 3 সেমি.

i) প্রথমে স্কেল ও পেনসিলের সাহায্যে 3সেমি. ও 5 সেমি. দৈর্ঘের সরলরেখাংশ আঁকলাম।

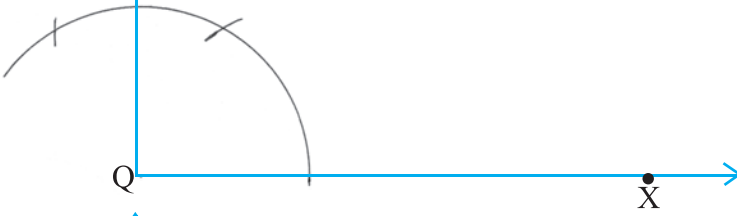
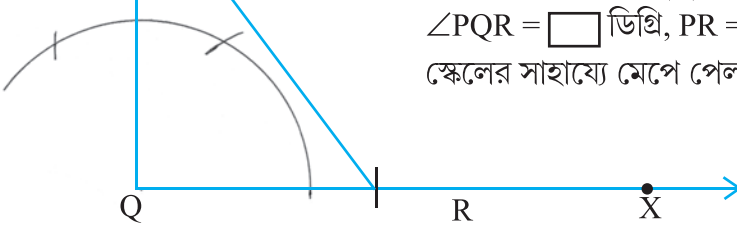
3 সেমি. ______ 5 সেমি. ______

ii) স্কেল ও পেনসিলের সাহায্যে QX একটি রশ্মি আঁকলাম।

Q X

Y Q X

iii) পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে QX রশ্মির Q বিন্দুতে QY লম্ব আঁকলাম।

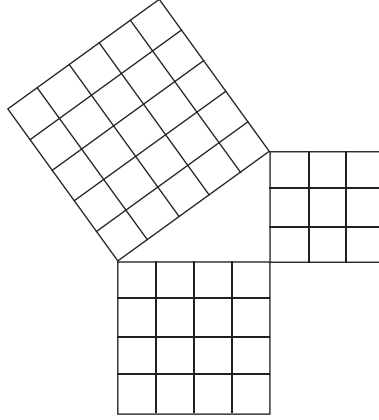
Y P Q R X

iv) Q বিন্দুকে কেন্দ্র করে 3 সেমি. দৈর্ঘ্যের সমান করে QX থেকে QR কেটে নিলাম এবং 5 সেমি. দৈর্ঘ্যের সমান করে R বিন্দুকে কেন্দ্র করে একটি বৃত্তচাপ আঁকলাম যা QY কে P বিন্দুতে ছেদ করে। এবার P, R বিন্দু দুটি যোগ করে △ PQR পেলাম।
$\angle PQR =$ ☐ ডিগ্রি, PR = ☐ সেমি., QR = ☐ সেমি.,
স্কেলের সাহায্যে মেপে পেলাম PQ = ☐ সেমি.।

তিতলি ABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ আঁকল যার $\angle ACB = 1$ সমকোণ, BC = 3 সেমি., AB =5 সেমি.।

আমি তিতলির আঁকা ABC সমকোণী ত্রিভুজাকারক্ষেত্রটি কেটে নিয়ে আমার আঁকা PQR সমকোণী ত্রিভুজাকারক্ষেত্রের উপর বসিয়ে দেখলাম দুটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ ও আর একটি বাহু সমান বলে সমকোণী ত্রিভুজ দুটির একটি অপরটির সাথে সম্পূর্ণরূপে মিলে গেল।

কিন্তু আমি যে সমকোণী ত্রিভুজ PQR আঁকলাম তার অতিভুজ PR = 5 সেমি., QR = 3 সেমি. এবং PQ = 4 সেমি.।

কিন্তু সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ, ভূমি ও লম্বের দৈর্ঘ্যগুলির মধ্যে কি কোনো সম্পর্ক আছে?

এখানে অতিভুজের দৈর্ঘ্য = 5 সেমি., ভূমির দৈর্ঘ্য = 3 সেমি. এবং লম্বের দৈর্ঘ্য = 4 সেমি.

দেখছি, $5^2 = 3^2 + 4^2$ অর্থাৎ অতিভুজ ^{2} = ভূমি ^{2} + লম্ব ^{2}

কষে দেখি — 8.4

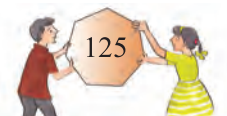
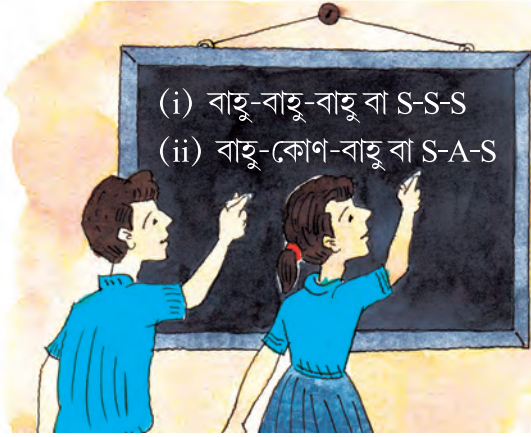
1. PQR একটি সমকোণী ত্রিভুজ আঁকি যার $\angle PQR = 90^\circ$, PQ = 6 সেমি. ও QR = 4 সেমি.
2. ABC একটি সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজ আঁকি যার $\angle ABC = 90^\circ$, AB = 7 সেমি.
3. XYZ একটি সমকোণী ত্রিভুজ আঁকি যার $\angle XYZ = 90^\circ$, XZ = 10 সেমি. এবং YX = 6 সেমি.
4. ABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ আঁকি যার $\angle BAC = 90^\circ$, BC = 8 সেমি. এবং $\angle ACB = 45^\circ$

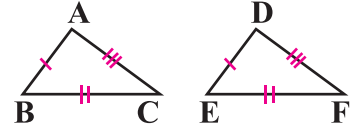
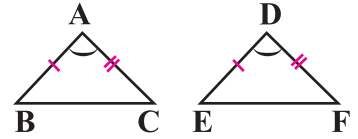
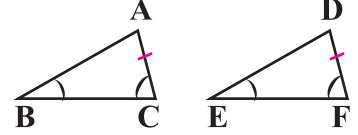
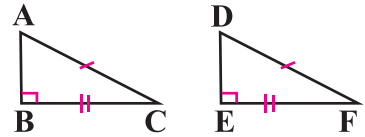
   সংকেত

   i) স্কেল ও পেনসিলের সাহায্যে একটি রশ্মি CX নিলাম।

   ii) C বিন্দুকে কেন্দ্র করে পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে CX -এর উপর $\angle XCD = 90^\circ$ কোণ আঁকি।

   iii) পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে $\angle XCD$ কে সমদ্বিখণ্ডিত করি। একটি কোণ $\angle XCY$ পাই যার মান 45° [এই CY রশ্মির উপরে ☐ বিন্দু আছে]।

   iv) CY থেকে 8 সেমি. দৈর্ঘ্যের সমান করে CB কেটে নিলাম। B বিন্দু থেকে স্কেল ও পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে CX-এর উপর লম্ব আঁকি। এই লম্ব CX কে ☐ বিন্দুতে ছেদ করল। সুতরাং প্রদত্ত সমকোণী ত্রিভুজের BC = 8 সেমি., $\angle BAC = 90^0$ এবং $\angle ACB = 45^\circ$

9. সর্বসমতার ধারণা

আমরা স্কেল, পেনসিল ও কম্পাসের সাহায্যে ত্রিভুজ-এর ছবি আঁকতে গিয়ে একই আকারের দুটি ছবি কেটে একটির সাথে অপরটি মিলিয়ে দেখেছি। এখন আমরা কোন কোন শর্তে ত্রিভুজ দুটি একটি অপরটির সাথে সম্পূর্ণ মিলে গেছে তা দেখি।

i) একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য অপর একটি ত্রিভুজের অনুরূপ তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্যের সমান হলে তাকে আমরা বাহু-বাহু-বাহু বা S-S-S শর্ত বলব।

ii) একটি ত্রিভুজের দুটি বাহুর দৈর্ঘ্য ও তাদের অন্তর্ভূক্ত কোণের পরিমাপ অপর একটি ত্রিভুজের অনুরূপ দুটি বাহুর দৈর্ঘ্য ও তাদের অন্তর্ভূক্ত কোণের পরিমাপের সমান হলে তাকে আমরা বাহু-কোণ-বাহু বা S-A-S শর্ত বলব।

iii) একটি ত্রিভুজের দুটি কোণের পরিমাপ ও একটি বাহুর দৈর্ঘ্য অপর একটি ত্রিভুজের দুটি কোণের পরিমাপ এবং অনুরূপ বাহুর দৈর্ঘ্যের সমান হলে তাকে কোণ-বাহু-কোণ বা A-S-A অথবা কোণ-কোণ বাহু বা A-A-S শর্ত বলব।

iv) একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের দৈর্ঘ্য ও একটি বাহুর দৈর্ঘ্য অপর একটি সমকোণী ত্রিভূজের অতিভুজের দৈর্ঘ্য ও একটি বাহুর দৈর্ঘ্যের সমান হলে তাকে আমরা সমকোণ-অতিভুজ-বাহু বা R-H-S শর্ত বলব।

কিন্তু একটি জ্যামিতিক চিত্রের সাথে অপর একটি জ্যামিতিক চিত্রের সম্পূর্ণভাবে মিলে যাওয়াকে অঙ্কের ভাষায় কী বলব?

এইরকম দুটি জ্যামিতিক চিত্রের একটিকে সরিয়ে বা ঘুরিয়ে বা দু-ভাবে অপরটির সাথে সম্পূর্ণভাবে মিলে যাওয়াকে 'সর্বসম' বলা হয়। আর এই ধর্মকে 'সর্বসমতা' বলে।

ত্রিভুজের সর্বসমতার শর্ত হলো — (i) বাহু-বাহু-বাহু বা S-S-S

(ii) বাহু-কোণ-বাহু বা S-A-S

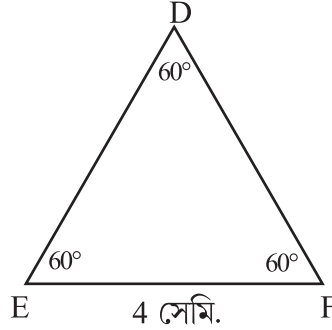
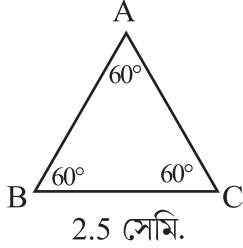
(iii) কোণ-বাহু-কোণ বা A-S-A অথবা কোণ-কোণ বাহু বা A-A-S

(iv) সমকোণ-অতিভুজ-বাহু বা R-H-S

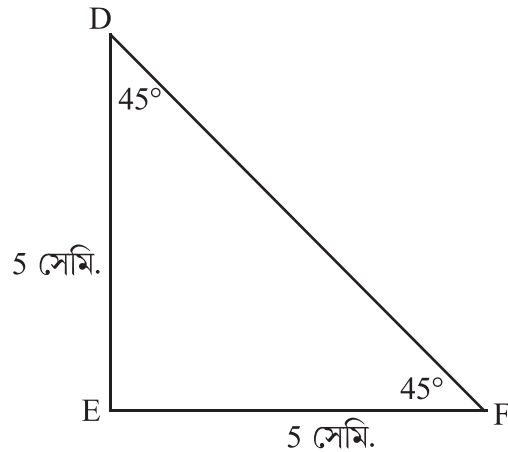
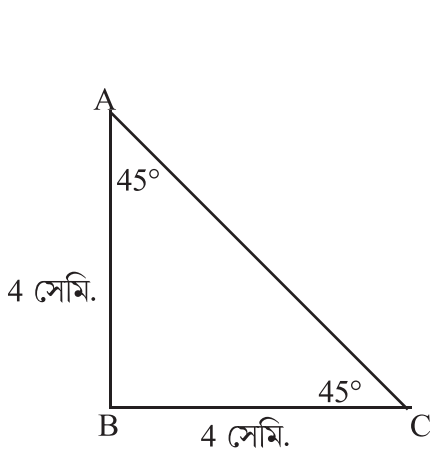
তিতলি ও রানা দুটি ফুলের ছবি এঁকে কেটে নিল। তিতলির আঁকা ফুলের ছবি রানার আঁকা ফুলের ছবির সাথে সম্পূর্ণ ভাবে মিলে গেল। এই ছবি দুটিও কি সর্বসম?

এই ছবি দুটিও সর্বসম।

কিন্তু দুটি ত্রিভুজের তিনটি কোণের পরিমাপ সমান হলে ত্রিভুজ দুটি সর্বসম হবে কিনা দেখি।

দুটি সমবাহু ত্রিভুজ আঁকি—

দেখছি, দুটি ত্রিভুজের কোণগুলি সমান। কিন্তু একটি জ্যামিতিক চিত্রের উপর আর একটি জ্যামিতিক চিত্র বসালে সম্পূর্ণভাবে মিলে যাচ্ছে না। অর্থাৎ ত্রিভুজ দুটি সর্বসম নয়।

তাহলে ত্রিভুজ দুটিকে কি বলব? তখন ত্রিভুজ দুটিকে সদৃশকোণী বলে।

অর্থাৎ একটি ত্রিভুজের তিনটি কোণের পরিমাপ অপর একটি ত্রিভুজের তিনটি কোণের পরিমাপের সমান। তাই দুটি ত্রিভুজের কোণ-কোণ-কোণ বা (A-A-A) সর্বসমতার শর্ত হতে পারে না।

এই সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ দুটির অনুরূপ কোণ তিনটি সমান। ত্রিভুজ দুটি সর্বসম নয়। কিন্তু ত্রিভুজ দুটি [ ]। (নিজে লিখি)

কষে দেখি - 9

1. সর্বসমতা বলতে কী বুঝি লিখি।
2. ত্রিভুজের সর্বসমতার শর্তগুলি লিখি।
3. কোণ-কোণ-কোণ ত্রিভুজের সর্বসমতার একটি শর্ত হতে পারে কি? —ছবি এঁকে বোঝাই।
4. নীচের আঁকা ত্রিভুজগুলির প্রত্যেকক্ষেত্রে কোন দুটি সর্বসম এবং কোন দুটি সর্বসম নয় তা সর্বসমতার শর্ত দিয়ে যুক্তিসহ লিখি।

(i) ABC: AB = 5 সেমি., AC = 7সেমি., BC = 6 সেমি.; DEF: DE = 6 সেমি., DF = 5 সেমি., EF = 7সেমি.

(ii) PQR: PQ = 5.5 সেমি., ∠Q = 60°, QR = 8.2 সেমি.; GHI: GI = 8.2 সেমি., ∠I = 60°, HI = 5.5 সেমি.

(iii) ABC: BC = 3 সেমি., ∠C = 30°, AC = 4 সেমি.; DEF: ∠D = 30°, DF = 3 সেমি., DE = 4 সেমি.

30°

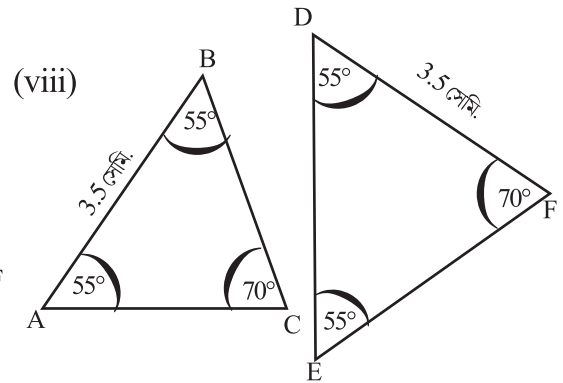
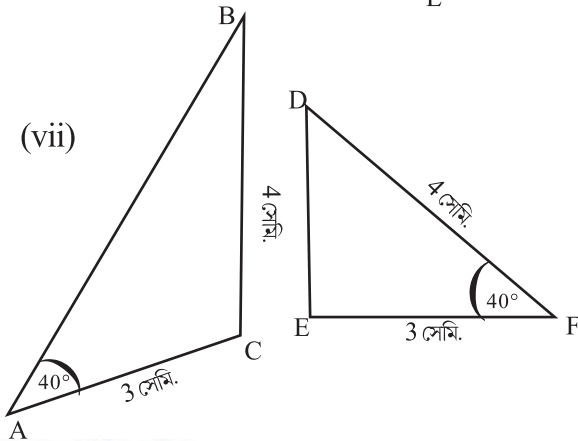
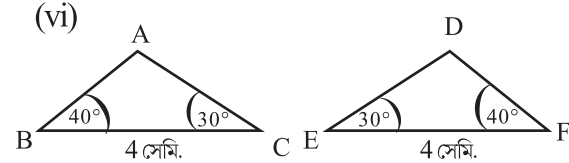
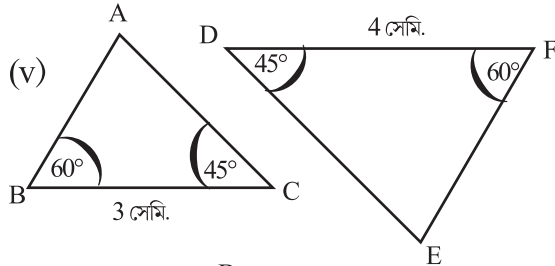
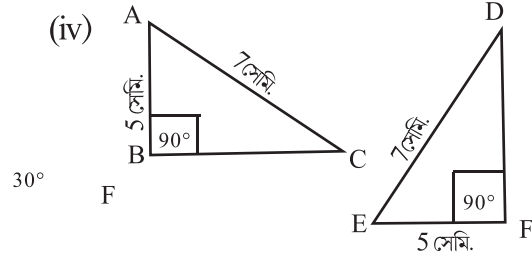
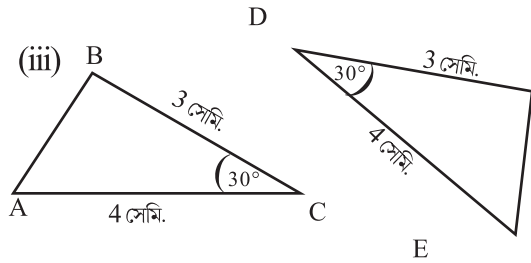
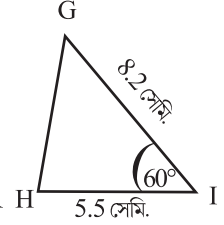
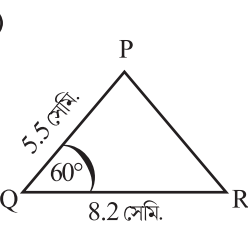
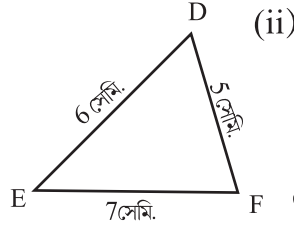
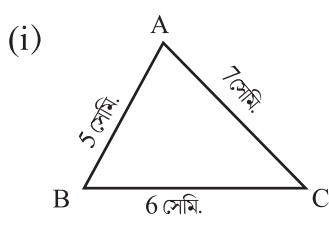
F

(iv) ABC: AB = 5 সেমি., ∠B = 90°, AC = 7সেমি.; DEF: DE = 7সেমি., ∠F = 90°, EF = 5 সেমি.

(v) ABC: ∠B = 60°, ∠C = 45°, BC = 3 সেমি.; DEF: ∠D = 45°, ∠F = 60°, DF = 4 সেমি.

(vi) ABC: ∠B = 40°, ∠C = 30°, BC = 4 সেমি.; DEF: ∠E = 30°, ∠F = 40°, EF = 4 সেমি.

(vii) ABC: ∠A = 40°, AC = 3 সেমি., BC = 4 সেমি.; DEF: DF = 4 সেমি., ∠F = 40°, EF = 3 সেমি.

(viii) ABC: AB = 3.5 সেমি., ∠A = 55°, ∠B = 55°, ∠C = 70°; DEF: DF = 3.5 সেমি., ∠D = 55°, ∠E = 55°, ∠F = 70°

10. আসন্নমান

এ বছরে আমি ক্ষুদিরাম মেমোরিয়াল স্কুলে ভরতি হয়েছি। স্কুলে অনেক বন্ধু পেয়েছি। স্কুলে তমাল, তিতলি, ফিরোজ, আনোয়াড়া সবাই মিলে আমরা খেলাধুলা করি।
আজ আমরা ঠিক করেছি, আমরা নিজেদের বয়স ও উচ্চতা বলব আর তমাল ব্ল্যাকবোর্ডে লিখবে।

আমার বয়স 12 বছর 3 মাস 8দিন এবং উচ্চতা 150.8 সেমি.। কিন্তু তমাল আমার বয়স লিখল 12 বছর ও উচ্চতা লিখল 151 সেমি.। এই রকম লিখল কেন?

তমাল বয়স ও উচ্চতার যে মানটি লিখল সেটি সঠিক মানের আসন্নমান। এই আসন্নমান আমাদের অনেক গুরুত্বপূর্ণ সিদ্ধান্ত নিতে সাহায্য করে। এবার তমাল দুটি দল তৈরি করল। একটি দল যাদের বয়স 12 বছরের বেশি এবং অন্য দলের প্রত্যেকের বয়স 12 বছরের কম। দুই দলের কয়েজনের

উচ্চতা লিখল →

উচ্চতা	তমাল লিখল
150.3 সেমি.	150 সেমি.
152.7 সেমি.	153 সেমি.
159.5 সেমি.	160 সেমি.
161.4 সেমি.	161 সেমি.

বুঝেছি, 150, 153, 160, 161 হলো 150.3, 152.7, 159.5 ও 161.4 - এর আসন্নমান।

কিন্তু এই আসন্নমান লেখার কী কোনো নিয়ম আছে? সেই নিয়মটা কী?

150.3, 152.7 — এগুলো হলো প্রকৃত মান।

তাই দেখছি আসন্নমান প্রকৃত মানের চেয়ে কিছু কম অথবা বেশি হয়।

150.3 - এর আসন্নমান 150 নিলে $150.3 - 150 = 0.3$ কম নিই।

কিন্তু 150.3 - এর আসন্নমান 151 নিলে $151 - 150.3 = 0.7$ বেশি নিই। অর্থাৎ এক্ষেত্রে প্রকৃত মানের থেকে আসন্নমানের পার্থক্য বেড়ে যাবে। তাই, 150.3 -এর আসন্নমান 150 নিলে গাণিতিক চিহ্নে প্রকাশ করে পাই $150.3 \approx 150$

এই $\approx$ গাণিতিক চিহ্ন মানে **প্রায় সমান**।

1 152.7 সেমি.-র আসন্নমান 153 সেমি. কীভাবে হলো দেখি।

152.7-এর আগের পূর্ণসংখ্যা 152 এবং পরের পূর্ণসংখ্যা 153

153 – 152.7 = ☐ কিন্তু 152.7 – 152 = ☐

153 প্রকৃত মানের কাছে আছে। তাই 152.7 ☐ 153 [নিজে আসন্নমানের গাণিতিক চিহ্ন বসাই]

2 কিন্তু 159.5 যখন প্রকৃত মান, তখন আসন্নমান কী হবে দেখি।

159.5-এর আগের ও পরের পূর্ণসংখ্যা ☐ ও ☐

160 – 159.5 = ☐ ও 159.5 – 159 = ☐

দেখছি, দুটোরই পার্থক্য সমান। সেক্ষেত্রে 159.5 ≈ 160 হবে। অর্থাৎ পরের পূর্ণসংখ্যাই আসন্নমান হবে।

3 কিন্তু 159.251-এর এক দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্নমান কী হবে?

159.25 ≈ 159.3 [যেহেতু শতাংশে 5 আছে]

4 159.251-এর দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্নমান কী হবে?

159.251 ≈ 159.25 [যেহেতু সহস্রাংশে 1 আছে]

5 যদি 17 মিটার লম্বা ফিতেকে 14 টি সমান টুকরো করার চেষ্টা করি তবে প্রতি টুকরোর দৈর্ঘ্য কত হতে পারে হিসাব করি।

প্রতি টুকরোর দৈর্ঘ্য হবে $\frac{17}{14}$ মি. = 1.214285712.................................... মিটার

$\frac{17}{14}$ = 1.21428571 ... আসন্নমান লিখি।

(1.2142871....-এর দশমিকের পরে পাঁচটা স্থান বা পাঁচ দশমিক স্থান পর্যন্ত লেখার চেষ্টা করি)।

1.2142871...-এর পাঁচ দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্নমান 1.21429

[যেহেতু দশমিকের পরে পঞ্চম স্থানে 8 ও ষষ্ঠ স্থানে 7 আছে তাই (8 + 1) = 9 হলো।]

6 এবার, 1.2142871-এর চার দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্নমান খুঁজি।

$1.2142871 \approx 1.2143$ [∵ দশমিকের পরে পঞ্চম স্থানে 8 আছে তাই চতুর্থ স্থানে 2 + 1 = 3 হলো]

1.2142871 -এর তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্নমান লিখি —

$1.2142871 \approx 1.21$ ☐ [নিজে লিখি]

1.2142871 -এর দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্নমান লিখি —

$1.2142871 \approx$ ☐ [নিজে লিখি]

∴ ফিতের প্রতি খণ্ডের দৈর্ঘ্য হবে প্রায় 1.21 মিটার (দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত)।

7 আমি $\frac{12}{13}$ -এর দুই, তিন, চার ও পাঁচ দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্নমান খুঁজি।

$\frac{12}{13} = 0.9230769...$ ≈ ☐ [দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত]

≈ ☐ [তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত]

≈ ☐ [চার দশমিক স্থান পর্যন্ত]

≈ ☐ [পাঁচ দশমিক স্থান পর্যন্ত]

নিজে করি—10.1

1) নীচের ভগ্নাংশগুলি দুই, তিন ও চার দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্নমানে লিখি—

(i) $\frac{13}{17}$ (ii) $\frac{19}{29}$

8 কলেজ ঘাট রোডের বিবেকানন্দ উচ্চ মাধ্যমিক বিদ্যালয়ে স্কুলবাড়ি মেরামতের জন্য বিভিন্ন সংস্থা থেকে চাঁদা তোলা হয়েছে। মোট 2486519 টাকা চাঁদা উঠেছে। কত লাখ টাকা চাঁদা উঠেছে ?

প্রায় 25 লক্ষ টাকা চাঁদা উঠেছে।

কারণ 2486519 ≈ 25,00,000 (লক্ষের স্থান পর্যন্ত)

2486519 ≈ 2490000 (অযুতের স্থান পর্যন্ত)

2486519 ≈ ☐ (হাজারের স্থান পর্যন্ত)

2486519 ≈ 2486500 (শতক স্থান পর্যন্ত)

2486519 ≈ ☐ (দশক স্থান পর্যন্ত)

নিজে করি—10.2 নীচের সংখ্যার দশক,শতক, হাজার ও অযুত স্থান পর্যন্ত আসন্নমান লিখি।

মূলসংখ্যা	দশক স্থান পর্যন্ত	শতক স্থান পর্যন্ত	হাজার স্থান পর্যন্ত	অযুত স্থান পর্যন্ত
452167				
784062				

কষে দেখি - 10

1. 3 টাকা 7 জন ছেলেমেয়েদের মধ্যে সমান ভাগে ভাগ করে দিই। হিসাব করে দেখি প্রত্যেকে কত পয়সা করে পাবে । (দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্নমানে)

এবার 7 জনের মোট টাকা হিসাব করে দেখি মোট টাকা 3 টাকার কত কম বা কত বেশি হয়।

2. আমি 22 টাকা 8 জন ছেলে ও 7 জন মেয়ের মধ্যে সমান ভাগে ভাগ করে দেওয়ার চেষ্টা করি। হিসাব করে দেখি প্রত্যেকে প্রায় কত পয়সা পাবে । (দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্নমানে)

আরও হিসাব করে দেখি 8 জন ছেলে মোট কত টাকা পেল ও 7 জন মেয়ে মোট কত টাকা পেল। 8 জন ছেলে ও 7 জন মেয়ে মিলে মোট কত টাকা পেল হিসাব করি ও দেখি এই মোট টাকা 22 টাকার কত বেশি বা কত কম।

3. আলো 1 সেকেন্ডে যায় 186000 মাইল। আবার 1 মাইল = 1.6093 কিমি.। আলো 1 সেকেন্ডে যতদূর যায় তা কিলোমিটারে আসন্নমানে প্রকাশ করি। (তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্নমানে)

4. 0.997-এর দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্নমান লিখি।

5. শূন্যস্থান পূরণ করি—

সংখ্যা	সংখ্যাটির দশমিকের আগে পূর্ণসংখ্যা	সংখ্যাটির দশমিকের আগে পূর্ণসংখ্যায় আসন্নমান	সংখ্যাটির এক দশমিক স্থান পর্যন্ত প্রকৃত মান	সংখ্যাটির এক দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্নমান	সংখ্যাটির দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত প্রকৃত মান	সংখ্যাটির দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্নমান	সংখ্যাটির তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত প্রকৃত মান	সংখ্যাটির তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্নমান
54·7049	54	55	54.7	54.7	54.70	54.70	54.704	54.705
35·6268								
2·00065								
0·06251								
0·00626								

6. নীচের ভগ্নাংশগুলির দুই, তিন ও চার দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্নমান লিখি—

(i) $\frac{22}{7}$ (ii) $\frac{3}{14}$ (iii) $\frac{1}{5}$ (iv) $\frac{47}{57}$

7. নীচের সংখ্যাগুলির লক্ষ, সহস্র ও শতকে আসন্ন মান লিখি —

মূল সংখ্যা	লক্ষে আসন্ন মান	সহস্রে আসন্ন মান	শতকে আসন্ন মান
2678945			
3124487			
1356921			

8. আসন্নমানের ব্যবহারিক প্রয়োগ —

i) 11 টা 9 মিনিট 40 সেকেন্ডকে আসন্নমানে কত বলি [মিনিটে]?

ii) জুতোর দাম 99.99 টাকা লেখা থাকলে আসন্নমানে জুতোর দাম কত ধরি?

iii) একটি রেখাংশের দৈর্ঘ্য 1.59 সেমি. হলে আসন্নমানে রেখাংশটির দৈর্ঘ্য কত লিখি?

iv) মুদির দোকানে পোস্ত কিনতে গিয়ে ওজন মাপার মেশিনে দেখলাম 102 গ্রাম। দোকানদার আসন্নমানে কত গ্রাম জিনিসের দাম নেয় তা লিখি।

11. ভগ্নাংশের বর্গমূল

আমরা নানান ধরনের রঙিন কার্ড তৈরি করছি। আমাদের মধ্যে অনেকে ভালো আঁকতে পারে। তারা এই কার্ডে অনেক ছবি আঁকছে। আমরা অনেকে ভালো আঁকতে পারি না। কিন্তু কাগজ কেটে নানান নকশা তৈরি করতে পারি। তাই আমরা ঠিক করেছি সমান মাপের অনেকগুলি নানান রঙের বর্গাকার কাগজ কাটব। আমরা নানান মাপের বড়ো বর্গাকার কাগজে ছোটো ছোটো বর্গ এঁকে নিলাম যার প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য 1 সেমি. ও রং করলাম।

রেহানা করল →

দেখছি, রেহানা তার বর্গাকার কাগজকে 49 টি সমান ছোটো ছোটো বর্গে ভাগ করে কিছু ঘরে লাল রং, কিছু ঘরে নীল রং ও কিছু ঘরে সবুজ রং দিল। রেহানার বর্গাকার কাগজের ক্ষেত্রফল 49 বর্গসেমি.।

লাল রং দিল → $\frac{\boxed{4}}{\boxed{49}}$ অংশে।

অর্থাৎ 49 টি সমান ভাগের 4 ভাগ। আবার লাল রং দেওয়া অংশটিও একটি বর্গক্ষেত্র। এই বর্গক্ষেত্রের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য বড়ো বর্গক্ষেত্রেটির বাহুর দৈর্ঘ্যের $\frac{2}{7}$ অংশ অর্থাৎ সমান 7 ভাগের 2 ভাগ।

বর্গাকার লাল ঘরের অংশ → $\frac{4}{49}$

লাল বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল বড়ো বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের $\frac{4}{49}$ অংশ।

লাল বর্গক্ষেত্রের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য বড়ো বর্গক্ষেত্রের একটি বাহুর দৈর্ঘ্যের $\sqrt{\frac{4}{49}}$ অংশ।

1 কিন্তু ভগ্নাংশের বর্গমূল কীভাবে পাব অর্থাৎ $\sqrt{\frac{4}{49}}$ -এর মান কীভাবে পাব।

$$\sqrt{\frac{4}{49}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{49}} = \frac{\sqrt{2\times 2}}{\sqrt{7\times 7}} = \frac{\sqrt{2^2}}{\sqrt{7^2}} = \frac{2}{7}$$

অর্থাৎ ভগ্নাংশের বর্গমূল করার ক্ষেত্রে আলাদাভাবে লব ও হরের বর্গমূল করা হয়।

∴ লাল বর্গক্ষেত্রের 1টি বাহুর দৈর্ঘ্য বড়ো বর্গক্ষেত্রের একটি বাহুর দৈর্ঘ্যের $\frac{2}{7}$ অংশ।

আবার $\left(\frac{2}{7}\right)^2 = \frac{2^2}{7^2} = \frac{4}{49}$

কাগজে নীল বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল বড়ো বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের = $\frac{\square}{\square}$ অংশ।

নীল বর্গক্ষেত্রের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য বড়ো বর্গক্ষেত্রের একটি বাহুর দৈর্ঘ্যের $= \sqrt{\frac{\boxed{9}}{\boxed{49}}}$ অংশ $= \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{49}}$ অংশ $= \frac{\square}{\square}$ অংশ

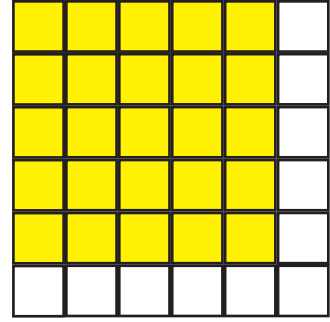
আবাব, $\left(\frac{3}{7}\right)^2 = \frac{3^2}{7^2} = \frac{9}{49}$

একইভাবে রেহানার বর্গাকার কাগজে সবুজ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল বড়ো বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের $\frac{\square}{\square}$ অংশ।

$\therefore$ সবুজ বর্গক্ষেত্রের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য বড়ো বর্গক্ষেত্রের একটি বাহুর দৈর্ঘ্যের $= \sqrt{\frac{\square}{\square}}$ অংশ $= \frac{\square}{\square}$ অংশ

আবার, $\left(\frac{4}{7}\right)^2 = \frac{\square^2}{\square^2} = \frac{\square}{\square}$

রেহানা লাল, নীল ও সবুজ ঘরগুলি কেটে নিল।

পীযুষ করল →

পীযুষের হলুদ রঙের বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল বড়ো বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের $\frac{\square}{\square}$ অংশ।

হলুদ রঙের বর্গাকার ক্ষেত্রের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য বড়ো বর্গক্ষেত্রের একটি বাহুর দৈর্ঘ্যের $\sqrt{\frac{\square}{\square}}$ = অংশ = $\frac{\square}{\square}$ অংশ

2 $\frac{32}{50}$ বর্গসেমি. ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট বর্গক্ষেত্রের 1টি বাহুর দৈর্ঘ্য কী হবে হিসাব করি।

1 টি বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{\frac{32}{50}}$ সেমি. $= \sqrt{\frac{\cancel{2} \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}{\cancel{2} \times 5 \times 5}}$ সেমি. $= \frac{\sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2}}{\sqrt{5 \times 5}}$ সেমি.

$= \frac{\sqrt{2^2 \times 2^2}}{\sqrt{5^2}}$ সেমি. $= \frac{2 \times 2}{5}$ সেমি. $= \frac{4}{5}$ সেমি.

3 $\frac{121}{144}$ বর্গসেমি. ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট বর্গক্ষেত্রের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য কী হবে হিসাব করি।

$\frac{121}{144}$ বর্গসেমি. ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট বর্গক্ষেত্রের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য

$= \sqrt{\frac{121}{144}}$ সেমি. $= \sqrt{\frac{11 \times 11}{2 \times 2 \times 3 \times 2 \times 2 \times 3}}$ সেমি. $= \sqrt{\frac{11^2}{12^2}}$ সেমি. $= \frac{11}{12}$ সেমি.

নিজে করি—11.1

1) নীচের ভগ্নাংশগুলির বর্গ করি:

(i) $\frac{4}{5}$ (ii) $\frac{6}{7}$ (iii) $\frac{8}{10}$ (iv) $\frac{11}{12}$

2) নীচের ভগ্নাংশগুলির বর্গমূল করি:

(i) $\frac{16}{25}$ (ii) $\frac{9}{64}$ (iii) $\frac{36}{121}$, (iv) $\frac{144}{169}$ (v) $\frac{225}{289}$

4 যদি $\frac{9}{32}$ -এর বর্গমূল করতে চাই তাহলে কীভাবে করব দেখি।

$$\sqrt{\frac{9}{32}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{32}} = \frac{\sqrt{3 \times 3}}{\sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}} = \frac{\sqrt{3^2}}{\sqrt{2^2 \times 2^2 \times 2}}$$

32 পূর্ণবর্গসংখ্যা নয়। কারণ 32 কে মৌলিক উৎপাদকে বিশ্লেষণ করলে পাই $32 = 2^2 \times 2^2 \times 2$।

এই রকম ভগ্নাংশকে কী বলব?

$\frac{9}{36}$, $\frac{4}{49}$ এইসব ভগ্নাংশের লব ও হরে পূর্ণবর্গ ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা আছে।

যেমন, $\frac{9}{36} = \frac{3^2}{6^2}$, $\frac{4}{49} = \frac{2^2}{7^2}$; তাই এরা পূর্ণবর্গ ভগ্নাংশ। কিন্তু $\frac{9}{32} = \frac{3^2}{2^2 \times 2^2 \times 2}$ এইরকম ভগ্নাংশ পূর্ণবর্গ ভগ্নাংশ নয়। বুঝেছি, $\frac{9}{32}$ একটা পূর্ণবর্গ ভগ্নাংশ নয়।

5 $\frac{9}{32}$ -কে পূর্ণবর্গ করতে হলে কোন ক্ষুদ্রতম ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা দিয়ে গুণ বা ভাগ করব দেখি।

32-এর মৌলিক উৎপাদক বিশ্লেষণে দুইটি 4 পূর্ণবর্গসংখ্যা এবং একটি উৎপাদক 2 আছে, যা পূর্ণবর্গ নয়। তাই $\frac{9}{32}$ -কে 2 দিয়ে গুণ করে পাই, $\frac{9}{\cancel{32}_{16}} \times \cancel{2} = \frac{9}{16} = \frac{3^2}{4^2}$

∴ $\frac{9}{16}$ একটি পূর্ণবর্গ ভগ্নাংশ।

∴ $\frac{9}{32}$ -কে ক্ষুদ্রতম ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা ☐ দিয়ে গুণ করলে পূর্ণবর্গ ভগ্নাংশ পাব।

6 আমি যদি $\frac{9}{32}$ -কে 2 দিয়ে ভাগ করি কী পাই দেখি।

$$\frac{9}{32} \div 2 = \frac{9}{32} \times \frac{1}{2} = \frac{9}{64} = \frac{3 \times 3}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2} = \frac{3^2}{8^2}$$

∴ $\frac{9}{64}$ একটি পূর্ণবর্গ ভগ্নাংশ।

∴ $\frac{9}{32}$ -কে ক্ষুদ্রতম ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা ☐ দিয়ে ভাগ করলে পূর্ণবর্গ ভগ্নাংশ পাব।

7 $\frac{36}{243}$ পূর্ণবর্গ ভগ্নাংশ কিনা দেখি এবং কীভাবে পূর্ণবর্গ ভগ্নাংশ পাব হিসাব করে দেখি।

$$\frac{36}{243} = \frac{2 \times 2 \times 3 \times 3}{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3} = \frac{2^2 \times 3^2}{3^2 \times 3^2 \times 3}$$

তাই $\frac{36}{243}$ পূর্ণবর্গ ভগ্নাংশ নয়।

$\frac{36}{243}$ -এর হরের মৌলিক উৎপাদক বিশ্লেষণে দুইটি পূর্ণবর্গসংখ্যা 3^2 এবং একটি উৎপাদক 3 আছে যা পূর্ণবর্গ নয়।

∴ $\frac{36}{243}$ -কে পূর্ণবর্গ ভগ্নাংশ করতে ক্ষুদ্রতম ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা ☐ দিয়ে গুণ করতে হবে।

আবার $\frac{36}{243}$ -কে পূর্ণবর্গ ভগ্নাংশ করতে ক্ষুদ্রতম ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা ☐ দিয়ে ভাগ করতে হবে।

নিজে করি—11.2

1) কোন ক্ষুদ্রতম ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা দিয়ে গুণ করলে নীচের ভগ্নাংশগুলি পূর্ণবর্গ ভগ্নাংশ হবে তা নির্ণয় করি।

(i) $\frac{64}{147}$ (ii) $\frac{25}{162}$ (iii) $\frac{100}{128}$ (iv) $\frac{81}{288}$

2) কোন ক্ষুদ্রতম ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা দিয়ে ভাগ করলে নীচের ভগ্নাংশগুলি পূর্ণবর্গ ভগ্নাংশ হবে তা নির্ণয় করি।

(i) $\frac{450}{625}$ (ii) $\frac{320}{121}$ (iii) $\frac{245}{64}$ (iv) $\frac{243}{144}$

8 যদি ভগ্নাংশের লব ও হরের বর্গমূল ভাগ প্রক্রিয়ায় করি। তবে কী সুবিধা হয় দেখি।

$\frac{1764}{5625}$ -এর বর্গমূল অর্থাৎ $\sqrt{\frac{1764}{5625}}$ -এর মান ভাগ প্রক্রিয়ায় খুঁজি।

```
        4 2
   4 | 1764
     |-16
  82 |  164
     | -164
          0
```
$\therefore \sqrt{1764} = 42$

এবং

```
        7 5
   7 | 5625
     |-49
 145 |  725
     | -725
          0
```
$\therefore \sqrt{5625} = 75$

পেলাম, $\sqrt{\frac{1764}{5625}} = \frac{\sqrt{1764}}{\sqrt{5625}} = \frac{\sqrt{42^2}}{\sqrt{75^2}} = \frac{42}{75}$

দেখছি, ভগ্নাংশের লব ও হরে বড়ো সংখ্যা থাকলে ভাগ প্রক্রিয়ায় বর্গমূল করলে সুবিধা হয়।

এবার আমি $\sqrt{\frac{4761}{5329}}$ -এর মান ভাগ প্রক্রিয়ায় খুঁজব।

```
        6 9
   6 | 4761
     | -36
 129 |  1161
     | -1161
           0
```
$\therefore \sqrt{4761} = \square$

```
        7 3
   7 | 5329
     |-49
 143 |  429
     | -429
          0
```
$\therefore \sqrt{5329} = \square$

$\therefore \sqrt{\frac{4761}{5329}} = \frac{\sqrt{4761}}{\sqrt{5329}} = \frac{\sqrt{69^2}}{\sqrt{73^2}} = \frac{\square}{\square}$

9 আমি $\frac{625}{144}$ -এর বর্গমূলকে কোন সংখ্যা দিয়ে গুণ করলে 1 পাব হিসাব করে দেখি।

প্রথমে $\frac{625}{144}$ -এর বর্গমূলের মান হিসাব করে লিখি।

$\frac{625}{144}$ -এর বর্গমূল অর্থাৎ $\sqrt{\frac{625}{144}} = \frac{\square}{\square}$

এবার, $\frac{25}{12}$ -কে কত দিয়ে গুণ করলে 1 পাব দেখি।

$1 \div \frac{25}{12} = 1 \times \frac{12}{25} = \frac{12}{25}$

$\therefore$ $\frac{25}{12}$ কে $\frac{12}{25}$ দিয়ে গুণ করলে $\square$ পাব।

10 $\frac{625}{144}$ -এর বর্গমূল অর্থাৎ $\frac{25}{12}$ -কে কত দিয়ে গুণ করলে 5-এর বর্গ পাব হিসাব করি।

5-এর বর্গ = $\square$

$\frac{25}{12}$ -কে কত দিয়ে গুণ করলে 25 পাব দেখি।

$25 \div \frac{25}{12} = \cancel{25} \times \frac{12}{\cancel{25}} = 12$

অর্থাৎ, $\frac{25}{12}$ -কে 12 দিয়ে গুণ করলে 5-এর বর্গ পাব।

কষে দেখি— 11.1

1. একটি বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $\frac{1089}{625}$ বর্গসেমি.। বর্গক্ষেত্রের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য কত সেমি. হবে হিসাব করি।

2. নীচের ভগ্নাংশগুলির বর্গমূল নির্ণয় করি।

(i) $3\frac{22}{49}$ (ii) $\frac{375}{1215}$ (iii) $6\frac{433}{676}$ (iv) $1\frac{496}{729}$ (v) $\frac{324}{576}$

3. $\frac{121}{169}$ -এর বর্গমূলকে কত দিয়ে গুণ করলে গুণফল 1 হবে হিসাব করি।

4. দুটি ধনাত্মক সংখ্যার একটি অপরটির 2 গুণ। সংখ্যা দুটির গুণফল $1\frac{17}{32}$ হলে সংখ্যা দুটি কী কী হবে নির্ণয় করি।

5. হিসাব করে দেখি কোন ভগ্নাংশকে সেই ভগ্নাংশ দিয়ে গুণ করলে গুণফল $6\frac{145}{256}$ হবে।

6. হিসাব করে দেখি $\frac{49}{91}$ -কে কোন ভগ্নাংশ দিয়ে গুণ করলে গুণফলের বর্গমূল 1 হবে।

7. হিসাব করে দেখি $\frac{35}{42}$ -কে কোন ভগ্নাংশ দিয়ে গুণ করলে গুণফলের বর্গমূল 2 হবে।

8. $\frac{9}{50}$ -কে সবচেয়ে ছোটো কোন ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা দিয়ে গুণ করলে গুণফলটি একটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা হবে তা নির্ণয় করি।

9. দুটি ধনাত্মক সংখ্যার গুণফল $\frac{14}{15}$ এবং তাদের ভাগফল $\frac{35}{24}$ হলে, সংখ্যা দুটি কী কী হবে তা নির্ণয় করি।

10. দুটি ধনাত্মক সংখ্যার গুণফল $\frac{16}{50}$ এবং তাদের ভাগফল $\frac{1}{2}$ হলে, সংখ্যা দুটি কী কী হবে তা নির্ণয় করি।

11. $\sqrt{\sqrt{\frac{9}{64}}+\sqrt{\frac{25}{64}}}$ - এর মান কত হবে হিসাব করি।

12. $\sqrt{\frac{1}{4}}+\sqrt{\frac{1}{9}}-\sqrt{\frac{1}{16}}-\sqrt{\frac{1}{25}}$ - এর মান কত হবে হিসাব করি।

13. $\sqrt{\frac{1}{16}}, \sqrt{\frac{1}{25}}, \sqrt{\frac{1}{36}}, \sqrt{\frac{1}{49}}$ - কে মানের অধঃক্রমে সাজাই।

14. $(\sqrt{16}+\sqrt{36})$ -এর চেয়ে $(\sqrt{25}+\sqrt{81})$ কত বেশি হিসাব করি।

15. ভগ্নাংশগুলির বর্গমূল করি — (i) $3\frac{22}{49}$ (ii) $7\frac{57}{256}$ (iii) $\frac{1089}{2025}$ (iv) $3\frac{814}{1225}$

দশমিক সংখ্যার বর্গমূল

আমাদের পাড়ার ক্লাব ঘরের মেঝে ছোটো ছোটো লাল ও কালো বর্গাকার টালি দিয়ে ভরাট করা হয়েছে। 100 টি টালি বর্গাকারে সাজানো হয়েছে। তবে মেঝের মাঝে নীচের মতো $0{\cdot}5 \times 0{\cdot}5$ অংশে কালো টালি আছে।

$0{\cdot}5 \times 0{\cdot}5 = 0{\cdot}25$

$\therefore \quad (0{\cdot}5)^2 = 0{\cdot}25$

12 যদি $0{\cdot}12 \times 0{\cdot}12$ অংশে সবুজ রঙের টালি থাকত, তবে মেঝের কত অংশে সবুজ রঙের টালি থাকত হিসাব করি।

$0{\cdot}12 \times 0{\cdot}12 = 0{\cdot}0144$ অংশে।

$\therefore \quad (0{\cdot}12)^2 = 0{\cdot}0144$

আবার, $0{\cdot}15 \times 0{\cdot}15 = 0{\cdot}0225$

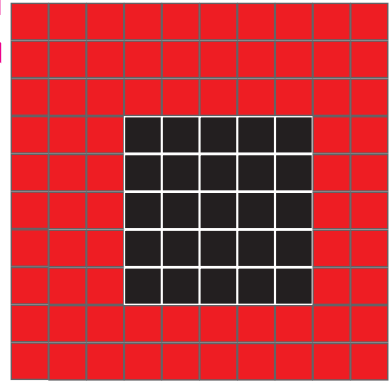
$\therefore \quad (0{\cdot}15)^2 = \square$

$\therefore \quad 0{\cdot}25, 0{\cdot}0144, 0{\cdot}0225$ পূর্ণবর্গ দশমিক সংখ্যা

$0{\cdot}25$ -এর বর্গমূল বা $\sqrt{0{\cdot}25} = 0{\cdot}5$

$0{\cdot}0144$-এর বর্গমূল বা $\sqrt{0{\cdot}0144} = 0{\cdot}12$

$0{\cdot}0225$-এর বর্গমূল বা $\sqrt{0{\cdot}0225} = \square$

দেখছি, পূর্ণবর্গ দশমিক সংখ্যায় দশমিকের পরে জোড় সংখ্যক অঙ্ক আছে।

পূর্ণবর্গ দশমিক সংখ্যা	পূর্ণবর্গ দশমিক সংখ্যার দশমিকের পরে অঙ্ক সংখ্যা	পূর্ণবর্গ দশমিক সংখ্যার বর্গমূলে দশমিক বিন্দুর পরে অঙ্ক সংখ্যা
$0{\cdot}6 \times 0{\cdot}6 = \boxed{0{\cdot}36}$	2	1
$0{\cdot}9 \times 0{\cdot}9 =$	$\square$	$\square$
$0{\cdot}16 \times 0{\cdot}16 = \square$	4	2
$0{\cdot}27 \times 0{\cdot}27 = \square$		
$0{\cdot}115 \times 0{\cdot}115 = \square$	$\square$	$\square$

পেলাম, কোনো দশমিক সংখ্যায় যদি দশমিক বিন্দুর পরে বিজোড় সংখ্যক অঙ্ক থাকে তাহলে সেই দশমিক সংখ্যা কখনোই পূর্ণবর্গ দশমিক সংখ্যা হবে না।

এবার দশমিক পূর্ণবর্গ সংখ্যার বর্গমূল করার চেষ্টা করি।

13 0·81-এর বর্গমূল খুঁজি।

$\sqrt{0{\cdot}81}$-এর দশমিক বর্জিত অখণ্ড সংখ্যা 81

$81 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^2 \times 3^2$

$\therefore \sqrt{81} = 3 \times 3 = 9$

যেহেতু পূর্ণবর্গ দশমিক সংখ্যা 0·81-এ দশমিকের পরে [2] টি অঙ্ক আছে, তাই 0·81-এর বর্গমূলে দশমিকের ডানপাশে [1] টি অঙ্ক থাকবে।

$\therefore \sqrt{0{\cdot}81} = 0{\cdot}9$

আমি অন্যভাবে ভগ্নাংশে প্রকাশ করে $\sqrt{0{\cdot}81}$ -এর মান লিখি।

$$\sqrt{0{\cdot}81} = \sqrt{\frac{81}{100}} = \frac{\sqrt{81}}{\sqrt{100}} = \frac{\sqrt{3 \times 3 \times 3 \times 3}}{\sqrt{2 \times 5 \times 2 \times 5}} = \frac{3 \times 3}{2 \times 5} = \frac{9}{10} = 0{\cdot}9$$

$\therefore$ 0·81-এর বর্গমূল = 0·9

14 1·69 -এর বর্গমূল খুঁজি

1.69-এর দশমিক বর্জিত অখণ্ড সংখ্যা = [169]

$169 = 13 \times 13$

$\therefore \sqrt{169} = 13$

যেহেতু, পূর্ণবর্গ দশমিক সংখ্যা 1.69-এ দশমিকের পরে [2] টি অঙ্ক আছে, তাই 1.69-এর বর্গমূলে দশমিকের ডানপাশে [1] টি অঙ্ক থাকবে।

$\therefore \sqrt{1.69} = 1{\cdot}3$

অন্যভাবে ভগ্নাংশে প্রকাশ করে $\sqrt{1{\cdot}69}$ -এর মান লিখি

$$\sqrt{1{\cdot}69} = \sqrt{\frac{169}{100}} = \frac{\sqrt{13 \times 13}}{\sqrt{2 \times 5 \times 2 \times 5}} = \frac{13}{2 \times 5} = \frac{13}{10} = 1{\cdot}3$$

$\therefore$ 1·69-এর বর্গমূল = 1·3

15 0·1225-এর বর্গমূল লিখি

0·1225-এর দশমিক বর্জিত অখণ্ড সংখ্যা = [ ]

$1225 = 5 \times 5 \times 7 \times 7 = 5^2 \times 7^2$

$\therefore \sqrt{1225} = 5 \times 7 = 35$

যেহেতু পূর্ণবর্গ দশমিক সংখ্যা 0·1225-এ দশমিকের পরে [ ] টি অঙ্ক আছে, তাই 0·1225-এর বর্গমূলে দশমিকের ডানপাশে [ ] টি অঙ্ক থাকবে।

$\therefore \sqrt{0{\cdot}1225} = 0{\cdot}35$

অন্যভাবে ভগ্নাংশে প্রকাশ করে $\sqrt{0{\cdot}1225}$ -এর মান লিখি।

$$\sqrt{0{\cdot}1225} = \sqrt{\frac{1225}{10000}} = \sqrt{\frac{5 \times 5 \times 7 \times 7}{2 \times 5 \times 2 \times 5 \times 2 \times 5 \times 2 \times 5}} = \sqrt{\frac{5^2 \times 7^2}{2^2 \times 2^2 \times 5^2 \times 5^2}} = \frac{5 \times 7}{2 \times 2 \times 5 \times 5} = \frac{35}{100} = 0.35$$

$\therefore$ 0·1225-এর বর্গমূল = 0·35

নিজে করি—11.3

1) নীচের দশমিক সংখ্যার বর্গের মান লিখি —

(i) 0.7 (ii) 0·16 (iii) 0·08 (iv) 0·25

2) দশমিক বিন্দুর পরে অঙ্ক সংখ্যার বিচারে নীচের দশমিক সংখ্যার মধ্যে কোনগুলি পূর্ণবর্গ দশমিক সংখ্যা দেখি —

(i) 22.5 (ii) 1.44 (iii) 62.5 (iv) 12.1

3) নীচের দশমিক সংখ্যার বর্গমূলের মান নির্ণয় করি—

(i) 4·41 (ii) 2·25 (iii) 0·0256 (iv) 0·0484

ভাগ পদ্ধতিতে ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যার বর্গমূল করেছি। কিন্তু ভাগ পদ্ধতিতে দশমিক সংখ্যার বর্গমূল করতে পারি কিনা দেখি।

16 0·0121-এর বর্গমূল ভাগ পদ্ধতিতে কীভাবে সম্ভব চেষ্টা করি।

```
            ·1 1
  1  | ·0 1  2 1
     |  - 1
  21 |      2 1
     |    - 2 1
              0
```

∴ ভাগ পদ্ধতিতে $\sqrt{.0121} = 0{\cdot}11$

বর্গমূলের জন্য দশমিকের পরে জোড় সংখ্যা রাখতে হবে। তাই দশমিকের ডানদিক থেকে দুটি করে সংখ্যার মাথায় তিরচিহ্ন দিলাম (জোড়া না হলে '০' দিয়ে জোড়া করা হয়) ও অখণ্ড সংখ্যার ক্ষেত্রে যে নিয়মে ভাগপদ্ধতিতে বর্গমূল নির্ণয় করেছি সেই ভাবেই এগোলাম।

$\sqrt{1{\cdot}21}$ -এর মান ভাগ পদ্ধতিতে কীভাবে পাই দেখি।

অখণ্ড সংখ্যার ভাগ পদ্ধতিতে বর্গমূলের সময়ে ডানদিক থেকে বামদিকে দুটি সংখ্যার মাথায় তিরচিহ্ন দেওয়া হয়।

পেলাম,

```
        1 ·1
  1  | 1 ·2 1
     | - 1
  21 |   2 1
     |  -2 1
          0
```

∴ $\sqrt{1{\cdot}21} = 1{\cdot}1$

ভাগ পদ্ধতিতে $\sqrt{0\cdot050625}$, $\sqrt{0\cdot000324}$, $\sqrt{85\cdot3776}$, $\sqrt{3\cdot4596}$ ও $\sqrt{0\cdot8836}$ -এর মান লিখি

	.2 2 5
2	0.050625
	- 4
42	106
	- 84
445	2225
	-2225
	0

$\therefore \sqrt{0\cdot050625} = 0\cdot225$

	·0 1 8
0	0.000324
	- 00
1	03
	- 1
28	224
	- 224
	0

$\therefore \sqrt{0\cdot000324} = 0\cdot018$

	1 · 8 6
1	3 · 45 96
	- 1
28	2 4 5
	- 2 2 4
366	2 1 9 6
	- 2 1 9 6
	0

$\therefore \sqrt{3\cdot4596} = 1\cdot86$

নিজে করি—11.4

নীচের দশমিক সংখ্যার ভাগ পদ্ধতিতে বর্গমূল নির্ণয় করি।

1) 0·000256 2) 0·045369 3) 1·0609 4) 75·69

যে সব সংখ্যা পূর্ণবর্গ নয় তাদের ভাগ পদ্ধতিতে বর্গমূল করার চেষ্টা করি ও তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্ন মান খুঁজি।

17 আমি 2-এর বর্গমূল করার চেষ্টা করি।

2-কে 1 দিয়ে ভাগ করলে দশমিকের পর থেকে প্রতিবার 1 টি শূন্য নামাতে পারি। কিন্তু ভাগ পদ্ধতিতে বর্গমূলের ক্ষেত্রে দশমিকের পর থেকে কটি শূন্য নামাতে পারব?

	1. 4 1 4 2	
1	2.00000000	
	- 1	
24	100	← [দশমিকের পর থেকে প্রথমে দুটি শূন্য পেলাম]
	- 96	
281	400	← [দশমিকের পর থেকে পরের দুটি শূন্য পেলাম]
	- 281	
2824	11900	← [দশমিকের পর থেকে তারপরের দুটি শূন্য পেলাম]
	- 11296	
28282	60400	
	- 56564	$\sqrt{2}$ -এর তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্ন মান 1.414
	3836	

$\sqrt{2}$ -এর দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্ন মান ☐ [নিজে করি]

আমি ভাগ পদ্ধতিতে $\sqrt{3}$-এর চার দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্ন মান কি পাই দেখি

ভাজক	1.7 3 2 0 5	
1	3.0000000000	
	−1	
27	2 00	← [দশমিকের পর থেকে প্রথমে দুটি শূন্য পেলাম]
	−1 89	
343	1100	← [দশমিকের পর থেকে পরের দুটি শূন্য পেলাম]
	− 1029	
3462	7100	← [দশমিকের পর থেকে তারপরের দুটি শূন্য পেলাম]
	− 6924	
346405	1760000	← [ভাগ যাচ্ছে না বলে দশমিক থেকেশেষের দুজোড়া শূন্য পেলাম]
	− 1732025	
	27975	

∴ $\sqrt{3}$ -এর চার দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্ন মান 1.7321

এবং $\sqrt{3}$-এর দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্ন মান ☐ [নিজে করি]

নিজে করি—11.5

$\sqrt{5}$ ও $\sqrt{7}$-এর দুই ও তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্ন মান নির্ণয় করি।

কষে দেখি—11.2

1. একটি বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 32.49 বর্গসেমি.। এই বর্গক্ষেত্রের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য কত সেমি. হবে হিসাব করি।
2. 2.1214 বর্গমিটার এবং 2.9411 বর্গমিটার বিশিষ্ট দুটি আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমষ্টির সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট একটি বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য কত হবে হিসাব করি।
3. 0.28-এর সাথে কোন দশমিক সংখ্যা যোগ করলে যোগফলের বর্গমূল 1 হবে হিসাব করি।
4. 0.162 এবং 0.2-এর গুণফলের বর্গমূল কত হবে হিসাব করে লিখি।
5. $\sqrt{240.25} + \sqrt{2.4025} + \sqrt{0.024025}$ -এর মান কী হবে হিসাব করে লেখার চেষ্টা করি।
6. 1.4641 বর্গমিটার ও 1.0609 বর্গমিটার ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট দুটি বর্গক্ষেত্রের মধ্যে কোন বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য বেশি ও কত বেশি হিসাব করে লেখার চেষ্টা করি।
7. 0.4-এর বর্গের সঙ্গে 0.3-এর বর্গ যোগ করলে যে যোগফল পাব তা যে সংখ্যার বর্গের সমান সেই সংখ্যাটি কী হবে নির্ণয় করি।

8. ভাগ পদ্ধতিতে বর্গমূল নির্ণয় করি।

(i) 2.56 (ii) 4.84 (iii) 5.76 (iv) 6.76 (v) 0.045369 (vi) 0.000169 (vii) 76.195441 (viii) 170.485249 (ix) 5505.64

9. কোন দশমিক সংখ্যাকে সেই সংখ্যা দিয়ে গুণ করলে গুণফল 1.1025 হবে তা নির্ণয় করি।

10. 0.75 -এর সাথে কোন দশমিক সংখ্যা যোগ করলে তার বর্গমূল 2 হবে তা নির্ণয় করি।

11. 48.09 থেকে কোন দশমিক সংখ্যা বিয়োগ করলে বিয়োগফলের বর্গমূল 5.7 হবে তা নির্ণয় করি।

12. 0.000328 থেকে কোন ক্ষুদ্রতম দশমিক সংখ্যা বিয়োগ করলে বিয়োগফল একটি পূর্ণবর্গসংখ্যা (ছয় দশমিক স্থান পর্যন্ত) হবে তা নির্ণয় করি।

13. নীচের সংখ্যাগুলির আসন্ন মান লিখি।

(i) $\sqrt{6}$ (দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত) (ii) $\sqrt{8}$ (দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত) (iii) $\sqrt{11}$ (তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত) (iv) $\sqrt{12}$ (তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত)

14. $\sqrt{15}$ -এর দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্ন মান লিখি। এই আসন্ন মানের বর্গ করি ও এই বর্গ 15-এর চেয়ে কত কম বা বেশি হিসাব করি।

12. বীজগাণিতিক সূত্রাবলী

নানান রঙের আয়তাকার ও বর্গাকার কার্ড তৈরি করি ও সাজাই।

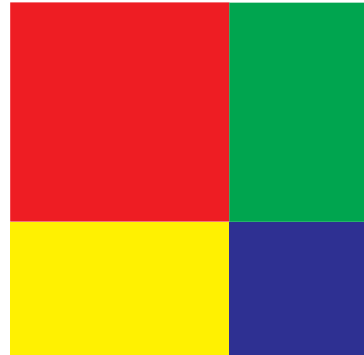
আজ আমি রুমা, বুলু, তিমির ও তমাল সবাই মিলে নানান রঙের নানান মাপের বর্গাকার ও আয়তাকার পিচবোর্ডের কার্ড তৈরি করব এবং তারপরে নানাভাবে সাজিয়ে কি পাই দেখি।

আমি একটি লাল রঙের বর্গাকার পিচবোর্ডের কার্ড তৈরি করলাম যার একটি বাহুর দৈর্ঘ্য 5 সেমি.।

রুমা আর একটি নীল রঙের বর্গাকার পিচবোর্ডের কার্ড তৈরি করল যার একটি বাহুর দৈর্ঘ্য 3 সেমি.।

তিমির একটি সবুজ রঙের আয়তাকার পিচবোর্ডের কার্ড তৈরি করল যার দৈর্ঘ্য 5 সেমি. এবং প্রস্থ 3 সেমি.।

বুলুও তিমিরের মতো হলুদ রঙের আয়তাকার পিচবোর্ডের কার্ড তৈরি করল যার দৈর্ঘ্য 5 সেমি. এবং প্রস্থ 3 সেমি.।

এবার এই লাল, নীল, সবুজ ও হলুদ রঙের চার রকমের কার্ড আমরা নানানভাবে সাজানোর চেষ্টা করে পাশের ছবির মতো সাজিয়ে একটি বড়ো বর্গক্ষেত্র পেলাম।

দেখছি, এই বড়ো পিচবোর্ডে যে বর্গক্ষেত্র তৈরি হলো তার একটি বাহুর দৈর্ঘ্য (5 + 3) সেমি.।
তাই বড় বর্গক্ষেত্রাকার পিচবোর্ডের ক্ষেত্রফল = $(5+3)^2$ বর্গসেমি.।

কিন্তু, এই বড়ো বর্গক্ষেত্রাকার পিচবোর্ডের ক্ষেত্রফল = লাল রঙের বর্গক্ষেত্রাকার পিচবোর্ডের ক্ষেত্রফল+
হলুদ রঙের আয়তক্ষেত্রাকার পিচবোর্ডের ক্ষেত্রফল+
সবুজ রঙের আয়তক্ষেত্রাকার পিচবোর্ডের ক্ষেত্রফল +
নীল রঙের বর্গক্ষেত্রাকার পিচবোর্ডের ক্ষেত্রফল।

অর্থাৎ, $(5+3)^2$ বর্গসেমি. = 5^2 বর্গসেমি. + 3সেমি. × 5সেমি. + 5সেমি.× 3সেমি. + 3^2 বর্গসেমি.

= 5^2 বর্গসেমি. + 2(5সেমি. × 3 সেমি.) + 3^2 বর্গসেমি. [∵ 3×5 = 5×3]

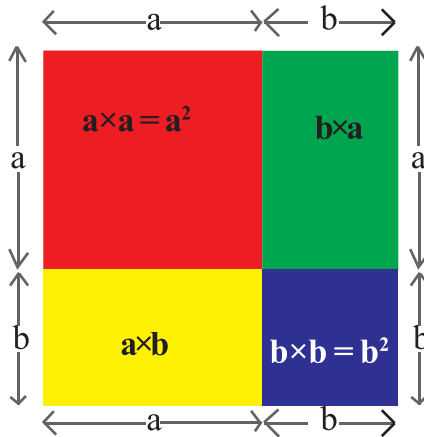
তাই $(5+3)^2 = 5^2 + 2 \times 5 \times 3 + 3^2$

(1) 7 সেমি. ও 3 সেমি. দৈর্ঘ্যের বাহুবিশিষ্ট দুটি বর্গক্ষেত্রাকার কার্ডবোর্ড ও 7 সেমি. দৈর্ঘ্য ও 3 সেমি. প্রস্থ বিশিষ্ট দুটি আয়তক্ষেত্রাকার কার্ডবোর্ড নিয়ে এভাবে তৈরি করেও দেখছি,

$(7 + 3)^2 = 7^2 + 2 \times 7 \times 3 + 3^2$ [কাগজ কেটে নিজে করি।]

(2) অন্য যেকোনো দৈর্ঘ্যের বর্গক্ষেত্র ও আয়তক্ষেত্র তৈরি করে কি পাই দেখি। [নিজে করি]

হাতেকলমে

এবার ধরি a একক দৈর্ঘ্যের বাহুবিশিষ্ট একটি লাল রঙের বর্গাকার পিচবোর্ড, এবং b একক দৈর্ঘ্যের বাহুবিশিষ্ট একটি নীল রঙের বর্গাকার পিচবোর্ড এবং a একক দৈর্ঘ্য ও b একক প্রস্থবিশিষ্ট সবুজ ও হলুদ রঙের দুটি আয়তাকার পিচবোর্ড তৈরি করে একইভাবে সাজিয়ে পেলাম —

এই (a + b) একক দৈর্ঘ্যের বাহু বিশিষ্ট পিচবোর্ডের বর্গক্ষেত্র থেকে পেলাম —

$(a + b)^2 = a^2 + ab + ba + b^2$

$= a^2 + ab + ab + b^2$ [∵ ab = ba]

$= a^2 + 2ab + b^2$

a ও b যেকোনো সংখ্যা হলে $(a+b)^2 = (a+b)\times(a+b)$
অর্থাৎ $(a+b)$ -এর সাথে $(a+b)$ গুণ করে কি পাই দেখি।

$(a+b)\times(a+b) = (a+b)a + (a+b)b$ [বিচ্ছেদ নিয়মে পাই]

$= a\times a + b\times a + a\times b + b\times b$

$= a^2 + ab + ab + b^2$ $[\because ba = ab]$

$= a^2 + 2ab + b^2$

$\therefore (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$\therefore$ হাতেকলমে ও বীজগাণিতিক সংখ্যামালা গুণ করে পেলাম $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

কিন্তু (a-b) × (a-b) — এই বীজগাণিতিক সংখ্যামালা দুটি গুণ করি ও কি পাই দেখি—

$(a-b)\times(a-b) = (a-b)\times a - (a-b)\times b$ [বিচ্ছেদ নিয়মে পাই]

$= a\times a - b\times a - (a\times b - b\times b)$

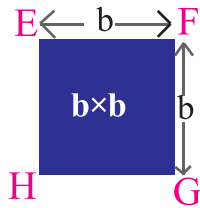
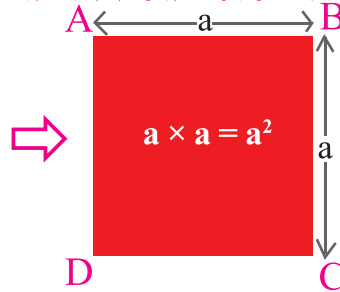
$= a^2 - b\times a - a\times b + b^2$

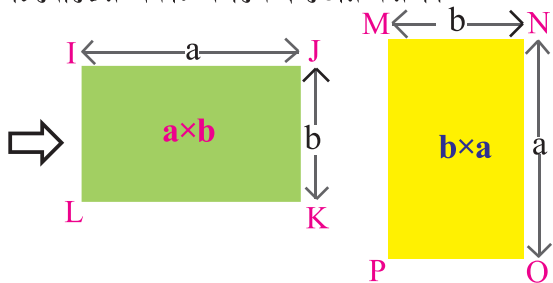
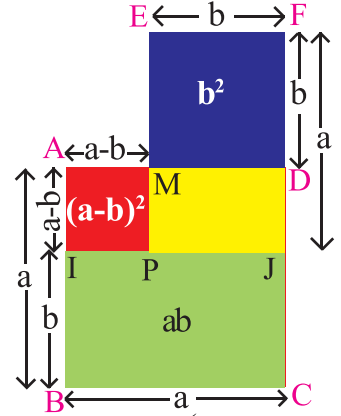
$= a^2 - ab - ab + b^2$ $[\because ba = ab]$

$= a^2 - 2ab + b^2$

হাতেকলমে $\therefore (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

আমরা আগের মতো বর্গাকার ও আয়তাকার রঙিন পিচবোর্ড কেটে এবং সাজিয়ে হাতকলমে $(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$ যাচাই করার চেষ্টা করি।

আমি a একক দৈর্ঘ্যের বাহুবিশিষ্ট লাল রঙ করা পিচবোর্ডের একটি বর্গক্ষেত্র তৈরি করলাম।

এবার সুনীতি b একক দৈর্ঘ্যের (b < a) বাহুবিশিষ্ট নীল রং করা পিচবোর্ডের একটি বর্গক্ষেত্র তৈরি করল।

মুসকান সবুজ ও হলুদ রং করা পিচবোর্ডের দুটি আয়তাকারক্ষেত্র তৈরি করল যার দৈর্ঘ্য a একক ও প্রস্থ b একক।

আমি প্রথমে লাল রঙের পিচবোর্ডের উপর সবুজ ও হলুদ রঙের পিচবোর্ডগুলি পাশের ছবির মতো রাখলাম। এবার নীল রঙের পিচবোর্ডটি পাশের ছবির মতো রাখলাম। এবার কী পেলাম দেখি।

AIPM বর্গক্ষেত্রের প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য (a-b) একক।

∴ AIPM বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $(a-b)^2$ বর্গএকক।

ABCD বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = a^2 বর্গএকক। EMDF বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = b^2 বর্গএকক।

IBCJ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল= $a \times b$ বর্গএকক।

EPJF আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $b \times a$ বর্গএকক।

∴ AIPM বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

= ABCD বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল + EMDF বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল - IBCJ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল - EPJF আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল।

∴ $(a-b)^2$ বর্গএকক = $(a^2+b^2-ab-ba)$ বর্গএকক

= $(a^2 + b^2 - 2ab)$ বর্গএকক [∵ ab = ba]

= $(a^2 - 2ab + b^2)$ বর্গএকক

∴ হাতেকলমে ও বীজগাণিতিক সংখ্যামালা গুণ করে পেলাম $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

a = 7 সেমি. ও b = 4 সেমি. দৈর্ঘ্যের বর্গাকার ও আয়তাকার পিচবোর্ডগুলি তৈরি করে সাজিয়ে পাব-

$$(7 + 4)^2 = 7^2 + 2\times7\times4 + 4^2$$

দেখছি, $(7 +4)^2 = 11^2 = 121$ এবং $7^2 + 2\times7\times4 + 4^2$

$= 49 + 56 + 16$

$= 105 + 16 = 121$

∴ $(7 +4)^2 = 7^2 + 2\times7\times4 + 4^2$

$a = 5$ সেমি. ও $b = 3$ সেমি. দৈর্ঘ্য নিয়ে বর্গাকার ও আয়তাকার পিচবোর্ডগুলি তৈরি করে সাজিয়ে পাব- $(5-3)^2 = 5^2 - 2\times5\times3 + 3^2$

দেখছি, $(5-3)^2 = 2^2 = 4$ এবং $5^2 - 2\times5\times3 + 3^2$

$= 25 - 30 + 9$

$= 34 - 30 = 4$

$\therefore \quad \boxed{(5-3)^2 = 5^2 - 2\times5\times3 + 3^2}$

a ও b যে কোন সংখ্যা নিয়ে যাচাই করি।

$\boxed{(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2}$ — (I)

$\boxed{(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2}$ — (II)

(নিজে করি)

তাই (I) ও (II) দুটি অভেদ। যে কোনো দুটি সংখ্যামালা যদি '=' চিহ্নের দুই পাশে থাকে ও দুপাশের মান চলের যেকোনো মানের জন্য সমান হয় তখন সেটিকে অভেদ বলা হয়।

I নং সূত্রে b এর জায়গায় (-b) বসিয়ে কি পাই দেখি।

$\{a + (-b)\}^2 = a^2 + 2\times a\times(-b) + (-b)^2$

$\therefore \quad (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ অর্থাৎ (II) নং সূত্র পেলাম।

1 এবার $(a+b)^2$ ও $(a-b)^2$ যোগ করে কি পাই দেখি।

$(a+b)^2 + (a-b)^2$

$= a^2 + 2ab + b^2 + a^2 - 2ab + b^2$

$= a^2 + a^2 + b^2 + b^2 + 2ab - 2ab$

$= 2a^2 + 2b^2$

$= 2(a^2 + b^2)$

$\therefore \quad \boxed{(a+b)^2 + (a-b)^2 = 2(a^2 + b^2)}$

$a = -2, b = 7$ নিয়ে, $(a+b)^2 + (a-b)^2 = 2(a^2 + b^2)$ যাচাই করি।

$(a+b)^2 + (a-b)^2 = (-2+7)^2 + (-2-7)^2$

$= (5)^2 + (-9)^2 = 25 + 81 = 106$

আবার $2(a^2 + b^2) = 2\{(-2)^2 + (7)^2\}$

$= 2\{4 + 49\} = 2 \times 53 = 106$

$\therefore \quad (a+b)^2 + (a-b)^2 = 2(a^2 + b^2)$

a ও b এর অন্য মান নিয়ে যাচাই করি, $\boxed{(a+b)^2 + (a-b)^2 = 2(a^2 + b^2)}$ (নিজে করি)

2 $(a+b)^2 - (a-b)^2$ কি পাই দেখি।

$$(a+b)^2 - (a-b)^2 = (a^2 + 2ab + b^2) - (a^2 - 2ab + b^2)$$
$$= \cancel{a^2} + 2ab + \cancel{b^2} - \cancel{a^2} + 2ab - \cancel{b^2}$$
$$= 4ab.$$

$\therefore$ $\boxed{(a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab}$

$a = -6$ ও $b = 3$ নিয়ে দেখি $\boxed{(a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab}$ পাই কিনা।

$$(a+b)^2 - (a-b)^2 = (-6+3)^2 - (-6-3)^2$$
$$= (-3)^2 - (-9)^2$$
$$= 9 - 81 = -72$$
$$4 \times a \times b = 4 \times (-6) \times 3 = -72$$

$\therefore$ $\boxed{(a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab}$ পেলাম।

a ও b -এর অন্য যেকোনো মান নিয়ে যাচাই করি $(a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab$

(নিজে করি)

$$4ab = (a+b)^2 - (a-b)^2$$

$$\frac{\cancel{4}ab}{\cancel{4}} = \frac{(a+b)^2 - (a-b)^2}{4}$$ [উভয়পক্ষকে 4 দিয়ে ভাগ করে পাই]

$$\therefore \quad ab = \frac{(a+b)^2}{4} - \frac{(a-b)^2}{4}$$
$$= \frac{(a+b)^2}{2^2} - \frac{(a-b)^2}{2^2}$$
$$= \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$$

$\therefore$ $\boxed{ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2}$

$\boxed{(a+b)^2 = (a^2 + 2ab + b^2)}$ ———— (I)

3 (I) নং -এ $a = x$ ও $b = y$ বসিয়ে কি পাই দেখি।

$$(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

4 আবার (I)নং - এ যদি , $a = x$ ও $b = -y$ বসাই কি পাই দেখি।

$$(x-y)^2 = x^2 + 2 \times x \times (-y) + (-y)^2$$
$$= x^2 - 2xy + y^2$$

5 আবার (I)নং এ যদি , $a=3x$ ও $b= 5y$ বসাই তাহলে কি পাই দেখি।

$$(3x+5y)^2 = (3x)^2 + 2 \times (3x) \times (5y) + (5y)^2$$
$$= 9x^2 + 30xy + 25y^2$$

6 (I)নং -এর সাহায্যে সহজে $(101)^2$ -এর মান খুঁজি।

$$(101)^2 = (100 + 1)^2$$
$$= (100)^2 + 2\times100\times1+(1)^2$$
$$= \square$$ নিজে করি।

7 যদি (I) নং -এ, $a = x$ ও $b= y+z$ বসাই তাহলে কি পাই দেখি।

$$\{x + (y+z)\}^2 = x^2 + 2\times x\times (y+z) + (y+z)^2$$
$$= x^2+2xy +2xz + (y+z)^2$$
$$= x^2 +2xy +2xz +y^2 +2yz + z^2$$
$$= x^2 +y^2 +z^2 + 2xy +2yz + 2zx$$
$$\therefore \boxed{(x +y +z)^2 = x^2 +y^2 +z^2 + 2xy +2yz + 2zx}$$

তাই $\boxed{(a+b+c)^2 = a^2 +b^2 +c^2 + 2ab +2bc + 2ca}$ —— (III)

8 (I) নং -এ $a = \frac{x}{5}$, $b = \frac{-z}{2}$ বসিয়ে পাই—

$$\left(\frac{x}{5} + \frac{-z}{2}\right)^2 = \left(\frac{x}{5}\right)^2 + 2\times\left(\frac{x}{5}\right)\times\left(-\frac{z}{2}\right) + \left(-\frac{z}{2}\right)^2$$
$$\left(\frac{x}{5} - \frac{z}{2}\right)^2 = \frac{x^2}{25} - \frac{xz}{5} + \frac{z^2}{4}$$

9 (III) নং -এ $a = 2$, $b = 3$ এবং $c = 4$ বসিয়ে যাচাই করি।

$$(a+b+c)^2 = (2+3+4)^2 = 9^2 = 81$$

আবার, $a^2 +b^2 +c^2 + 2ab +2bc + 2ca = 2^2 +3^2 +4^2 + 2\times2\times3 +2\times3\times4 + 2\times4\times2$
$$= 4+9+16+12+24+16 = 81$$
$$\therefore \quad (a+b+c)^2 = a^2 +b^2 +c^2 + 2ab +2bc + 2ca$$

নিজে করি-12.1 $(a + b)^2 = (a^2 +2ab + b^2)$ -এর সাহায্যে নীচের সংখ্যামালাগুলির বর্গ নির্ণয় করতে হলে a ও b -এর জায়গায় কী কী নিলাম লিখি এবং বর্গ নির্ণয় করি।

(i) $x+3$ (ii) $p+9$ (iii) $6-x$ (iv) $y-2$ (v) $mn +l^2$ (vi) $6x +3$ (vii) $4x + 5y$ (viii) $pqc +2$
(ix) $\frac{5}{k} + 3$ (x) $\frac{3}{r} + \frac{2}{p}$ (xi) $\frac{p}{q} + \frac{m}{n}$ (xii) $m^2 + n^2$ (xiii) $3xy +4z$ (xiv) $2x+ 3y +z$
(xv) 102 (xvi) $p+q+r+s$

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ —— (II)

10 (II) নং -এ a = x ও b= y বসিয়ে কি পাই দেখি।

$(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$

11 এবার (II) নং -এ a = x ও b= -y বসিয়ে কি পাই দেখি।

$\{x - (-y)\}^2 = x^2 - 2\times x(-y) + (-y)^2$

$\therefore (x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$

12 যদি (II)নং -এ $a = \frac{m}{2}$ ও $b = \frac{n}{5}$ বসাই তাহলে কি পাই দেখি।

$(\frac{m}{2} - \frac{n}{5})^2 = (\frac{m}{2})^2 - 2\times\frac{m}{2}\times\frac{n}{5} + (\frac{n}{5})^2$

$= \frac{m^2}{4} - \frac{mn}{5} + \frac{n^2}{25}$

13 যদি (II) নং -এ a = 6x , এবং b= -7y বসাই তাহলে কি পাই দেখি।

$\{6x - (-7y)\}^2 = (6x)^2 - 2 \times 6x(-7y) + (-7y)^2$

$\therefore (6x + 7y)^2 = 36x^2 + 84xy + 49y^2$

14 এবার (II) নং -এ a = x+y এবং b= z বসিয়ে কি পাই দেখি।

$\{(x+y) - z\}^2 = (x+y)^2 - 2\times(x+y)z + z^2$

= ☐ নিজে করি

15 (II) নং -এর সাহায্যে সহজে $(99)^2$ -এর মান খুঁজি।

$(99)^2 = (100-1)^2$

$= (100)^2 - 2\times 100 \times 1 + (1)^2$

= ☐ নিজে করি

নিজে করি -12.2

$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ — এর সাহায্যে নীচের সংখ্যামালাগুলির বর্গ নির্ণয় করতে হলে a ও b -এর জায়গায় কী কী নিলাম লিখি এবং বর্গ নির্ণয় করি।

(i) x - 5 (ii) m-n, (iii) 10-x, (iv) x+y, (v) 3x-y, (vi) 4m+2, (vii) 5y +x, (viii) ce-fg, (ix) $px - \frac{1}{2}$ (x) p+q-r, (xi) p-q+r, (xii) $\frac{2x}{3} - \frac{3y}{4}$, (xiii) $3m^3 - 4n^3$, (xiv) 2x+y-z, (xv) 999, (xvi) p+q -r-s.

$(a+b)^2 = \square + 2ab + \square$ ------ (I)

এবং $(a-b)^2 = \square - 2ab + \square$ ----- (II)

(I) নং এবং (II) নং -এর সাহায্যে বীজগাণিতিক সংখ্যামালা পূর্ণবর্গাকারে লেখার চেষ্টা করি

16 $4x^2+12xy+9y^2$ — কে পূর্ণবর্গাকারে লিখি এবং a ও b -এর মান কি পেলাম লিখি।

$4x^2+12xy+9y^2$

$= (2x)^2 + 2\times2x\times3y + (3y)^2$ [এখানে $a = 2x$, $b = 3y$]

$= (2x+3y)^2$ [(I)নং থেকে পেলাম]

17 $4a^2+4+\frac{1}{a^2}$ বীজগাণিতিক সংখ্যামালাকে পূর্ণবর্গাকারে লিখি ও মান বের করি যখন $a = -\frac{1}{2}$

$4a^2 + 4 + \frac{1}{a^2}$

$= \square^2 + 2 \times 2a \times \frac{1}{a} + (\frac{1}{a})^2$

$= (2a + \frac{1}{a})^2$ [(I) নং সূত্র থেকে পেলাম]

$= \{2 \times (-\frac{1}{2}) + \left(\frac{1}{-\frac{1}{2}}\right)\}^2$ [$a = -\frac{1}{2}$ বসিয়ে পাই]

$= (-1-2)^2 = (-3)^2 = 9$

18 উপরের (II) নং -এর সাহায্যে

$(3a+2b)^2 - 2(3a+2b)(a+2b) + (a+2b)^2$ - এর সরল করি।

$(3a+2b)^2 - 2(3a+2b)(a+2b) + (a+2b)^2$

$= x^2 - 2xy + y^2$ [ধরি, $3a+2b = x$, এবং $a+2b = y$]

$= (x-y)^2$ [(II) নং সূত্র থেকে পেলাম]

$= \{(3a+2b) - (a+2b)\}^2$ [$x = 3a+2b$ এবং $y = a+2b$ বসিয়ে পাই]

$= (3a+2b-a-2b)^2$

$= (2a)^2 = 4a^2$

19 আমি $x^2y^2 - 10xyz + 25z^2$ বীজগাণিতিক সংখ্যামালাকে পূর্ণবর্গাকারে সাজাই ও মান বের করি যখন $x = 1, y = -1$ ও $z = 2$

$x^2y^2 - 10\,xyz + 25z^2$

$= (xy)^2 - 2\times xy \times 5z + (5z)^2$

$= (xy - 5z)^2$ [(II) নং সূত্র থেকে পেলাম]

এবার দেখি, $x = 1, y = -1$ ও $z = 2$ বসিয়ে কি মান পাই (নিজে করি)।

কষে দেখি— 12.1

1. $(a+b)$ কে $(a+b)$ দিয়ে গুণ করলে গুণফল নীচের কোনটি হবে দেখি।

(i) $a^2 + b^2$ (ii) $(a+b)^2$ (iii) $2(a+b)$ (iv) $4ab$

2. $(x + 7)^2 = x^2 + 14x + k$ হলে k -এর মান নীচের কোনটি হবে লিখি।

(i) 14 (ii) 49 (iii) 7 (iv) কোনটিই নয়।

3. $a^2 + b^2$ - এর সাথে কোন বীজগাণিতিক সংখ্যামালা যোগ করলে যোগফল একটি পূর্ণবর্গ সংখ্যামালা হবে তা লিখি।

(i) $4ab$ (ii) $-4ab$ (iii) $2ab$ বা $-2ab$ (iv) 0

4. $(a+b)^2 = a^2 + 6a + 9$ হলে b -এর ধনাত্মক মান নীচের কোনটি হবে লিখি

(i) 9 (ii) 6 (iii) 3 (iv) -3

5. $x^2 + \frac{1}{4}x$ এর সঙ্গে নীচের কোনটি যোগ করলে যোগফল পূর্ণবর্গ সংখ্যামালা হবে তা লিখি।

(i) $\frac{1}{64}$ (ii) $-\frac{1}{64}$ (iii) $\frac{1}{8}$ (iv) কোনটিই নয়।

6. (i) k - এর কোন মান বা মানগুলির জন্য $c^2 + kc + \frac{1}{9}$ পূর্ণবর্গ হবে লিখি।

(ii) $9p^2 + \frac{1}{9p^2}$ সংখ্যামালাটি থেকে কোন সংখ্যা বা সংখ্যাগুলি বিয়োগ করলে বিয়োগফল পূর্ণবর্গ হবে তা নির্ণয় করি।

(iii) $(x - y)^2 = 4 - 4y + y^2$ হলে x -এর মান কত হবে তা নির্ণয় করি।

(iv) $(c-3)^2 = c^2 + kc + 9$ হলে k -এর মান কী হবে লিখি।

7. সূত্রের সাহায্যে সরল করি।

(i) $(2q - 3z)^2 - 2(2q - 3z)(q - 3z) + (q - 3z)^2$

(ii) $(3p + 2q - 4r)^2 + 2(3p + 2q - 4r)(4r - 2p - q) + (4r - 2p - q)^2$

8. পূর্ণবর্গাকারে প্রকাশ করি।

(i) $16a^2 - 40ac + 25c^2$ (ii) $4p^2 - 2p + \frac{1}{4}$

(iii) $1 + \frac{4}{a} + \frac{4}{a^2}$ (iv) $9a^2 + 24ab + 16b^2$

9. পূর্ণবর্গাকারে প্রকাশ করে মান নির্ণয় করি।

(i) $64a^2 + 16a + 1$ যখন $a=1$

(ii) $25a^2 - 30ab + 9b^2$ যখন $a=3$ এবং $b=2$

(iii) $64 - \frac{16}{p} + \frac{1}{p^2}$, যখন $p= -1$

(iv) $p^2q^2 + 10pqr + 25r^2$ যখন $p= 2, q = -1$ ও $r = 3$

10. $(a+b)^2 + (a-b)^2 = 2(a^2 + b^2)$ এবং

$(a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab$ বা

$ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$ - এর সাহায্যে

(i) st ও (s^2+t^2) মান লিখি যখন $s+t = 12$ ও $s-t = 8$

(ii) $8xy(x^2 + y^2)$- এর মান লিখি যখন $(x+y)=5$ এবং $(x-y)= 1$

(iii) $\frac{x^2 + y^2}{2xy}$ এর মান লিখি যখন $(x+y)=9$ এবং $(x-y)= 5$

(iv) 36 -কে দুটি বর্গের অন্তররূপে প্রকাশ করি। [সংকেত, $36 = 4\times9 = \left(\frac{4+9}{2}\right)^2 - \left(\frac{4-9}{2}\right)^2$]

(v) 44 কে দুটি বর্গের অন্তররূপে প্রকাশ করি।

(vi) $8x^2 + 50y^2$ কে দুটি বর্গের সমষ্টিরূপে প্রকাশ করি।

(vii) x কে দুটি বর্গের অন্তররূপে প্রকাশ করি।

বীজগাণিতিক সংখ্যামালা দুটি গুণ করি ও কী পাই দেখি

$(x+5) \times (x+3) = x \times (x+3) + 5 \times (x+3)$

$= x^2 + 3x + 5x + 15 = x^2 + 8x + 15$

$\therefore$ $\boxed{(x+5) \times (x+3) = x^2 + 8x + 15}$ ——————— (IV)

এবার (IV) নং -এর সমান চিহ্নের দুপাশে $x = 6$ বসিয়ে কী পাই দেখি।

বামদিকে $x = 6$ বসিয়ে পাই, $(6+5) \times (6+3) = 11 \times 9 = 99$

আবার ডানদিকে $x = 6$ বসিয়ে পাই, $6^2 + 8 \times 6 + 15 = 36 + 48 + 15 = 99$

পেলাম, $(6+5) \times (6+3) = 6^2 + 8 \times 6 + 15$

x- এর যে কোনো মানের জন্য,

$(x+5) \times (x+3) = x^2 + 8x + 15$ -এর সমান চিহ্নের দুপাশে মান সমান হয়।

এই (IV) নং সম্পর্ককে কী বলব যখন x -এর যে কোনো মান সমান চিহ্নের দু-পাশে বসিয়ে দুপাশেই একই মান পাচ্ছি?

এদের অভেদ বলা হয়।

এবার বুঝেছি,

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$(a+b)^2 + (a-b)^2 = 2(a^2 + b^2)$

$(a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab$

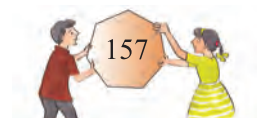
এরা সবাই অভেদ।

20 এবার $(x+a)$ ও $(x+b)$ এর গুণফল কত দেখি।

$(x+a) \times (x+b) = x \times (x+b) + a \times (x+b)$

$= x^2 + bx + ax + ab$

$= x^2 + (a+b)x + ab$

পেলাম $\boxed{(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab}$ ——————— (V)

21 (V) নং অভেদে $x = -2$ বসিয়ে পাই

$(-2+a)(-2+b) = -2(-2+b) + a(-2+b)$

$= (-2) \times (-2) + (-2) \times b + a \times (-2) + a \times b$

$= 4 - 2b - 2a + ab$

$= 4 - 2(b+a) + ab$

$(-2)^2 + (a+b)(-2) + a \times b = 4 - 2(a+b) + ab$

$\therefore (-2+a)(-2+b) = (-2)^2 + (a+b)(-2) + a \times b$

$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$ -এই অভেদটি ব্যবহার করি।

22 নীচের সংখ্যামালাগুলির গুণফল বের করি

(i) $(x+2)(x+5)$ (ii) $(x+3)(x-7)$ (iii) $(x+1)(x+8)$ (iv) $(x-6)(x+9)$.

(i) $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

এই অভেদটিতে, $a=2$ ও $b=5$ বসিয়ে পাই,

$$(x+2)(x+5) = x^2 + (2+5)x + 2 \times 5$$
$$= x^2 + 7x + 10$$

(ii) আবার অভেদটিতে, $a=-3$, $b=-7$ বসিয়ে পাই,

$(x-3)(x-7) = x^2 + (-3-7)x + (-3)(-7)$

$= x^2 - 10x + 21$ [(iii) ও (iv) নিজে করি]

I নং ও II নং অভেদদুটি লিখি ও অন্যভাবে সাজাই।

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a+b)^2 - 2ab = a^2 + 2\cancel{a}b + b^2 - 2\cancel{a}b = a^2 + b^2$

$\therefore (a+b)^2 - 2ab = a^2 + b^2$

$\therefore a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab$ ....(VI)

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$(a-b)^2 + 2ab = a^2 - 2a\cancel{b} + b^2 + 2a\cancel{b}$

$\therefore (a-b)^2 + 2ab = a^2 + b^2$

$\therefore a^2 + b^2 = (a-b)^2 + 2ab$ ....(VII)

(VI) ও (VII) - নং অভেদের সাহায্যে কিছু বীজগাণিতিক সংখ্যামালার মান খোঁজার চেষ্টা করব।

23 ধরি $a + b = 0$ এবং $ab = -25$; a^2+b^2 এর মান কি হবে হিসাব করি।

$(a+b)^2 = a^2+b^2+2ab$

মান বসিয়ে পাই, $0^2 = a^2+b^2+2\times(-25)$

বা, $0 = a^2+b^2 - 50$

বা, $a^2+b^2 = 50$

$\therefore\ a^2+b^2 = 50$

দ্বিতীয় পদ্ধতি

$a^2+b^2 = (a+b)^2 - 2ab$

$= (0)^2 - 2\times(-25)$ [$\because a + b = 0$ এবং $ab = -25$]

$= 0 + 50$

$= 50 \therefore\ a^2+b^2 = 50$

24 যদি, $2p + \frac{1}{p} = 5$ হয়, তাহলে $(p + \frac{1}{2p})^2$ এবং $p^2 + \frac{1}{4p^2}$ এর মান বের করি।

$2p + \frac{1}{p} = 5$

বা, $2p + \frac{2}{2p} = 5$

বা, $2(p + \frac{1}{2p}) = 5$

বা, $p + \frac{1}{2p} = \frac{5}{2}$

$\therefore (p + \frac{1}{2p})^2 = (\frac{5}{2})^2$ [উভয়দিকে বর্গ করে পাই]

$= \frac{25}{4} = 6\frac{1}{4}$

আবার, $(p+\frac{1}{2p})^2 = \frac{25}{4}$

বা, $p^2 + \cancel{2}.\cancel{p}.\frac{1}{\cancel{2p}} + (\frac{1}{2p})^2 = \frac{25}{4}$

বা, $p^2 + \frac{1^2}{4p^2} = \frac{25}{4} - 1$

$= \frac{25-1}{4} = \frac{21}{4}$

সুতরাং $p^2 + \frac{1}{4p^2} = 5\frac{1}{4}$

দ্বিতীয় পদ্ধতি

$2p + \frac{1}{p} = 5$

বা, $2(p+\frac{1}{2p}) = 5$

$\therefore (p + \frac{1}{2p}) = \frac{5}{2}$

$\therefore (p + \frac{1}{2p})^2 = (\frac{5}{2})^2$ [উভয়দিকে বর্গ করে পাই]

$= \frac{25}{4} = 6\frac{1}{4}$

$p^2 + \frac{1}{4p^2} = p^2 + (\frac{1}{2p})^2$

$= (p+\frac{1}{2p})^2 - 2.p.\frac{1}{2p}$

$= (\frac{5}{2})^2 - 1$

$= \frac{25}{4} - 1$

$= \frac{25-4}{4}$

$= \frac{21}{4} = 5\frac{1}{4}$

25 $6(x - \frac{1}{x}) = 5$ হলে $x^2 + \frac{1}{x^2}$-এর মান কত হবে হিসাব করি।

$6(x - \frac{1}{x}) = 5$

বা, $x - \frac{1}{x} = \frac{5}{6}$

$(x - \frac{1}{x})^2 = (\frac{5}{6})^2$, [উভয়দিকে বর্গ করে পাই]

বা, $x^2 - 2.\cancel{x}.\frac{1}{\cancel{x}} + (\frac{1}{x})^2 = \frac{25}{36}$

বা, $x^2 - 2 + \frac{1}{x^2} = \frac{25}{36}$

বা, $x^2 + \frac{1}{x^2} - \cancel{2} + \cancel{2} = \frac{25}{36} + 2$ [উভয়দিকে 2 যোগ করে পাই]

$\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = 2\frac{25}{36}$

দ্বিতীয় পদ্ধতি

$6(x - \frac{1}{x}) = 5$

$\therefore (x - \frac{1}{x}) = \frac{5}{6}$

$x^2 + \frac{1}{x^2} = x^2 + (\frac{1}{x})^2$

$= (x - \frac{1}{x})^2 + 2.x.\frac{1}{x}$

$= (\frac{5}{6})^2 + 2$

$= \frac{25}{36} + 2 = 2\frac{25}{36}$

26 $\frac{x}{y} = \frac{y}{x} + \frac{3}{2}$ হলে, $\frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{x^2}$ -এর মান দেখি।

$\frac{x}{y} = \frac{y}{x} + \frac{3}{2}$

বা, $\frac{x}{y} - \frac{y}{x} = \frac{3}{2}$

$\therefore (\frac{x}{y} - \frac{y}{x})^2 = \frac{9}{4}$ [উভয় দিকে বর্গ করে পাই]

বা, $\frac{x^2}{y^2} - 2.\frac{x}{y}.\frac{y}{x} + \frac{y^2}{x^2} = \frac{9}{4}$

বা, $\frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{x^2} = \frac{9}{4} + 2 = \frac{9+8}{4} = \frac{17}{4}$

$= 4\frac{1}{4}$

দ্বিতীয় পদ্ধতি

$\frac{x}{y} = \frac{y}{x} + \frac{3}{2}$

$\therefore \frac{x}{y} - \frac{y}{x} = \frac{3}{2}$

এখন $\frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{x^2} = (\frac{x}{y})^2 + (\frac{y}{x})^2$

$= (\frac{x}{y} - \frac{y}{x})^2 + 2.\frac{x}{y}.\frac{y}{x}$

$= (\frac{3}{2})^2 + 2$

$= \frac{9}{4} + 2$

$= \frac{9+8}{4} = \frac{17}{4} = 4\frac{1}{4}$

27 এবার $(a+b)^2$ -কে $(a-b)^2$ দিয়ে প্রকাশ করার চেষ্টা করি।

$(a+b)^2 = a^2+b^2+2ab = a^2+b^2-2ab + 4ab = (a-b)^2 + 4ab$

28 এবার $(a-b)^2$ -কে $(a+b)^2$ দিয়ে প্রকাশ করার চেষ্টা করি।

$(a-b)^2 = \square + \square + \square = a^2+b^2+2ab - 4ab = (a+b)^2 - 4ab$

পেলাম, $(a+b)^2 = (a-b)^2 + 4ab$ ——————— (VIII)

$(a-b)^2 = (a+b)^2 - 4ab$ ——————— (IX)

29 (VIII) ও (IX) নং -এর সাহায্যে $m+n = 10$ ও $mn = 9$ হলে $(m-n)$ -এর ধনাত্মক মান হিসাব করার চেষ্টা করি।

$(m-n)^2 = (m+n)^2 - 4mn = (10)^2 - 4 \times 9 = 100 - 36 = 64 = 8^2$

$\therefore m-n = \sqrt{8^2} = 8$

কষে দেখি — 12.2

1. $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$ —এই অভেদের সাহায্যে নীচের বীজগাণিতিক সংখ্যামালাগুলি গুণ করি।

(i) $(x+7)(x+1)$ (ii) $(x-8)(x-2)$ (iii) $(x+9)(x-6)$

(iv) $(2x+1)(2x-1)$ (v) $(xy-4)(xy+2)$ (vi) $(a^2+5)(a^2-4)$

2. সূত্রের সাহায্যে দেখাই যে—

(i) $(2x+3y)^2 - (2x-3y)^2 = 24xy$, (ii) $(a+2b)^2+(a-2b)^2 = 2(a^2+4b^2)$

(iii) $(l+m)^2 = (l-m)^2 + 4lm$, (iv) $(2p-q)^2 = (2p+q)^2 - 8pq$

(v) $(3m+4n)^2 = (3m-4n)^2 + 48mn$ (vi) $(6x+7y)^2 - 84xy = 36x^2+49y^2$

(vii) $(3a-4b)^2+24ab = 9a^2+16b^2$ (viii) $\left(2a+\frac{1}{a}\right)^2 = \left(2a-\frac{1}{a}\right)^2 + 8$

3. প্রতিক্ষেত্রে সূত্রের সাহায্যে সমস্যার সমাধান করি।

(i) $x-y = 3, xy = 28$ হলে x^2+y^2 -এর মান কত লিখি।

(ii) $a^2+b^2 = 52$, $a-b = 2$ হলে, ab - এর মান কত লিখি।

(iii) $l^2+m^2 = 13$ এবং $l+m = 5$ হলে lm - এর মান কত লিখি।

(iv) $a+\frac{1}{a} = 4$ হলে $a^2+\frac{1}{a^2}$ -এর মান কত লিখি।

(v) $a-\frac{1}{a} = 4$ হলে $a^2+\frac{1}{a^2}$ -এর মান কত লিখি

(vi) $5x+\frac{1}{x} = 6$ হলে দেখাই যে $25x^2+\frac{1}{x^2} = 26$

(vii) $2x + \frac{1}{x} = 5$ হলে $4x^2 + \frac{1}{x^2}$-এর মান লিখি।

(viii) $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 3$ হলে $\frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{x^2}$ -এর মান লিখি।

(ix) $x^2 + y^2 = 4xy$ হলে প্রমাণ করি যে $x^4 + y^4 = 14x^2y^2$

(x) $2a + \frac{1}{3a} = 6$ হলে $4a^2 + \frac{1}{9a^2}$ - এর মান কত লিখি।

(xi) $5a + \frac{1}{7a} = 5$ হলে $25a^2 + \frac{1}{49a^2}$ -এর মান কত লিখি।

(xii) $2x - \frac{1}{x} = 4$ হলে $x^2 + \frac{1}{4x^2}$ -এর মান লিখি।

(xiii) $m + \frac{1}{m} = -p$ হলে দেখাই যে $m^2 + \frac{1}{m^2} = p^2 - 2$

(xiv) $a^2 + b^2 = 5ab$ হলে দেখাই যে $\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} = 23$

(xv) $6x^2 - 1 = 4x$ হলে দেখাই যে $36x^2 + \frac{1}{x^2} = 28$

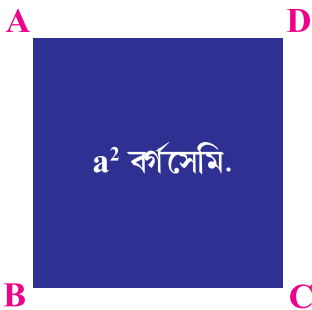
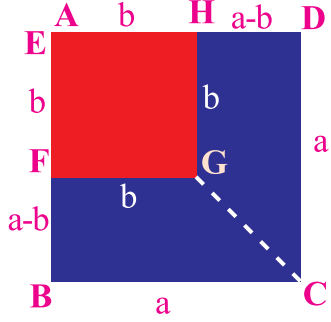
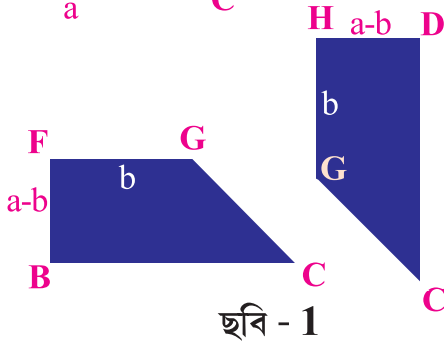
(xvi) $m + \frac{1}{m} = p - 2$ হলে দেখাই যে $m^2 + \frac{1}{m^2} = p^2 - 4p + 6$

(xvii) $m - \frac{1}{m-2} = 6$ হলে $(m-2)^2 + \frac{1}{(m-2)^2}$ - এর মান কত লিখি।

হাতেকলমে

বর্গাকার ও আয়তাকার কাগজ কেটে ও জুড়ে কিছু করার চেষ্টা করি।

a সেমি. দৈর্ঘ্যের বাহুবিশিষ্ট একটি নীল রঙের বর্গাকার পিচবোর্ড ABCD কেটে নিলাম। তাই, ABCD বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল a^2 বর্গসেমি. [ধরি, a = 6 সেমি.]

এবার b সেমি. দৈর্ঘ্যের বাহুবিশিষ্ট একটি লাল রঙের বর্গাকার পিচবোর্ড EFGH কেটে নিলাম। EFGH বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল b^2 বর্গসেমি. [ধরি, b = 2 সেমি.]

এবার পাশের ছবির মতো ABCD বর্গক্ষেত্রাকার পিচবোর্ডের উপরে EFGH বর্গক্ষেত্রাকার পিচবোর্ড রাখলাম।

এবার পাশের ছবির মতো G ও C বিন্দু দুটি যোগ করলাম। এবার GC বরাবর কাঁচি দিয়ে কেটে দুটি ট্রাপিজিয়াম HGCD ও GFBC পেলাম ও আলাদা সরিয়ে রাখলাম।

ছবি - 1

HGCD ও GFBC ট্রাপিজিয়াম দুটি পাশের ছবির মতো সাজিয়ে করলাম:

ছবি - 2

কী পেলাম দেখি।

ABCD বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = a^2 বর্গসেমি.

EFGH বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = b^2 বর্গসেমি.

ABCD বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল - EFGH বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল =

ট্রাপিজিয়াম (HDCG) -এর ক্ষেত্রফল + ট্রাপিজিয়াম (FGCB) -এর ক্ষেত্রফল [(1) নং ছবি থেকে]

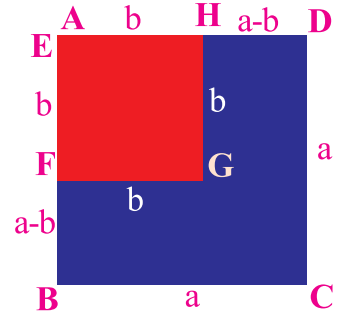
= HDFB আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল [(2) নং ছবি থেকে]

$= HB \times HD$

$a^2-b^2 = (a+b) \times (a-b)$

$\therefore \quad (a^2-b^2) = (a+b)(a-b)$

এভাবে হাতেকলমে রঙিন কাগজ কেটে ও জুড়ে দেখলাম

$(a^2-b^2) = (a+b)(a-b)$ বা $(a+b)(a-b) = (a^2-b^2)$

30 $(a+b) \times (a-b)$ গুণ করে কি পাই দেখি।

$$(a+b) \times (a-b) = (a+b) \times a - (a+b) \times b$$
$$= a^2 + ba - ab - b^2$$
$$= a^2 + ab - ab - b^2 \; [\because ab=ba]$$
$$= a^2-b^2$$

পেলাম $(a+b) \times (a-b) = a^2-b^2$

$a= -2$, $b= 9$ বসিয়ে কী পাই দেখি।

$(a+b) \times (a-b) = (-2+9) \times (-2-9) = 7 \times (-11) = -77$

$a^2-b^2 = (-2)^2 - (9)^2 = 4-81 = -77$

$\therefore \quad (a+b)(a-b) = a^2-b^2$

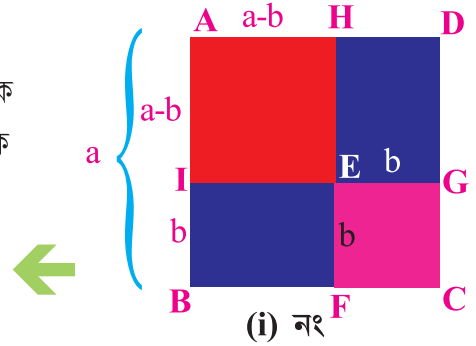
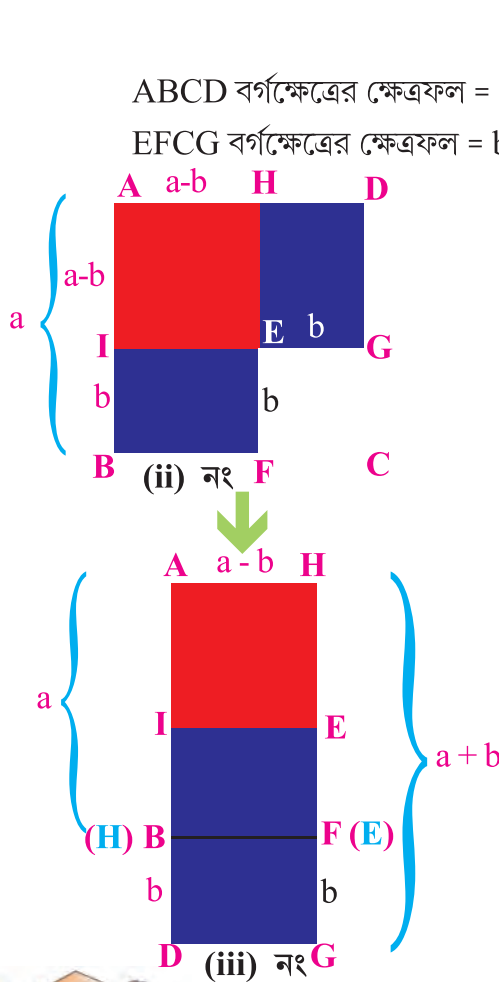
a ও b এর যেকোনো মান বসিয়ে যাচাই করি $(a+b)(a-b) = (a^2-b^2)$ [নিজে করি]

অন্যরকমভাবে হাতেকলমে রঙিন কাগজ কাটি ও বড়ো পিচবোর্ডে আটকে দেখি

ABCD বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = a^2 বর্গএকক

EFCG বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = b^2 বর্গএকক

(i) নং

(ii) নং

(iii) নং

ABCD বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল - EFCG বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

= AHEI বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল + IBFE আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল + DHEG আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = AHGD আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

[**(iii)** নং ছবির মতো সাজিয়ে পেলাম]

$= AH \times HG$

$= (a-b) \times (a+b)$

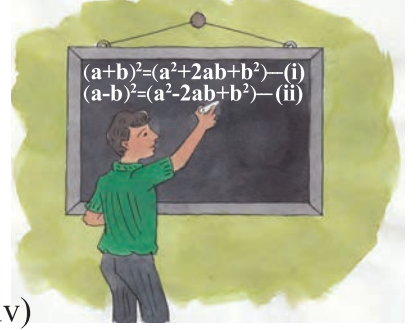
$\therefore \; a^2-b^2 = (a+b) \times (a-b)$

বীজগাণিতিক সংখ্যামালাগুলি নিয়ে বিভিন্ন যে অভেদগুলি জানলাম সেগুলি লিখি ও তাদের মধ্যে সম্পর্ক খুঁজি।

$(a+b)^2 = (a^2+2ab+b^2)$ ——————— (i)

$(a-b)^2 = (a^2-2ab+b^2)$ ——————— (ii)

$(a+b)(a-b) = (a^2-b^2)$ ——————— (iii)

$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$ ——————— (iv)

নিজে করি— 12.3

1) (iv) নং অভেদে $x = a$ এবং $a = b$বসিয়ে (i) নং অভেদের মতো পাই কিনা দেখি।

2) (iv) নং অভেদে $x = a$ ও $a = -b$ বসিয়ে (iii) নং অভেদের মতো পাই কিনা দেখি।

3) (iv) নং অভেদে $x = a$ ও $a = -b$ বসিয়ে কোন অভেদটি পাই দেখি।

31 $a^2-b^2 = (a+b)(a-b)$ -এর সাহায্যে (i) $78^2 - 22^2$ ও (ii) 94×106 –এর মান বের করি।

(i) $78^2 - 22^2 = (78+22) \times (\square - \square)$

$= \square \times 56 = 5600$

(ii) $94 \times 106 = (\boxed{100} - \square)(\boxed{100} + \square)$

$= \square - \square$

$= \square - \square = 9964$

32 সূত্রের সাহায্যে (i) $(p+5)(p-5)$ -কি পাই দেখি ও (ii) $81-a^2$ -কে দুটি দ্বিপদী সংখ্যামালার গুণফল আকারে প্রকাশ করার চেষ্টা করি।

(i) $(p+5)(p-5) = p^2 - (5)^2$

$= p^2 - 25$

(ii) $81-a^2 = (9)^2 - (a)^2$

$= (9+a)(9-a)$

33 সূত্রের সাহায্যে $(2x+4y-3z)^2 - (2x-4y+3z)^2$ - এর সরলতম মান বের করি।

$(2x+4y-3z)^2 - (2x-4y+3z)^2$

$= (2x+4y-3z+2x-4y+3z) \{(2x+4y-3z) - (2x-4y+3z)\}$

$= 4x \times \{ 2x+4y-3z-2x+4y-3z \}$

$= 4x \times (8y-6z)$

$= 32xy - 24xz$

34 সূত্রের সাহায্যে $(5m+2n+3p)(5m+2n-3p)$ - এর গুণফল কী হবে লিখি।

$(5m+2n+3p)(5m+2n-3p)$

$= \{(5m+2n)+3p\}\{(5m+2n)-3p\}$

$= (a+b)(a-b)$ [ধরি, $5m+2n = a$, $3p = b$]

$= (a^2-b^2)$

$= (5m+2n)^2 - (3p)^2$

$= 25m^2 + 20mn + 4n^2 - 9p^2$

35 সূত্রের সাহায্যে $(x+y)(x-y)(x^2+y^2)(x^4+y^4)$ -এদের ক্রমিক (পরপর) গুণ করি ও কী পাই দেখি।

$(x+y)(x-y)(x^2+y^2)(x^4+y^4)$

$= \{\square \times \square\}(x^2+y^2)(x^4+y^4)$

$= (\square - \square)(x^2+y^2)(x^4+y^4)$

$= (x^2-y^2)(x^2+y^2)(x^4+y^4)$

$= (\square - \square)(x^4+y^4)$

$= x^8-y^8$

কষে দেখি—12.3

1. $(a^2-b^2) = (a+b)(a-b)$ এই সূত্রের সাহায্যে মান নির্ণয় করি।

   (i) $(37)^2-(13)^2$ (ii) $(2.06)^2-(0.94)^2$ (iii) $(78) \times (82)$

   (iv) 1.15×0.85 (v) $(65)^2-(35)^2$

2. (i) $k-p^2 = (9+p)(9-p)$ হলে k -এর মান কত হবে বের করি।

   (ii) $(25-4x^2) = (5+ax)(5-ax)$ হলে a -এর ধনাত্মক মান কত হবে হিসাব করি।

   (iii) $(4-x) \times \square = (16-x^2)$ হলে ফাঁকা ঘরে কি হবে লিখি।

3. সূত্রের সাহায্যে গুণফলরূপে প্রকাশ করি।

   (i) $25l^2 - 16m^2$ (ii) $49x^4 - 36y^4$

   (iii) $(2a+b)^2-(a+b)^2$ (iv) $(x+y)^2-(a+b)^2$

   (v) $(x+y-z)^2-(x-y+z)^2$ (vi) $(m+p+q)^2-(m-p-q)^2$

4. সূত্রের সাহায্যে ক্রমিক গুণফল নির্ণয় করি।

   (i) $(c+d)(c-d)(c^2+d^2)$

   (ii) $(1-3x^2)(1+3x^2)(1+9x^4)$

   (iii) $(a^2+b^2)(a^2-b^2)(a^4+b^4)(a^8+b^8)$

5. নিচের বীজগাণিতিক সংখ্যামালাগুলি গুণফলরূপে প্রকাশ করি।

   (i) $16c^4 - 81d^4$ (ii) $p^4q^4 - r^4s^4$

   (iii) $81 - x^4$ (iv) $625 - a^4b^4$

6. $(p+q)^4-(p-q)^4 = 8pq(p^2+q^2)$ — প্রমাণ করি।

7. সূত্রের সাহায্যে গুণ করি: $(a+b+c)(b+c-a)(c+a-b)(a+b-c)$

8. $x = \frac{a}{b}+\frac{b}{a}$ এবং $y = \frac{a}{b}-\frac{b}{a}$ হলে দেখাই যে, $x^4 + y^4 - 2x^2y^2 = 16$

9. সূত্রের সাহায্যে গুণ করি $(a^2+a+1)(a^2-a+1)(a^4-a^2+1)$

10. যদি $x = (a+\frac{1}{a})$ এবং $y = (a-\frac{1}{a})$ হয়, তাহলে $x^4+y^4-2x^2y^2$ -এর মান সূত্রের সাহায্যে বের করি।

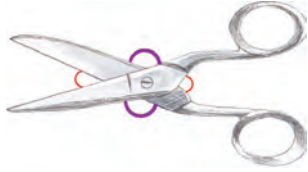
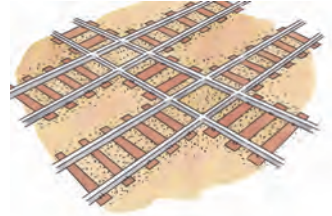
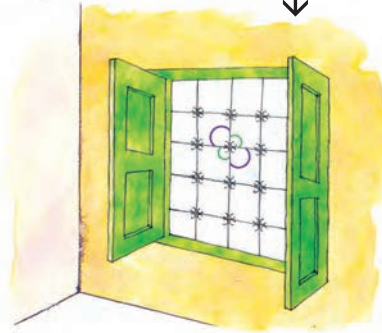
11. $(4x^2+4x+1-a^2+8a-16)$ -কে দুটি বর্গের অন্তররূপে $(a^2-b^2$ আকারে) প্রকাশ করি।

12. $a^2 + \frac{1}{a^2} - 3$ কে দুটি বর্গের অন্তররূপে $(a^2-b^2$ আকারে) প্রকাশ করি।

13. সমান্তরাল সরলরেখা ও ছেদকের ধারণা

আজ সারাদিন খুব বৃষ্টি হচ্ছে। আমি ও আমার কিছু বন্ধু স্কুলে যেতে পারিনি। আমরা মাঠেও খেলতে যেতে পারলাম না।

তাই আজ আমি ও আমার বন্ধুরা সবাই মিলে আমাদের বাড়ির উঠোনে বসে পেন ও পেনসিল দিয়ে নানা ছবি আঁকব ও কাঁচি দিয়ে কেটে বড়ো পিচবোর্ডে আটকে রাখব।

জয়া আঁকল →

সুজয় আঁকল →

রেহানা আমাদের সামনের বারান্দার গ্রিলটা আঁকার চেষ্টা করল ↓

দেখছি জয়ার আঁকা মুখখোলা কাঁচির বিপরীত দিকে একজোড়া করে কোণ তৈরি হয়েছে।

এইরকম কোণকে কি বলব?

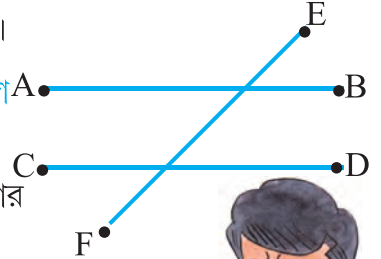
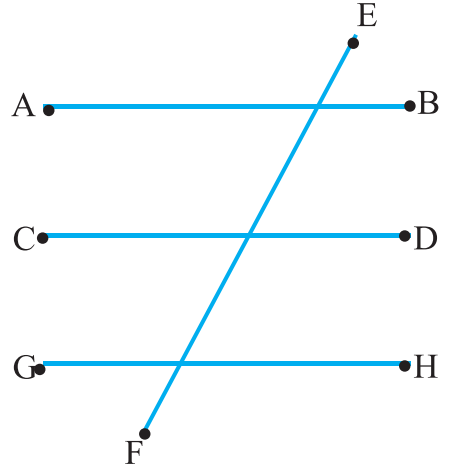
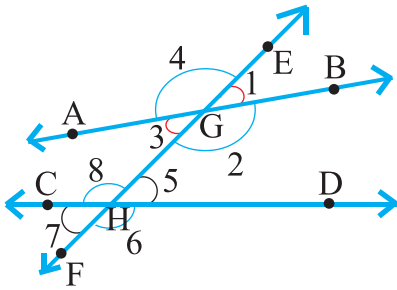
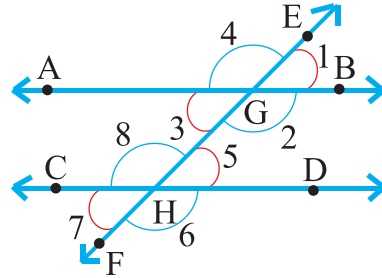
দুটি সরলরেখা পরস্পরকে ছেদ করলে ছেদবিন্দুর বিপরীত দিকের একজোড়া কোণকে বিপ্রতীপ কোণ বলা হয়।

মুখ খোলা কাঁচিতে দুই জোড়া বিপ্রতীপ কোণ দেখছি। সুজয়ের আঁকা রেললাইনে দেখছি, দুটি রেললাইন সমান্তরাল, কিন্তু অপর একটি লাইন ওদের ছেদ করে চলে গেছে। এইরকম লাইনকে কি বলব?

আমি একটি স্কেল বসিয়ে স্কেলের দুপাশে দুটি সমান্তরাল সরলরেখাংশ AB ও CD আঁকলাম যাতে EF সরলরেখাংশ AB ও CD সরলরেখাংশদ্বয়কে দুটি বিন্দুতে ছেদ করে।

যে সরলরেখাংশ, দুটি বা তার বেশি সরলরেখাংশকে আলাদা আলাদা বিন্দুতে ছেদ করে তাকে ছেদক বা ভেদক বলে।

তাই এই EF সরলরেখাংশকে AB ও CD সমান্তরাল সরলেরখাংশের ছেদক বলে।

কিন্তু দুইয়ের বেশি সমান্তরাল সরলরেখাংশ কিভাবে আঁকব?

প্রথমে একটি স্কেল বসিয়ে স্কেলের দু-পাশে পেনসিল দিয়ে দাগ দিয়ে AB ও CD সরলরেখাংশ আঁকি। তারপর ওই স্কেলটি বসিয়ে আর একটি স্কেল CD সরলরেখাংশের সাথে অর্থাৎ আগের স্কেলের একটি ধারের সাথে সম্পূর্ণভাবে লাগিয়ে বসাই। এরপর দ্বিতীয় স্কেলের আর একটি ধার বরাবর পেনসিল দিয়ে একটি সরলরেখাংশ GH আঁকি। এবার স্কেল দুটি তুলে নিই। তারপর একটি স্কেল দিয়ে একটি সরলরেখাংশ EF এমনভাবে আঁকি যাতে EF সরলরেখাংশ AB, CD ও GH সরলরেখাংশকে তিনটি বিন্দুতে ছেদ করে। সুজয়ের আঁকা রেললাইনের মতো করে স্কেল ও পেনসিল দিয়ে আঁকা আমার ছবিতে, রেহানার আঁকা গ্রিলে অনেক সরলরেখাংশ ও অনেক ছেদক বা ভেদক দেখছি। এর ফলে অনেক কোণ তৈরি হয়েছে। এই কোণগুলির মধ্যে সম্পর্ক জানার চেষ্টা করি।

তাই গার্গী ও জাকির বড়ো সাদা কাগজে স্কেল ও পেনসিলের সাহায্যে দুটি করে সরলরেখা ও তাদের ছেদক বা ভেদক আঁকল।

গার্গীর ছবির AB ও CD সরলরেখা পরস্পর সমান্তরাল নয়। গার্গীর ছবিতে কোণগুলির নাম দিলাম, 1,2,3,4,5,6,7 ও 8; গার্গীর ছবির বিপ্রতীপ একজোড়া কোণ $\angle 1$ ও $\angle 3$; অন্য এক জোড়া বিপ্রতীপ কোণ $\angle 2$ ও $\angle 4$

অন্য দু-জোড়া বিপ্রতীপ কোণের নাম লিখি। [নিজে দিলাম]

আমার ছবির $\angle 2$, $\angle 5$, $\angle 8$ ও $\angle 3$ কোণগুলির একটি বাহু GH এবং কোণগুলি AB ও CD সরলরেখার মধ্যে আছে। এদের কী বলব?

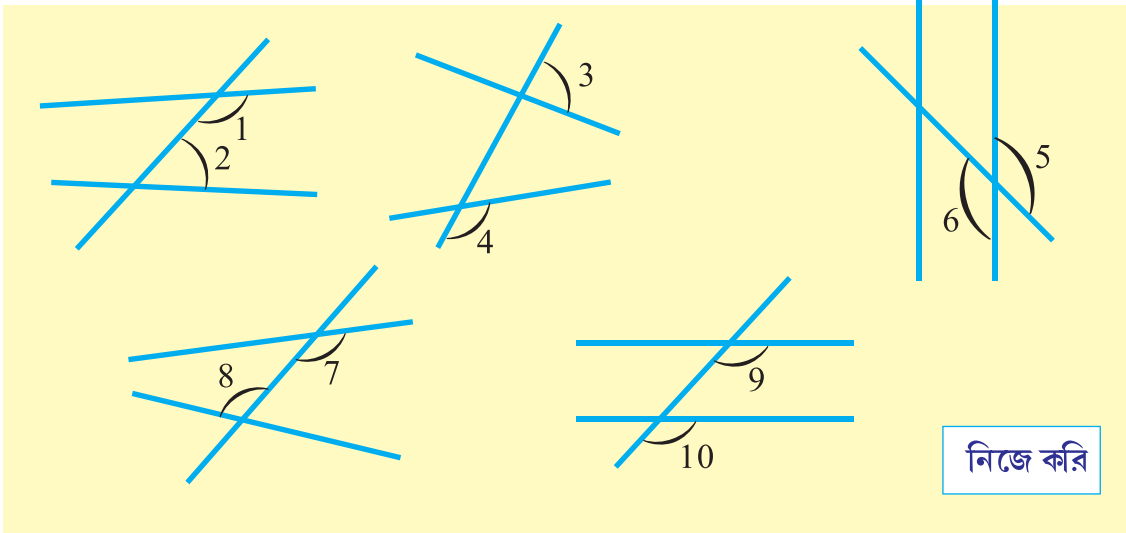
গার্গীর ছবির $\angle 2$, $\angle 5$, $\angle 8$, ও $\angle 3$ কোণগুলি অন্তঃস্থ কোণ। $\angle 2$, $\angle 5$ ও $\angle 3$, $\angle 8$ ছেদকের একই পাশের অন্তঃস্থ কোণ। কিন্তু $\angle 2$, $\angle 8$ ও $\angle 3$, $\angle 5$ ছেদকের বিপরীত পাশের অন্তঃস্থ কোণ। কিন্তু $\angle 1$, $\angle 4$, $\angle 6$ ও $\angle 7$ কোণগুলি বহিঃস্থ কোণ।

গার্গীর ছবির $\angle 1$ ও $\angle 5$ কোণদুটি ছেদকের একই পাশে আছে। $\angle 1$ বহিঃস্থ কোণ ও $\angle 5$ দূরবর্তী অন্তঃস্থ কোণ। এদের কী বলব ?

$\angle 1$ ও $\angle 5$ অনুরূপ কোণ, অন্য জোড়া অনুরূপ কোণ $\angle 4$ ও $\angle 8$ এবং বাকি আরও দু-জোড়া অনুরূপ কোণ $\angle 2$, $\angle 6$ ও ☐, ☐

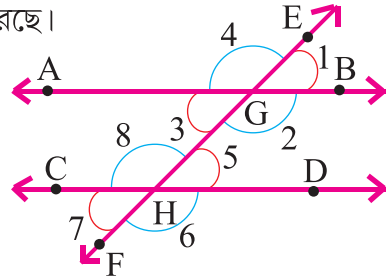
আবার আমার ছবির $\angle 3$ ও $\angle 5$ অন্তঃস্থ কোণ দুটি EF ছেদকের বিপরীত দিকে আছে। এই কোণ দুটিকে কি বলব ?

আমার ছবির $\angle 3$ ও $\angle 5$ কোণজোড়াকে একান্তর কোণ বলা হয়। অন্য একজোড়া একান্তর কোণ $\angle 2$ ও $\angle 8$।

নীচের ছবির জোড়া কোণগুলির নাম লিখি।

জাকিরের ছবিতে দেখছি AB ও CD সরলরেখা দুটি পরস্পর সমান্তরাল এবং EF ছেদক বা ভেদক যথাক্রমে AB ও CD সরলরেখাংশকে G ও H বিন্দুতে ছেদ করেছে।

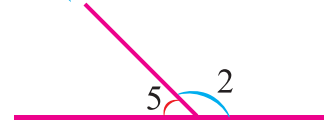
জাকিরের ছবির কোণগুলির নাম দিই

$\angle 1, \angle 2, \angle 3, \angle 4, \angle 5, \angle 6, \angle 7,$ ও $\angle 8$

এবার কাঁচি দিয়ে কোণগুলি কেটে ফেলি ও একটির উপর একটি মিলিয়ে কী পাই দেখি।

$\angle 1 = \angle 3$, $\angle 2 = \angle 4$ → অর্থাৎ বিপ্রতীপ কোণগুলি সমান।

$\angle 1 = \angle 5$, $\angle 2 = \angle 6$ → অর্থাৎ ☐ কোণগুলি সমান।

$\angle 2 = \angle 8$, $\angle 3 = \angle 5$ → অর্থাৎ ☐ কোণগুলি সমান।

রেহানা এই $\angle 2$ ও $\angle 5$ নিয়ে এক মজার ব্যাপার করল। পাশের ছবির মতো $\angle 2$ ও $\angle 5$ -কে মিলিয়ে সরলকোণ পেল।

অর্থাৎ দুটি সমান্তরাল সরলরেখার ছেদকের একই পাশের অন্তঃস্থ কোণদুটির সমষ্টি □ ডিগ্রি পেলাম।

কষে দেখি—13

জাকিরের ছবির মতো গার্গীর ছবির কোণগুলি কেটে আলাদা করলাম ও একটির উপর আর একটি কোণ বসিয়ে মেশালাম। কী পেলাম

যখন দুটি সরলরেখা সমান্তরাল নয়

গার্গীর ছবির কোণ	কোণের ধরন	সমান / অসমান
$\angle 1$ ও $\angle 5$	অনুরূপ কোণ	অসমান
$\angle 4$ ও $\angle 8$	□	□
$\angle 3$ ও $\angle 7$	□	□
$\angle 2$ ও $\angle 6$	□	□
$\angle 2$ ও $\angle 8$	□	□
$\angle 3$ ও $\angle 5$	□	□
$\angle 2$ ও $\angle 5$	□	□
$\angle 3$ ও $\angle 8$	□	□
$\angle 1$ ও $\angle 3$	□	□
$\angle 2$ ও $\angle 4$	□	□
$\angle 5$ ও $\angle 7$	□	□
$\angle 6$ ও $\angle 8$	□	□

(নিজে করি)

যখন দুটি সরলরেখা সমান্তরাল

জাকিরের ছবির কোণ	কোণের ধরন	সমান / অসমান
$\angle 1$ ও $\angle 5$	অনুরূপ	সমান
$\angle 4$ ও $\angle 8$	□	□
$\angle 3$ ও $\angle 7$	□	□
$\angle 2$ ও $\angle 6$	□	□
$\angle 2$ ও $\angle 8$	□	□
$\angle 3$ ও $\angle 5$	□	□
$\angle 2$ ও $\angle 5$	□	□
$\angle 3$ ও $\angle 8$	□	□
$\angle 1$ ও $\angle 3$	□	□
$\angle 2$ ও $\angle 4$	□	□
$\angle 5$ ও $\angle 7$	□	□
$\angle 6$ ও $\angle 8$	□	□

(নিজে করি)

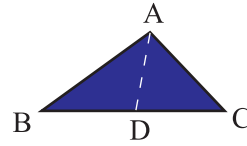
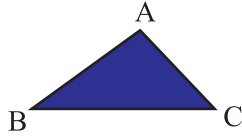
14. ত্রিভুজের ধর্ম

আয়েষা স্কেল ও পেনসিল দিয়ে অনেকগুলি ত্রিভুজ আঁকল। হিমু ওই ত্রিভুজাকারক্ষেত্রগুলি কাঁচি দিয়ে কেটে ফেলল।

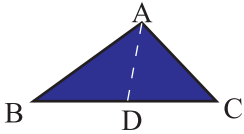
দেখছি, প্রতিটি ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু ☐ টি।

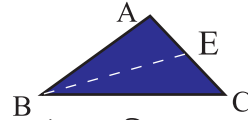
প্রতিটি ত্রিভুজের বাহু ☐ টি।

প্রতিটি ত্রিভুজের কোণ ☐ টি।

আমি একটি ত্রিভুজাকারক্ষেত্র নিলাম ও ভাঁজ করে প্রতিটি বাহুর মধ্যবিন্দু খুঁজি।

ত্রিভুজাকারক্ষেত্রটির BC বাহুকে ভাঁজ করে B বিন্দুকে C বিন্দুতে মিলিয়ে BC বাহুর মধ্যবিন্দু D পেলাম।

আমি যদি A শীর্ষবিন্দু ও D মধ্যবিন্দু বরাবর ভাঁজ করে খুলে দিই কি পাব দেখি।

AD সরলরেখাংশকে ΔABC -এর কী বলব?

AD সরলরেখাংশ, ABC ত্রিভুজের **মধ্যমা**। অর্থাৎ ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু ও বিপরীত বাহুর মধ্যবিন্দুর সংযোজক সরলরেখাংশ হলো ত্রিভুজটির মধ্যমা।

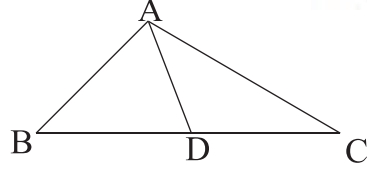
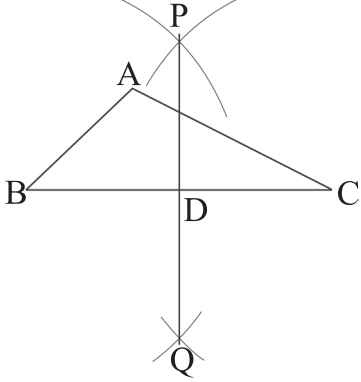
আমি কাগজ ভাঁজ করে AC বাহুর মধ্যবিন্দু E ও বিপরীত শীর্ষবিন্দু ☐ যোগ করে মধ্যমা তৈরি করি।

আবার আমি কাগজ ভাঁজ করে ABC ত্রিভুজের AB বাহুর মধ্যবিন্দু খুঁজে তৃতীয় মধ্যমা তৈরি করি ও দেখি ABC ত্রিভুজের মধ্যমা তিনটি একটি বিন্দুতে মিলিত হয় কিনা।

অর্থাৎ, মধ্যমা তিনটি ☐।

নিজে করি— 14.1

সমবাহু, সমদ্বিবাহু ও বিষমবাহু ত্রিভুজাকারক্ষেত্র কেটে নিয়ে একই ভাবে ভাঁজ করে মধ্যমা তিনটি তৈরি করি এবং প্রতিটি ত্রিভুজের মধ্যমা তিনটি কী রকম লক্ষ্য করি।

সাকির আয়েসার মতো একটি ত্রিভুজ আঁকল ও কাগজ ভাঁজ না করে শুধুমাত্র কম্পাস ও স্কেলের সাহায্যে ওই ত্রিভুজের প্রতিটি বাহুর মধ্যবিন্দু খুঁজে বার করার চেষ্টা করল।

1 পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে ABC ত্রিভুজের BC বাহুর মধ্যবিন্দু বের করি

(i) প্রথমে পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে ABC ত্রিভুজের BC বাহুর B বিন্দুকে ও C বিন্দুকে কেন্দ্র করে BC বাহুর দৈর্ঘ্যের অর্ধেকের বেশি ব্যাসার্ধ নিয়ে BC বাহুর উপরে ও নীচে দুটি করে বৃত্তচাপ আঁকলাম যারা পরস্পরকে P ও Q বিন্দুতে ছেদ করল।

(ii) P ও Q বিন্দু দুটি যোগ করলাম। PQ, BC কে D বিন্দুতে ছেদ করল। BC -এর মধ্যবিন্দু পেলাম D।

(iii) A ও D বিন্দু দুটি যোগ করে ABC ত্রিভুজের একটি মধ্যমা পেলাম। একইভাবে স্কেল ও পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে অপর দুটি মধ্যমা BE ও CF আঁকি।

একটি ত্রিভুজের ☐ মধ্যমা পেলাম। দেখছি মধ্যমা তিনটি ☐।

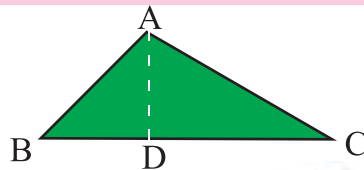
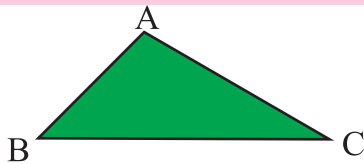
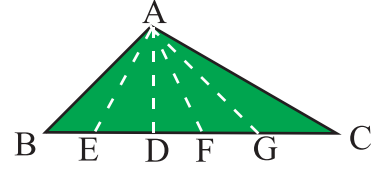
সুচেতা কোণভেদে তিনটি ত্রিভুজ আঁকল। ত্রিভুজ তিনটি সূক্ষ্মকোণী, সমকোণী ও স্থূলকোণী।

এই তিনটি ত্রিভুজের মধ্যমাগুলি আঁকি ও দেখি এরা সমবিন্দু কিনা। [নিজে করি]

আমরা অনেকগুলি রঙিন কাগজ দিয়ে ত্রিভুজাকারক্ষেত্র তৈরি করেছি ও সেগুলি কেটে আলাদা করে রেখেছি। এবার ঠিক করেছি ওই রঙিন ত্রিভুজাকারক্ষেত্রগুলি একটি বড়ো সাদা পিচবোর্ডে আটকাব।

প্রতিটি ত্রিভুজ আটকানোর জন্য আলাদা আলাদা আয়তাকার জায়গা রাখা হবে। কিন্তু প্রতিটি ত্রিভুজাকারক্ষেত্রর জন্য কতটা আয়তকারক্ষেত্র রাখব ? কিভাবে পাব ?

প্রতিটি ত্রিভুজের উচ্চতা মাপতে হবে অর্থাৎ প্রতিটি ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু থেকে বিপরীত বাহুর লম্ব দূরত্ব মাপতে হবে।

প্রথমে প্রতিটি কাগজের ত্রিভুজাকারক্ষেত্রকে A শীর্ষবিন্দু বরাবর এমনভাবে ভাঁজ করা হলো যাতে ভাঁজের দুই পাশে BC -এর দিকে দুইটি ধার একই সরলরেখাংশে থাকে। এইভাবে উচ্চতা পাবার চেষ্টা করি।

কিন্তু আয়েসা ঠিকমতো ভাঁজ না করায় পেল

স্কেলের সাহায্যে মেপে দেখল AD -এর দৈর্ঘ্য সবচেয়ে কম। চাঁদার সাহায্যে মেপে দেখলাম $\angle ADC = 90^0$

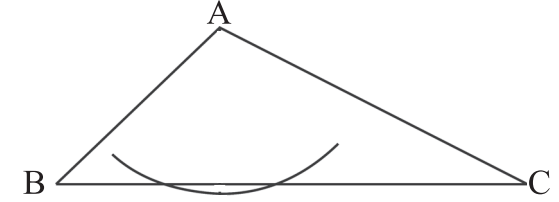
$\therefore$ AD হলো ABC ত্রিভুজের উচ্চতা যা A বিন্দু থেকে BC বাহুর উপর লম্ব।

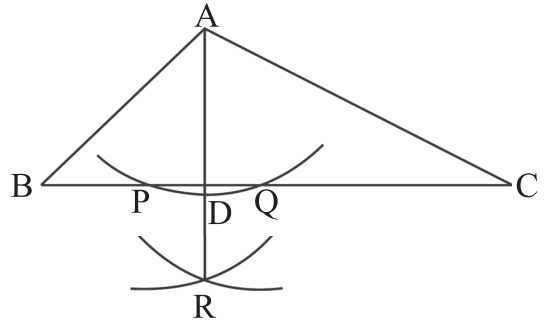
এভাবে ABC ত্রিভুজের ☐ টি উচ্চতা পেলাম। বাহুভেদে ত্রিভুজগুলি আঁকি।

ত্রিভুজাকারক্ষেত্রগুলি কাঁচি দিয়ে কেটে কাগজ ভাঁজ করে প্রতিটি ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু থেকে বিপরীত বাহুগুলির উপর লম্ব তিনটি সমবিন্দু কিনা দেখি।

আমরা কোণভেদে ও বাহুভেদে অনেক ত্রিভুজ এঁকে ত্রিভুজাকারক্ষেত্রগুলি কাঁচি দিয়ে কেটে ফেলেছি। এগুলি ওই সাদা পিচবোর্ডে আটকানোর জন্য ফাঁকা আয়তাকার জায়গা রাখব, তাই প্রতিটি ত্রিভুজের উচ্চতা স্কেল ও পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে বের করার চেষ্টা করি।

2 প্রথমে পাশের ত্রিভুজটির স্কেল ও পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে উচ্চতা বের করি।

A বিন্দু থেকে BC বাহুর উপর লম্ব আঁকব অর্থাৎ BC বাহুর বহিঃস্থবিন্দু A থেকে BC বাহুর উপর লম্ব আঁকব।

(i) প্রথমে পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে A বিন্দুকে কেন্দ্র করে এমন একটি দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধের বৃত্তচাপ আঁকলাম যাতে বৃত্তচাপটি BC বাহুকে P ও Q দুটি বিন্দুতে ছেদ করে।

(ii) এবার পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে BC বাহুর যে দিকে A বিন্দু আছে তার বিপরীত পাশে P ও Q বিন্দুকে কেন্দ্র করে PQ -এর দৈর্ঘ্যের অর্ধেকের বেশি দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধের আরও দুটি বৃত্তচাপ আঁকলাম যারা পরস্পরকে R বিন্দুতে ছেদ করল। স্কেল ও পেনসিলের সাহায্যে A ও R বিন্দু দুটি যোগ করলাম। AR, BC বাহুকে D বিন্দুতে ছেদ করল।

AD হল ABC ত্রিভুজের উচ্চতা যা A শীর্ষবিন্দু থেকে বিপরীত বাহু BC -এর উপর লম্ব

নিজে করি— 14.2

1) একটা ত্রিভুজের কতগুলি উচ্চতা পাব নিজে এঁকে দেখি।

2) একইভাবে স্কেল ও পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে বাহুভেদে ও কোণভেদে ত্রিভুজের উচ্চতাগুলি পাবার চেষ্টা করি।

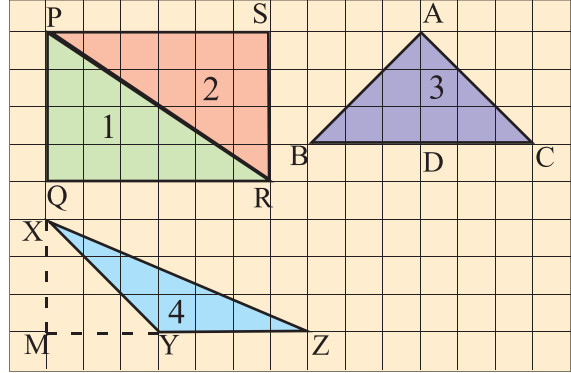
এদের মধ্যে

i) কোন ত্রিভুজের উচ্চতা সেই ত্রিভুজের একটি বাহু হবে এঁকে দেখি।

ii) কোন ত্রিভুজের একটি উচ্চতা ও মধ্যমা একই সরল রেখাংশ পাব এঁকে দেখি।

সবাই যখন নানা রঙের ত্রিভুজাকারক্ষেত্র কাটছি, ফিরোজ তখন একটি ছক কাগজ তৈরি করে ফেলল। মিলি তার নিজের আঁকা ত্রিভুজাকার ক্ষেত্র ছক কাগজের উপরে পাশের ছবির মতো রাখল এবং তার চারপাশে পেনসিল দিয়ে দাগ দিল।

ধরি ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য = 1 সেমি.।

$\therefore$ ছক কাগজের প্রতিটি ক্ষুদ্রতম বর্গাকারক্ষেত্র = 1 বর্গসেমি.।

ছবিতে দেখছি দুটি একই মাপের অর্থাৎ PQR ত্রিভুজাকারক্ষেত্রের সমান করে PSR ত্রিভুজাকারক্ষেত্র কাটা। সমকোণী ত্রিভুজাকারক্ষেত্র PQR ও PSR পাশাপাশি অতিভুজ বরাবর মিলে একটি আয়তক্ষেত্র PQRS তৈরি করেছে যার দৈর্ঘ্য 6 সেমি. এবং প্রস্থ 4 সেমি.।

কিন্তু 1 নং ত্রিভুজাকারক্ষেত্র বা ΔPQR এর উচ্চতা = 4 সেমি. [ভূমি যখনQR বাহু]

1 নং ত্রিভুজাকারক্ষেত্র বা ΔPQR এর ভূমি = 6 সেমি. (QR বাহু)

2 নং ত্রিভুজাকারক্ষেত্র বা ΔPSR এর উচ্চতা = 4 সেমি. (SR বাহু) [ভূমি যখন PS বাহু]

2 নং ত্রিভুজাকারক্ষেত্র বা ΔPSR এর ভূমি = 6 সেমি. (SP বাহু)

$\therefore$ PQR ত্রিভুজাকৃতিক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = PSR ত্রিভুজাকৃতিক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2}\times$ PQRS আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল।

PQRS আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = QR × PQ = ভূমি × উচ্চতা

PQR ত্রিভুজাকৃতিক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2}\times$ ভূমি × উচ্চতা।

$= \frac{1}{\cancel{2}} \times \overset{3}{\cancel{6}} \times 4$ বর্গসেমি. = 12 বর্গসেমি.

ছক কাগজ থেকে দেখছি, $\triangle PQR$ এর ক্ষেত্রফল = 12 বর্গসেমি. (প্রায়) [10 টি সম্পূর্ণ ঘর, 2 টি অর্ধেকের বেশি বর্গঘর ও 2 টি অর্ধেকের কম বর্গঘর জুড়ে আছে]।

$\therefore$ ত্রিভুজাকৃতিক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল উচ্চতা ও ভূমির দৈর্ঘ্যের উপর নির্ভর করে।

আমি 3 নং ত্রিভুজাকৃতি ক্ষেত্রে অর্থাৎ ABC ত্রিভুজাকৃতিক্ষেত্রের ভূমি ও উচ্চতা মাপি।

$\triangle ABC$ এর ভূমি BC = 6 সেমি.।

উচ্চতা AD = ☐ সেমি.।

$\therefore$ $\triangle ABC$ এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}$ × ভূমি × উচ্চতা

$= \frac{1}{\cancel{2}} \times \overset{3}{\cancel{6}} \times 3$ বর্গসেমি. = 9 বর্গসেমি.।

ছক কাগজের ঘর গুনে পাই, $\triangle ABC$ -এর ক্ষেত্রফল = 9 বর্গসেমি.। [6 টি সম্পূর্ণ বর্গঘর ও 6 টি অর্ধেক বর্গঘর]

4 নং ত্রিভুজাকৃতিক্ষেত্রের অর্থাৎ XYZ ত্রিভুজাকৃতিক্ষেত্রের ভূমি (YZ) = ☐ সেমি.

এবং XYZ ত্রিভুজাকৃতিক্ষেত্রের উচ্চতা (XM) = ☐ সেমি.

$\therefore$ XYZ ত্রিভুজাকৃতিক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}$ × ভূমি × উচ্চতা

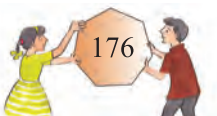
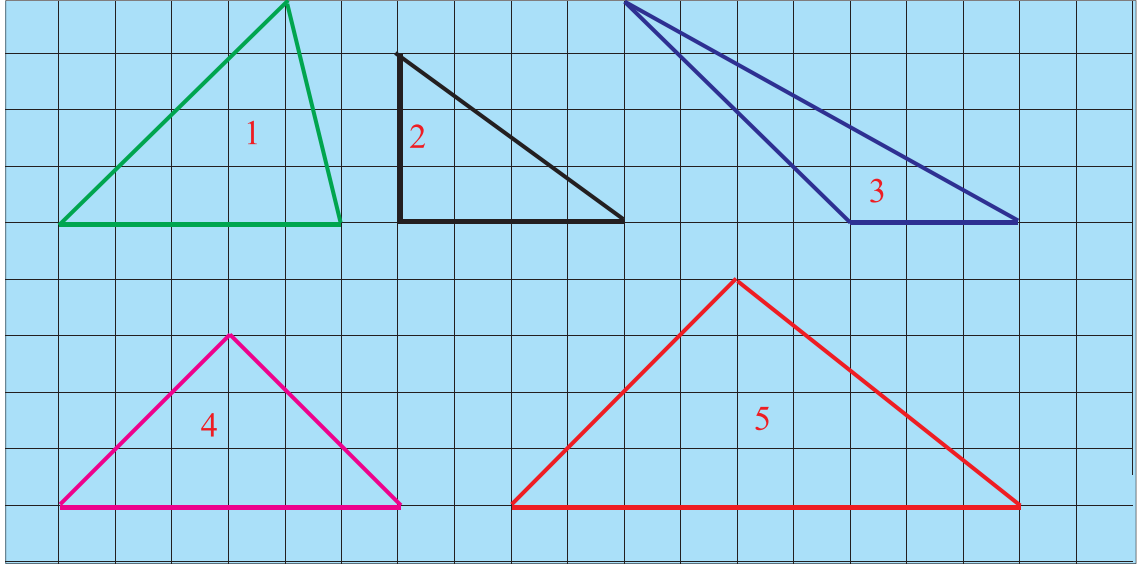
$= \frac{1}{\cancel{2}} \times \overset{2}{\cancel{4}} \times 3$ বর্গসেমি. = 6বর্গসেমি.।

ছককাগজে ঘর গুনে পাই, XYZ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = 6 বর্গসেমি. (প্রায়)।

কারণ ΔXYZ -এ 3 টি সম্পূর্ণ বর্গ, 1 টি অর্ধেকের বেশি বর্গ, 4 টি অর্ধেকের কম বর্গ ও 2 টি অর্ধেক বর্গ ঘর জুড়ে আছে।

$\therefore$ XYZ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফলও প্রায় 6 বর্গসেমি. এর সমান পেলাম।

নীচের ছককাগজে ঘর গুনে ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত দেখি এবং ত্রিভুজগুলির ভূমি ও উচ্চতা মাপি এবং

$\boxed{\frac{1}{2} \times \text{ভূমি} \times \text{উচ্চতা}}$ -এর মান নির্ণয় করে দেখি ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল উভয় ক্ষেত্রে সমান হচ্ছে কিনা।

কষে দেখি—14

1. (i) একটি ত্রিভুজের কতগুলি মধ্যমা পাব লিখি।

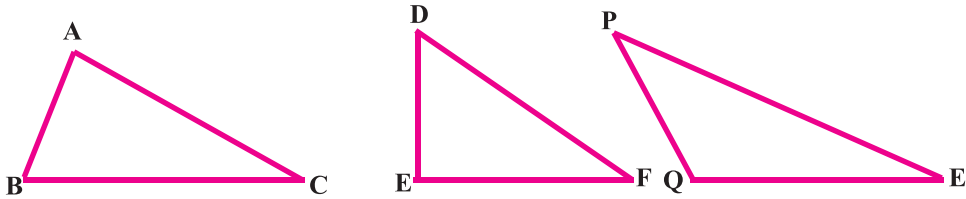
   (ii) একটি ত্রিভুজের মধ্যমাগুলি কয়টি বিন্দুতে ছেদ করে লিখি।

   (iii) একটি ত্রিভুজে কতগুলি উচ্চতা পাব লিখি।

   (iv) একটি ত্রিভুজের উচ্চতাগুলি কয়টি বিন্দুতে ছেদ করে লিখি।

   (v) কোন ত্রিভুজের প্রতিটি উচ্চতা ও মধ্যমা একই তা লিখি।

2. কোণভেদে ও বাহুভেদে ত্রিভুজ আঁকি ও তাদের মধ্যমা এঁকে দেখি ত্রিভুজের মধ্যমা সর্বদা ত্রিভুজের ভিতরে থাকে কিনা (স্কেল ও পেনসিল কম্পাসের সাহায্য নিই)।

3. নীচের প্রতিটি ত্রিভুজের উচ্চতা মাপি (স্কেল ও পেনসিল কম্পাসের সাহায্য নিই)।

4. কোণভেদে ত্রিভুজ আঁকি। ত্রিভুজের প্রতিটি উচ্চতা সবর্দাই ত্রিভুজের ভিতরে থাকবে কিনা দেখি। (স্কেল ও পেনসিলের কম্পাসের সাহায্য নিই)

15. সময় ও দূরত্ব

আমাদের স্কুলে প্রতিদিন সকাল 10টা 40মিনিটে প্রার্থনা শুরু হয়। আমরা রোজ স্কুলে সকাল 10টা 30মিনিটে পৌঁছে নিজেদের শ্রেণিতে বইয়ের ব্যাগ রেখে প্রার্থনার জন্য স্কুলের বারান্দায় সারি করে দাঁড়াই।

তাই আমি প্রতিদিন সকাল 10:05-এ বাড়ি থেকে বেড়িয়ে একইরকম গতিতে সাইকেল চালিয়ে সকাল 10: 30-এ স্কুলে পৌঁছোই। অর্থাৎ আমি (10টা 30মি. - 10টা 05মি.) = 25 মিনিটে সাইকেল চালিয়ে স্কুলে পৌঁছোই।

কিন্তু আজ বাড়ি থেকে বেরোতে 5 মিনিট দেরি হয়ে গেল। অর্থাৎ সকাল 10: 10-এ বাড়ি থেকে বেরোলাম।

আজ কীভাবে স্কুলে 10:30-এ পৌঁছোব?

সাইকেল আরও তাড়াতাড়ি চালাতে হবে অর্থাৎ গতিবেগ কিছুটা বাড়াতে হবে। তাই (10টা 30মি. - 10টা 10মি.) = 20মিনিটে স্কুলে পৌঁছোতে হবে।

বাড়ি থেকে স্কুলের দূরত্ব 4কিমি. = 4000 মিটার।

গতিবেগ কী?

একক সময়ে কোনো বস্তু নির্দিষ্ট দিকে যতটা দূরত্ব অতিক্রম করে সেটাই ওই বস্তুর গতিবেগ

প্রতিদিন আমার সাইকেলের গতিবেগ ঘন্টায় কত ছিল হিসাব করি।

গণিতের ভাষায় সমস্যাটি হলো,

সময় (মিনিট)	দূরত্ব (মিটার)
25	4000
60	?

গতিবেগ একই থাকলে বেশি সময়ে বেশি দূরত্ব অতিক্রম করব। তাই সময় ও দূরত্ব সরল সমানুপাতে আছে।

$\therefore$ 25 : 60 :: 4000 : *

$\therefore$ (*) অর্থাৎ চতুর্থ সমানুপাতী = $\frac{\overset{160}{\cancel{4000}}\times 60}{\cancel{25}} = 9600$ $\therefore$ গতিবেগ = 9600 মিটার/ঘন্টা

অন্যভাবে পাই, 25 মিনিটে যাই 4000 মিটার

1 মিনিটে যাই $\frac{4000}{25}$ মিটার

60 মিনিটে যাই = $\frac{\overset{160}{\cancel{4000}}}{\cancel{25}} \times 60 = 9600$ মিটার।

$\therefore$ প্রতিদিন আমার সাইকেলের গতিবেগ ছিল ঘন্টায় 9600 মিটার বা 9600 মিটার / ঘন্টা।

ঠিক সময়ে স্কুলে পৌঁছানোর জন্য কিন্তু আজকে আমার সাইকেলের গতিবেগ কত করতে হয়েছিল হিসাব করি।

সাইকেলে 20 মিনিটে 4000 মিটার গিয়েছিলাম।

গণিতের ভাষায় পাই —

সময় (মিনিট)	দূরত্ব (মিটার)
20	4000
60	?

গতিবেগ একই থাকলে যেহেতু সময় বাড়লে অতিক্রান্ত দূরত্ব বাড়বে, তাই সময় ও দূরত্ব সরল সমানুপাতী।

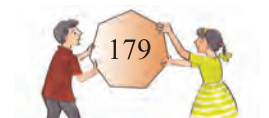
20 : 60 :: 4000 : *

$\therefore$ (*) অর্থাৎ চতুর্থ সমানুপাতী = $\frac{\overset{200}{\cancel{4000}}\times 60}{\cancel{20}} = 12000$

$\therefore$ সাইকেলের গতিবেগ ঘন্টায় 12000 মিটার বা 12000 মিটার/ঘন্টা।

সাইকেলের গতিবেগ ঘন্টায় কত মিটার বাড়াতে হলো হিসাব করি —

12000 মিটার/ঘন্টা - 9600 মিটার/ঘন্টা = 2400 মিটার/ঘন্টা

$\therefore$ আমার সাইকেলের গতিবেগ ঘন্টায় 2400 মিটার বাড়াতে হয়েছিল।

আজ বিকালে আমার বোন একইরকম গতিতে সাইকেল চালিয়ে বাজারে 30 মিনিটে পৌঁছোয়।

1 যদি বাড়ি থেকে বাজারের দূরত্ব 4050 মিটার হয়, তবে বাজারে যাওয়ার সময়ে মিনিটে বোনের সাইকেলের গতিবেগ কত ছিল হিসাব করি।

গণিতের ভাষায় পাই —

সময় (মিনিট)	অতিক্রান্ত দূরত্ব (মিটার)
30	4050
1	?

30 মিনিটে যায় 4050 মিটার

1 মিনিটে যায় $\frac{\overset{135}{\cancel{4050}}}{\cancel{30}}$ মিটার = 135 মিটার

∴ বোনের সাইকেলের গতিবেগ 135 মিটার/মিনিট

অন্যভাবে, 30 : 1 :: 4050 : *

∴ (*) বা চতুর্থ সমানুপাতী = $\frac{1\times \overset{135}{\cancel{4050}}}{\cancel{30}}$ = 135

বোনের সাইকেলের গতিবেগ 135 মিটার/ মিনিট

[গতিবেগ একই থাকলে, সময় ও দূরত্ব সরল সমানুপাতী]

দেখছি, অতিক্রান্ত দূরত্বকে প্রয়োজনীয় সময় দিয়ে ভাগ করলে গতিবেগ পাওয়া যায়।

∴ গতিবেগ = $\frac{\text{অতিক্রান্ত দূরত্ব}}{\text{প্রয়োজনীয় সময়}}$

2 কিন্তু বাজার থেকে বাড়ি ফেরার সময় বোন 150 মিটার /মিনিট বেগে সাইকেল চালিয়ে বাড়ি এল। তাই বাজার থেকে বাড়ি ফিরতে বোনের কত সময় লাগল হিসাব করি।

গণিতের ভাষায় পাই —

অতিক্রান্ত দূরত্ব (মিটার)	প্রয়োজনীয় সময় (মিনিট)
150	1
4050	?

150 মিটার যায় 1 মিনিটে

1 মিটার যায় $\frac{1}{150}$ মিনিটে

4050 মিটার যায় $\frac{\overset{27}{\cancel{4050}}}{\cancel{150}}$ মিনিটে = 27 মিনিটে

অন্যভাবে,
গতিবেগ একই থাকলে যেহেতু বেশি দূরত্ব যেতে বেশি সময় লাগে, তাই সময় ও দূরত্ব সরল সমানুপাতী।

$150 : 4050 :: 1 : *$

চতুর্থ সমানুপাতী $(*) = \frac{\overset{27}{\cancel{4050}}\times 1}{\cancel{150}} = 27$ $\therefore$ সময় লাগে 27 মিনিট।

দেখছি, অতিক্রান্ত দূরত্বকে গতিবেগ দিয়ে ভাগ করে প্রয়োজনীয় সময় পাই।

$\therefore$ প্রয়োজনীয় সময় = $\frac{\text{অতিক্রান্ত দূরত্ব}}{\text{গতিবেগ}}$

3 কিন্তু 150 মিটার/মিনিট বেগে সাইকেল চালিয়ে 25 মিনিটে কতটা দূরত্ব যেতে পারব হিসাব করি। গণিতের ভাষায় সমস্যাটি হলো,

সময় (মিনিট)	দূরত্ব (মিটার)
1	150
25	?

গতিবেগ একই থাকলে সময় ও দূরত্ব সরল সমানুপাতী।

$1 : 25 :: 150 : *$

$(*)$ অথবা চতুর্থ সমানুপাতী $= \frac{25\times 150}{1} = 3750$; $\therefore$ 25 মিনিটে 3750 মিটার দূরত্ব যায়।

অন্যভাবে, 1 মিনিটে যায় 150 মিটার

25 মিনিটে যায় 150×25 মিটার = 3750 মিটার

দেখছি, প্রয়োজনীয় সময়কে গতিবেগ দিয়ে গুণ করে অতিক্রান্ত দূরত্ব পাব।

$\therefore$ অতিক্রান্ত দূরত্ব = গতিবেগ × প্রয়োজনীয় সময়

নিজে করি। নীচের ছক যেকোনো পদ্ধতিতে হিসাব করে পূরণ করার চেষ্টা করি —

অতিক্রান্ত দূরত্ব	প্রয়োজনীয় সময়	গতিবেগ
120 কিমি	5 ঘন্টা	
276 কিমি	6 ঘন্টা	
18 কিমি	1 ঘন্টা	

অতিক্রান্ত দূরত্ব	গতিবেগ	প্রয়োজনীয় সময়
1600 মি	32 মি/মিনিট	
25 কিমি	80 মি/সেকেন্ড	
52 কিমি	1.3 কিমি/মিনিট	

গতিবেগ	প্রয়োজনীয় সময়	অতিক্রান্ত দূরত্ব
45 কিমি/ঘন্টা	1.5 ঘন্টা	
165 মি/মিনিট	24 মিনিট	
5 কিমি/ঘন্টা	10 মিনিট	

আজ রবিবার। আমি খুব সকাল সকাল ঘুম থেকে উঠে বাগানের কিছু কাজ করে তাড়াতাড়ি 160 মিটার/মিনিট বেগে সাইকেল চালিয়ে আমার বন্ধু পরেশের বাড়ি গেলাম। পরেশের বাড়ি আমাদের বাড়ি থেকে 2.4 কিমি দূরে। আজ আমি ও পরেশ স্টেশনে যাব অনুপ স্যারকে নিয়ে আসার জন্য।

4 কিন্তু পরেশের বাড়ি যাবার পরে আমার সাইকেল খারাপ হয়ে গেল। তাই আমি ও পরেশ রিকশায় চেপে স্টেশনে গেলাম। আমি সাইকেলে করে যে সময়ে পরেশের বাড়ি এসেছিলাম সেই সময়েই রিকশায় করে স্টেশনে গেলাম। রিকশার গতিবেগ ছিল মিনিটে 150 মিটার।

পরেশের বাড়ি থেকে স্টেশনের দূরত্ব কত হিসাব করি।

গণিতের ভাষায় সমস্যাটি হলো —

গতিবেগ (মিটার/মিনিট)	দূরত্ব (মিটার)
160	2.4×1000 = 2400
150	?

গতিবেগ বাড়ালে বা কমালে একই সময়ে যথাক্রমে বেশি দূরত্ব বা কম দূরত্ব অতিক্রম করব।

তাই গতিবেগ ও দূরত্ব সরল সমানুপাতে আছে।

$\therefore 160 : 150 :: 2400 : *$

$\therefore$ (*) বা চতুর্থ সমানুপাতী $= \dfrac{150 \times \overset{\overset{15}{\cancel{30}}}{\cancel{2400}}}{\underset{\cancel{2}}{\cancel{160}}} = 2250$

$\therefore$ পরেশের বাড়ি থেকে স্টেশনের দূরত্ব 2250 মিটার।

5 কিন্তু স্টেশনে পৌঁছে দেখি, একটি 75 মিটার লম্বা ট্রেন কিছুক্ষণ পরে 4.5 সেকেন্ডে আমাকে অতিক্রম করে চলে গেল।

হিসাব করে দেখি এই ট্রেনটির গতিবেগ কত?

দেখছি, ট্রেনটি 4.5 সেকেন্ডে নিজের দৈর্ঘ্য অতিক্রম করেছে।

গণিতের ভাষায় সমস্যাটি লিখে পাই—

সময় (সেকেন্ড)	দূরত্ব (মিটার)
4.5	75
1	?

গতিবেগ একই থাকলে সময় ও দূরত্ব সরল সমানুপাতী। ∴ 4.5 : 1 : : 75 : ?

∴ দূরত্ব = $\frac{75 \times 1}{4.5}$ মিটার = $\overset{5}{\cancel{75}} \times \frac{10}{\underset{3}{\cancel{45}}}$ মিটার

= $\frac{50}{3}$ মিটার = $16\frac{2}{3}$ মিটার

∴ ট্রেনটির গতিবেগ $16\frac{2}{3}$ মি./সেকেন্ড।

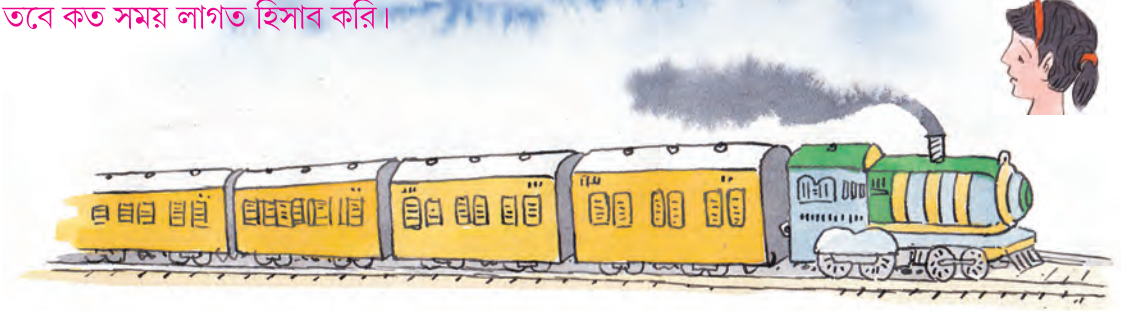
কিন্তু ওই ট্রেনটির ঘন্টায় গতিবেগ কি হবে হিসাব করি

ট্রেনটি 1 সেকেন্ড যায় $\frac{50}{3}$ মিটার

ট্রেনটি 60×60 সেকেন্ড যায় $\frac{50 \times 60 \times \overset{20}{\cancel{60}}}{\cancel{3}}$ মিটার = 60000 মিটার

= ☐ কিমি.

∴ ট্রেনটির গতিবেগ ঘন্টায় 60 কিমি.।

6 কিন্তু ওই ট্রেনটি যদি আমাকে অতিক্রম না করে 125 মিটার লম্বা সেতু সমবেগে অতিক্রম করত তবে কত সময় লাগত হিসাব করি।

যখন ট্রেনটি কোনো সেতু অতিক্রম করত তখন ট্রেনটিকে অতিক্রম করতে হবে, ট্রেনটির নিজের দৈর্ঘ্য + সেতুর দৈর্ঘ্য। অর্থাৎ ☐ মিটার + 125 মিটার

= 200 মিটার

ট্রেনটির গতিবেগ পেয়েছি ☐ / সেকেন্ড।

গণিতের ভাষায় সমস্যাটি হল —

দূরত্ব (মিটার)	সময় (সেকেন্ড)
$\frac{50}{3}$	1
200	*

গতিবেগ একই থাকলে সময় ও দূরত্ব সরল সমানুপাতী

∴ ☐ : ☐ :: ☐ : *

∴ সময় = $\frac{200}{\frac{50}{3}}$ সেকেন্ড = $\frac{\overset{4}{\cancel{200}} \times 3}{\cancel{50}}$ সেকেন্ড

= 12 সেকেন্ড

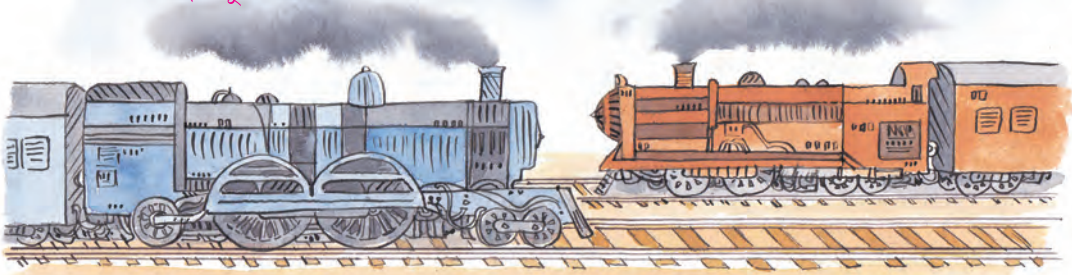
অন্যভাবে,

$\frac{50}{3}$ মিটার যায় 1 সেকেন্ডে

1 মিটার যায় $1 \div \frac{50}{3}$ সেকেন্ডে = $\frac{1 \times 3}{50}$ সেকেন্ডে

200 মিটার যায় $= \overset{4}{\cancel{200}} \times \frac{3}{\cancel{50}}$ সেকেন্ডে = 12 সেকেন্ডে

ট্রেনটি 125 মিটার লম্বা সেতুকে অতিক্রম করত 12 সেকেন্ডে।

7 স্টেশনে দেখছি, 200 মিটার ও 240 মিটার লম্বা দুটি ট্রেন পাশাপাশি দুটি লাইনে ঘন্টায় যথাক্রমে 42.5 কিমি ও 36.7 কিমি গতিবেগে পরস্পরের দিকে এগিয়ে আসছে।
হিসাব করে দেখি ট্রেন দুটি মিলিত হওয়ার কত সময় পরে পরস্পরকে অতিক্রম করবে।

ট্রেন দুটি মিলিত হওয়ার পরে পরস্পরকে অতিক্রম করবে অর্থাৎ ট্রেন দুটি একসাথে নিজেদের দৈর্ঘ্যের সমান দূরত্ব অতিক্রম করবে।

∴ ট্রেন দুটি অতিক্রম করবে 200 মি. + 240 মি.
= 440 মিটার।

প্রথম ট্রেনের গতিবেগ 42.5 কিমি. / ঘণ্টা = ☐ মিটার / ঘণ্টা।

দ্বিতীয় ট্রেনের গতিবেগ 36.7 কিমি. / ঘণ্টা = ☐ মিটার / ঘণ্টা।

প্রথম ট্রেন ও দ্বিতীয় ট্রেন পরস্পরের বিপরীত দিকে চললে 1 ঘন্টায় মোট যাবে —

42500 মিটার + 36700 মিটার = ☐ মিটার।

এখন গণিতের ভাষায় সমস্যাটি হলো —

দূরত্ব (মিটার)	সময় (সেকেন্ড)
79200	60 × 60
440	?

দূরত্ব ও সময় সরল সমানুপাতে আছে।

∴ ☐ : ☐ : : 60 × 60 : *

তাই সময় লাগবে = 20 সেকেন্ড

∴ ট্রেন দুটি পরস্পরকে অতিক্রম করবে 20 সেকেন্ডে।

অন্যভাবে,

79200 মিটার যায় 60 × 60 সেকেন্ডে

1 মিটার যায় $\frac{60 \times 60}{79200}$ সেকেন্ডে

440 মিটার যায় = $\frac{\cancel{60}^{10} \times \cancel{60}^{10} \times \cancel{440}^{20}}{\cancel{79200}_{\cancel{13200}_{\cancel{2200}_{\cancel{100}_{\cancel{10}}}}}}$ সেকেন্ডে = 20 সেকেন্ডে

8 যদি ট্রেন দুটি আলাদা লাইনে একই দিকে যেত তবে প্রথম ট্রেনটি দ্বিতীয় ট্রেনটির সাথে মিলিত হওয়ার কত সময় পরে পরস্পরকে অতিক্রম করত হিসাব করি।

যেহেতু ট্রেন দুটি একই দিকে যাচ্ছে,

প্রথম ট্রেন দ্বিতীয় ট্রেনের থেকে 1 ঘণ্টায় বেশি যায় 42500 মি. - 36700 মি. = 5800 মিটার

ট্রেন দুটি মিলিত হওয়ার পরে প্রথম ট্রেনটির দ্বিতীয় ট্রেনকে অতিক্রম করতে মোট পথ অতিক্রম করতে হবে ☐ মিটার + ☐ মিটার = 440 মিটার

গণিতের ভাষায় সমস্যাটি হলো —

দূরত্ব (মিটার)	সময় (সেকেন্ড)
5800	60 × 60
440	?

সময় ও দূরত্ব সরল সমানুপাতে আছে

∴ 5800 : 440 : : 60 × 60 : ?

∴ প্রয়োজনীয় সময় = $\frac{440 \times \overset{6}{\cancel{60}} \times \overset{3}{\cancel{60}}}{\underset{\underset{29}{\cancel{290}}}{\cancel{5800}}}$ সেকেন্ড

$\frac{7920}{29}$ সেকেন্ড = $273\frac{3}{29}$ সেকেন্ড

নিজে করি— 15.1

স্টেশনে মাস্টারমশায়ের সাথে দেখা হওয়ার পরে আমি ও পরেশ মাস্টারমশায়ের সাথে ট্যাক্সি চেপে 18 মিনিটে অনুষ্ঠানবাড়িতে এলাম। ট্যাক্সির গতিবেগ 35 কিমি. / ঘন্টা হলে স্টেশন থেকে অনুষ্ঠান বাড়ির দূরত্ব কত ছিল হিসাব করি।

কষে দেখি - 15

1. আমি শনিবার 2 ঘন্টায় 13 কিমি. / ঘন্টা বেগে সাইকেল চালিয়ে কিছুটা পথ গেলাম। কিন্তু রবিবার ওই একই সময়ে 11 কিমি. / ঘন্টা বেগে চালিয়ে কিছু পথ গেলাম। শনি ও রবিবারের মধ্যে কোনদিন 2 ঘন্টা সাইকেল চালিয়ে কত বেশি পথ গেলাম হিসাব করি।

এখান থেকে সময় স্থির রেখে গতিবেগ ও অতিক্রান্ত দূরত্বের মধ্যে সম্পর্ক খুঁজি। (সরল না ব্যস্ত সমানুপাত)

2. আমি সোমবার বাজারে গেলাম 12 কিমি. / ঘন্টা গতিবেগে সাইকেল চালিয়ে। কিন্তু মঙ্গলবার বাজারে গেলাম 15 কিমি. / ঘন্টা গতিবেগে সাইকেল চালিয়ে। যদি বাড়ি থেকে বাজারের দূরত্ব 2 কিমি. হয়, তা হলে কবে বাজারে যেতে আমার কম সময় লাগল এবং কত কম সময় লাগল হিসাব করি।

এখান থেকে দূরত্ব স্থির রেখে গতিবেগের সাথে প্রয়োজনীয় সময়ের সম্পর্ক খুঁজি। (সরল না ব্যস্ত সমানুপাত)

3. গতিবেগ স্থির রেখে সময়ের সাথে অতিক্রান্ত দূরত্বের সম্পর্ক খুঁজি (নিজে গল্প তৈরি করি ও সম্পর্ক খুঁজে লিখি)

4. আমি বাসে 12 কিমি. 40 মিনিটে গেলাম। বাসের গতিবেগ ঘন্টায় কত হিসাব করি।

5. 100 মিটার লম্বা একটি ট্রেন ঘন্টায় 60 কিমি. বেগে একটি গাছকে অতিক্রম করতে কত সময় নেবে হিসাব করে লিখি।

6. সমান গতিবেগে একটি ট্যাক্সি 6 ঘন্টা 12 মিনিটে 217 কিমি. যায়। 273 কিমি. যেতে ট্যাক্সির কত সময় লাগে হিসাব করি। (সম্পর্ক উল্লেখ করে হিসাব করি)

7. আজ আমাদের পাড়ার অয়নদা তার মোটরবাইকে 2 ঘন্টা 5মিনিটে 100 কিমি. দুরত্ব গিয়েছে। কিন্তু শিবুদা তার সাইকেলে ওই দুরত্ব 6 ঘন্টা 40 মিনিটে গিয়েছে। মোটরবাইক ও সাইকেলের গতিবেগের অনুপাত হিসাব করি ও লিখি।

8. সমান গতিবেগে চলে একটি মালগাড়ি 2 ঘন্টা 45 মিনিটে 49.5 কিমি. দূরের একটি স্টেশনে পৌছোয়। 58.5 কিমি. দূরের একটি স্টেশনে পৌঁছোতে ওই মালগাড়িটির কত সময় লাগবে হিসাব করি।

9. আমার ছোট কাকা বাড়ি থেকে মোটর সাইকেলে পাঁচলায় গিয়ে এক ঘন্টা কাজ সেরে বাড়ি ফিরে এলেন। এতে তার মোট 3 ঘন্টা 30 মিনিট সময় লাগল। যদি যাতায়াতে মোটর সাইকেলের গতিবেগ ঘন্টায় 40 কিমি. হয় তবে বাড়ি থেকে পাঁচলার দূরত্ব কত ছিল হিসাব করি।

10. একটি বাস সকাল 7টা 30 মিনিটে কলকাতা থেকে রওনা হয়ে কোথাও না থেমে দুপুর 12 টায় দিঘা পৌঁছোল। যদি বাসটির গতিবেগ ঘন্টায় 45 কিমি. হয় তবে কলকাতা থেকে দিঘার দূরত্ব কত হিসাব করি।

11. 70 মিটার লম্বা একটি ট্রেন ঘন্টায় 75 কিমি. বেগে যায়। ওই ট্রেনটি কত সময়ে 105 মিটার লম্বা একটি প্ল্যাটফর্ম অতিক্রম করবে হিসাব করি।

12. 90 মিটার লম্বা একটি রেলগাড়ি একটি স্তম্ভকে 25 সেকেন্ডে অতিক্রম করল। আমি এই রেলগাড়ির গতিবেগ ঘন্টায় কত কিলোমিটার হিসাব করে লিখি।

13. 250 মিটার লম্বা একটি সেতু অতিক্রম করতে 150 মিটার লম্বা একটি ট্রেনের 30 সেকেন্ড সময় লাগল। হিসাব করে দেখি ওই ট্রেনের 130 মিটার লম্বা একটি প্ল্যাটফর্ম অতিক্রম করতে কত সময় লাগবে।

14. একটি ট্রেনের একজন যাত্রী দেখলেন ট্রেনটির একটি প্ল্যাটফর্ম অতিক্রম করতে 15 সেকেন্ড সময় লাগল। ট্রেনটির গতিবেগ যদি ঘন্টায় 60 কিমি. হয়, তবে প্ল্যাটফর্মের দৈর্ঘ্য কত তা হিসাব করে লিখি।

15. একটি ট্রেন 4 সেকেন্ডে একটি টেলিগ্রাফ পোস্ট এবং 20 সেকেন্ডে 264 মিটার দীর্ঘ একটি সেতু অতিক্রম করতে পারে। ওই ট্রেনটির দৈর্ঘ্য ও গতিবেগ হিসাব করি।

16. একটি ট্রেন 210 মিটার ও 122 মিটার দীর্ঘ দুটি সেতু যথাক্রমে 25 সেকেন্ডে ও 17 সেকেন্ডে অতিক্রম করেছে। হিসাব করে ট্রেনটির দৈর্ঘ্য ও গতিবেগ লিখি।

17. ঘন্টায় 48 কিমি. বেগে ধাবমান 100 মিটার লম্বা একটি ট্রেন 21 সেকেন্ডে পাহাড়ের ভিতর দিয়ে একটি সুড়ঙ্গ রাস্তা অতিক্রম করল। হিসাব করে সুড়ঙ্গ রাস্তাটির দৈর্ঘ্য লিখি।

18. একটি ট্রেন 10 সেকেন্ডে 150 মিটার লম্বা প্ল্যাটফর্মে দাঁড়ানো একজন লোককে অতিক্রম করে এবং প্ল্যাটফর্মটি অতিক্রম করে 22 সেকেন্ডে। হিসাব করে ট্রেনটির দৈর্ঘ্য ও গতিবেগ লিখি।

19. ☐ মিটার ও ☐ মিটার লম্বা দুটি ট্রেন পাশাপাশি দুটি লাইনে যথাক্রমে ঘন্টায় ☐ কিমি. ও ঘন্টায় ☐ কিমি. গতিবেগে পরস্পরের দিকে এগিয়ে আসছে। মিলিত হওয়ার পর কত সময়ে ট্রেন দুটি পরস্পরকে অতিক্রম করবে হিসাব করে লিখি। [নিজে সংখ্যা বসাই]

20. 250 মিটার লম্বা একটি মালগাড়ি ঘন্টায় 33 কিমি. বেগে এগিয়ে চলেছে। পিছন থেকে অন্য আর একটি লাইনে 200 মিটার লম্বা একটি মেল ট্রেন ঘন্টায় 60 কিমি. বেগে এসে মালগাড়িটিকে ধরার পর কত সময়ে সেটিকে অতিক্রম করবে হিসাব করি।

16. দ্বি-স্তম্ভ লেখ

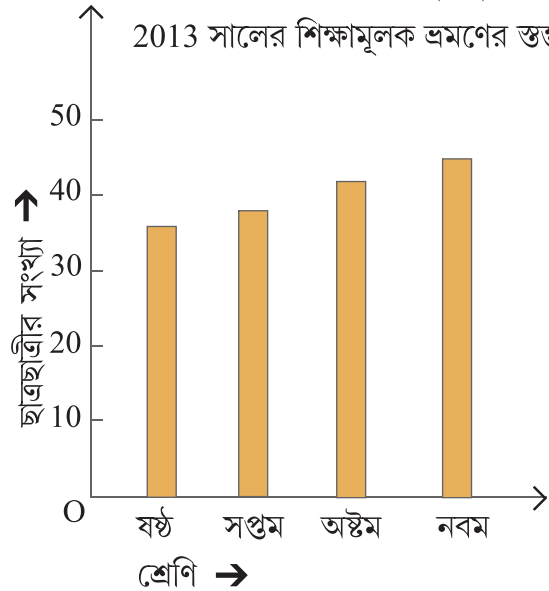
প্রতি বছরের মতো এবছরেও আমাদের স্কুল থেকে শিক্ষামূলক ভ্রমণের ব্যবস্থা করা হয়েছে।

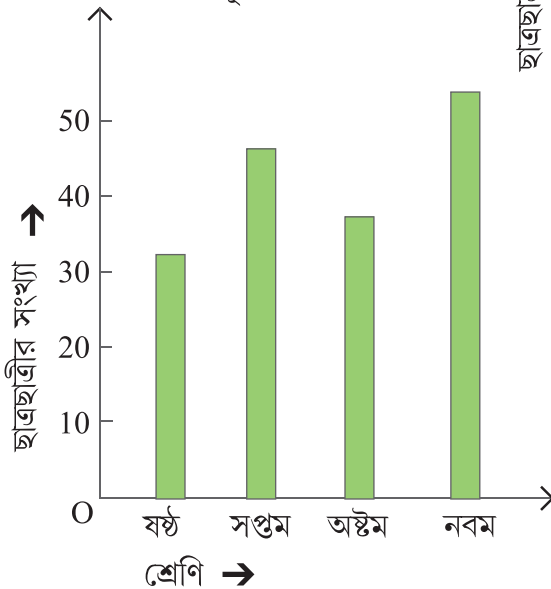
এবছরেও ষষ্ঠ, সপ্তম, অষ্টম ও নবম শ্রেণির ছাত্রছাত্রীরা এই ভ্রমণে যাবে। আমি ও সুমিতা এবছরে কোন শ্রেণির কতজন ছাত্রছাত্রী যাবে তার একটি তালিকা তৈরি করি ও স্তম্ভ চিত্র তৈরি করি।

2013 সালে শিক্ষামূলক ভ্রমণে যাওয়ার সংখ্যা —

ষষ্ঠ শ্রেণি — 36 জন
সপ্তম শ্রেণি — 38 জন
অষ্টম শ্রেণি — 42 জন
নবম শ্রেণি — 45 জন

স্কেল : 1 একক = 1 জন ছাত্রছাত্রী

2013 সালের শিক্ষামূলক ভ্রমণের স্তম্ভ চিত্র

স্কেল : 1 একক = 1 জন ছাত্রছাত্রী

2012 সালের শিক্ষামূলক ভ্রমণের স্তম্ভ চিত্র

2012 সালের স্তম্ভ চিত্র থেকে কি কি জানলাম লিখি—

1) 2012 সালেও শিক্ষামূলক ভ্রমণে ষষ্ঠ, সপ্তম, অষ্টম ও নবম শ্রেণির ছাত্রছাত্রীরা গিয়েছিল।

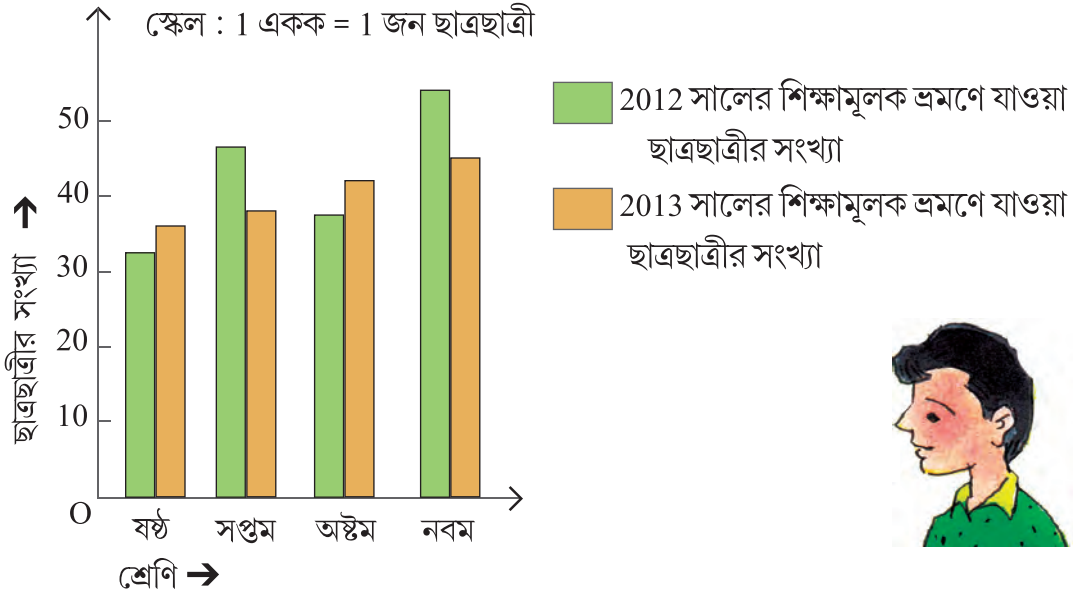
2) 2012 সালে ষষ্ঠ শ্রেণির ছাত্রছাত্রীর সংখ্যা ছিল 40 -এর কম।

3) 2012 সালে সপ্তম শ্রেণির ছাত্রছাত্রীর সংখ্যা ছিল প্রায় [ ] -এর কাছাকাছি।

4) 2012 সালে অষ্টম শ্রেণির ছাত্রছাত্রীর সংখ্যা ছিল প্রায় 30 ও [ ] -এর মাঝামাঝি।

5) 2012 সালে নবম শ্রেণির ছাত্রছাত্রীর সংখ্যা ছিল প্রায় [ ] -এর কাছাকাছি।

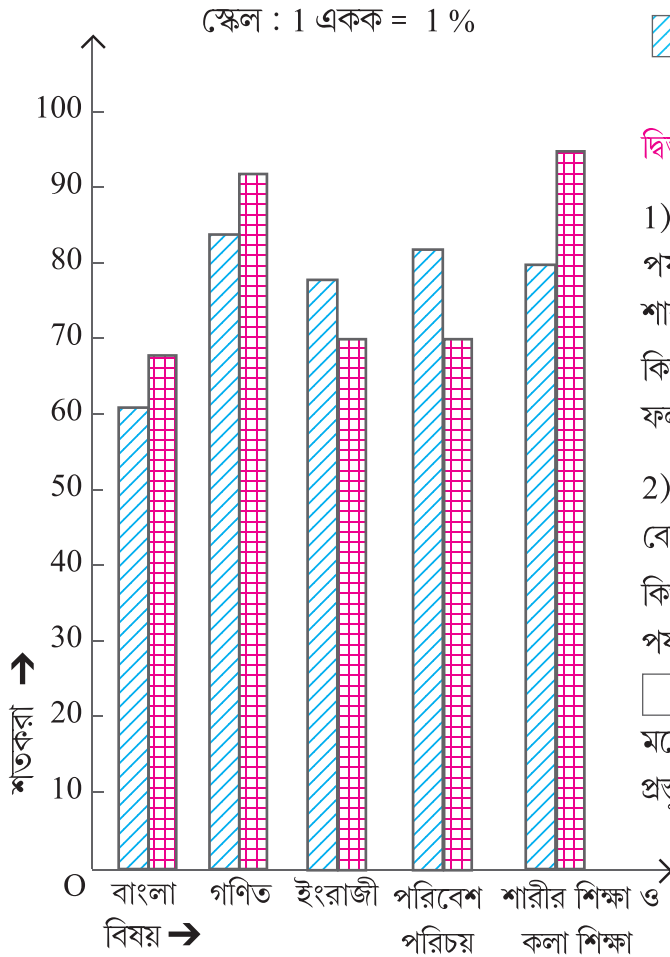
1 কিন্তু 2012 ও 2013 সালের শিক্ষামূলক ভ্রমণের ছাত্রছাত্রীদের ঠিক তুলনা আরও সহজে কীভাবে করা যায়?

নীচের চিত্র দেখি ও আরও সহজে তুলনার চেষ্টা করি —

এই চিত্র থেকে সহজে বুঝতে পারছি যে 2013 সালে 2012 সালের তুলনায় ষষ্ঠ শ্রেণি ও অষ্টম শ্রেণির ভ্রমণে যাওয়া ছাত্রছাত্রীর সংখ্যা বেড়েছে , কিন্তু সপ্তম শ্রেণি ও নবম শ্রেণির ভ্রমণে যাওয়া ছাত্রছাত্রীর সংখ্যা কমেছে।

কিন্তু এই রকম চিত্রকে কি বলব?

এই দুটি স্তম্ভ চিত্রকে পাশাপাশি এঁকে দুটি তথ্য সহজে তুলনা করার জন্য যে চিত্র এঁকেছি তাকে দ্বিস্তম্ভ লেখ **(Double Bar Graph)** বলা হয়।

2 আমার বোন পঞ্চম শ্রেণিতে পড়ে। আমি আমার বোনের দুটি পরপর পর্যায়ক্রমিক মূল্যায়ণে বিভিন্ন বিষয়ে পাওয়া শতকরা নম্বরের দ্বিস্তম্ভ লেখচিত্র তৈরি করি ও বোন কোন কোন বিষয়ে ফল ভালো করেছে, আবার কোন কোন বিষয় আরও ভালো করার প্রয়োজন তা দ্বিস্তম্ভ লেখচিত্র থেকে বোঝার চেষ্টা করি।

বিষয়	বাংলা	গণিত	ইংরাজি	পরিবেশ পরিচয়	শারীর শিক্ষা ও কলা শিক্ষা
প্রথম পর্যায়ক্রমিক মূল্যায়ণ	61 %	84 %	78 %	82 %	80 %
দ্বিতীয় পর্যায়ক্রমিক মূল্যায়ণ	68 %	92 %	70 %	70 %	95 %

দ্বিস্তম্ভ লেখচিত্র থেকে দেখছি —

1) বোন প্রথম পর্যায়ক্রমিক থেকে দ্বিতীয় পর্যায়ক্রমিক মূল্যায়ণে বাংলা, গণিত ও শারীর শিক্ষায় ভালো ফল করেছে।

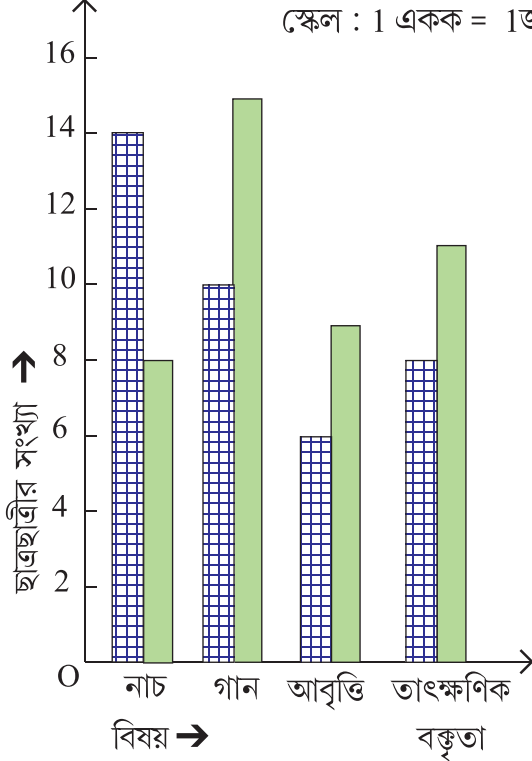
কিন্তু ইংরাজী ও পরিবেশ পরিচয় বিষয় দুটিতে ফল খারাপ হয়েছে।

2) দ্বিতীয় পর্যায়ক্রমিক মূল্যায়ণে সবথেকে বেশি ভাল হয়েছে ______ বিষয়ে।

কিন্তু প্রথম পর্যায়ক্রমিক পরীক্ষার চেয়ে দ্বিতীয় পর্যায়ক্রমিক পরীক্ষায় সবচেয়ে অবনতি ঘটেছে ______ বিষয়ে। তাই বোনের অন্য বিষয়ের মধ্যে ইংরাজি ও পরিবেশ পরিচয়ে বিশেষভাবে প্রস্তুতির প্রয়োজন।

3 আমাদের স্কুলে নাচ , গান , আবৃত্তি ও তাৎক্ষণিক বক্তৃতার অনুষ্ঠান হবে। আমি ও সাহানা ষষ্ঠ ও সপ্তম শ্রেণির অংশগ্রহণকারী ছাত্রছাত্রীর একটি তালিকা তৈরি করলাম।

বিষয়	নাচ	গান	আবৃত্তি	তাৎক্ষণিক বক্তৃতা
ষষ্ঠ শ্রেণির ছাত্রছাত্রীর সংখ্যা	14	10	6	8
সপ্তম শ্রেণির ছাত্রছাত্রীর সংখ্যা	8	15	9	11

আমি একটি দ্বিস্তম্ভ লেখচিত্রের মাধ্যমে দুই শ্রেণির ছাত্রছাত্রীদের কোন বিষয়ে বিশেষ আগ্রহ তা দেখাই।

দ্বিস্তম্ভ লেখচিত্র থেকে দেখছি,

(i) শুধুমাত্র নাচে ষষ্ঠ শ্রেণির ছাত্রছাত্রীরা বেশি আগ্রহী এবং নাচেই ওরা বেশি জন অংশগ্রহণ করছে। কিন্তু অন্যসব বিষয়ে সপ্তম শ্রেণির ছাত্রছাত্রীরা ষষ্ঠ শ্রেণির ছাত্রছাত্রীদের চেয়ে বেশি সংখ্যক অংশগ্রহণ করেছে। তাই নাচ ছাড়া অন্যসব বিষয়ে ষষ্ঠ শ্রেণীর থেকে সপ্তম শ্রেণীর ছাত্রছাত্রীরা বেশি আগ্রহী।

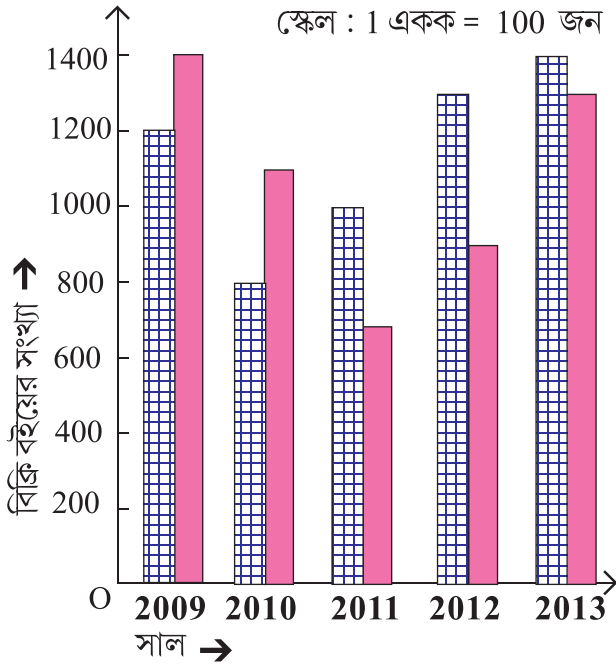
(ii) তবে গান, আবৃত্তি ও তাৎক্ষণিক বক্তৃতার মধ্যে ☐ সপ্তম শ্রেণির ছাত্রছাত্রীদের অংশগ্রহণ সবচেয়ে বেশি।

(iii) সপ্তম শ্রেণির ছাত্রছাত্রীদের ☐ -এ অংশগ্রহণ সবচেয়ে কম।

4 পাড়ার সুবলকাকুর বইয়ের দোকানে পাঁচ বছরের গল্পের বই বিক্রির ও পড়ার বই বিক্রির তালিকা নীচে দেখি ও দ্বিস্তম্ভ লেখচিত্রের মাধ্যমে কোন ধরনের বই কোন বছরে বেশি বিক্রি হয়েছে এবং কোন ধরনের বই কম বিক্রি হয়েছে লিখি।

পাঠকের চাহিদা অনুযায়ী সুবলকাকু কোন ধরনের বই পরের বছরে সবচেয়ে বেশি কিনবে এবং কোন ধরনের বই কম কিনবে হিসাব করি।

বছর	2009	2010	2011	2012	2013
পড়ার বই	1200	800	1000	1300	1400
গল্পের বই	1400	1100	700	900	1300

দ্বিস্তম্ভ চিত্র থেকে নীচের প্রশ্নগুলির উত্তর খুঁজি —

পড়ার বই বিক্রির সংখ্যা

গল্পের বই বিক্রির সংখ্যা

(i) 2009 থেকে 2013 সাল পর্যন্ত গল্পের বইয়ের চাহিদা কিভাবে পরিবর্তন হয়েছে, কোন বছরে সবচেয়ে বেশি ও কোন বছরে সবচেয়ে কম গল্পের বই বিক্রি হয়েছে দেখি ও লিখি।

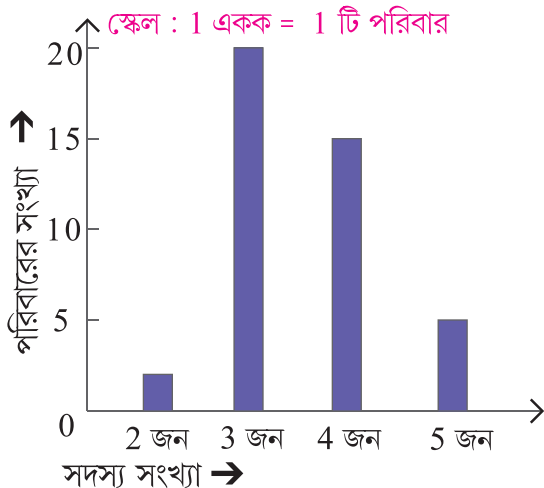
(ii) কোন বছরে পড়ার বই ও গল্পের বই বিক্রির পার্থক্য সবচেয়ে বেশি দেখি ও কোন বছর ওই পার্থক্য সবচেয়ে কম তা লিখি।

উপরে দ্বিস্তম্ভ লেখচিত্র দেখি ও উত্তরগুলো খোঁজার চেষ্টা করি—

(1) পড়ার বইয়ের স্তম্ভের উচ্চতা 2010 -এ কমে গেলেও 2011 থেকে ক্রমশ বাড়ছে। তাই 2010 -এ পড়ার বই কম বিক্রি হলেও 2011 থেকে ক্রমশ বেড়েছে।

সবচেয়ে বেশি পড়ার বই বিক্রি হয়েছে ☐ সালে। সবচেয়ে কম পড়ার বই বিক্রি হয়েছে ☐ সালে।

কষে দেখি - 16

1. আমাদের পাড়ার 55 টি পরিবারের সদস্যসংখ্যার একটি স্তম্ভ লেখচিত্র তৈরি করলাম।

এই স্তম্ভ লেখচিত্র দেখি ও নীচের প্রশ্নের উত্তর খোঁজার চেষ্টা করি—

(a) 55 টি পরিবারের মধ্যে 4 জন সদস্য সংখ্যার পরিবার কতগুলো লিখি।

(b) এই 55 টি পরিবারের মধ্যে সবচেয়ে বেশি পরিবারের সদস্য সংখ্যা কত লিখি। এইরকম পরিবারের সংখ্যা কত লিখি

(c) স্তম্ভ লেখচিত্র থেকে দেখছি ☐ টি পরিবারের সদস্য সংখ্যা 5 এবং ☐ টি পরিবারের সদস্য সংখ্যা 3।

2. নীচের পর্বতশৃঙ্গের উচ্চতাগুলি দেখি এবং ছক কাগজে 1 একক = 1000 মিটার উচ্চতা ধরে স্তম্ভলেখ তৈরি করি।

পর্বতশৃঙ্গের নাম	গডউইন অস্টিন	কৈলাশ	নন্দাদেবী	অন্নপূর্ণা
উচ্চতা (মিটার প্রায়)	8610	6710	7825	8090

3. আমাদের সপ্তম শ্রেণির 55 জন ছাত্রছাত্রী ও অষ্টম শ্রেণির 60 জন ছাত্রছাত্রীর প্রিয় খেলার তথ্য জোগাড় করে নীচের টেবিলে লিখলাম। এই তথ্য দ্বিস্তম্ভ চিত্রের মাধ্যমে প্রকাশ করি।

খেলা	ক্রিকেট	ফুটবল	সাঁতার	হকি	খোখো
সপ্তম শ্রেণির ছাত্রছাত্রী সংখ্যা	12	14	8	11	10
অষ্টম শ্রেণির ছাত্রছাত্রী সংখ্যা	14	16	10	12	8

4. কৃষ্ণনগরের এক কুমোরের পাঁচ মাসের মাটির পুতুল ও শোলার তৈরি পুতুলের তথ্য নীচের টেবিলে লিখলাম। এই তথ্য দ্বিস্তম্ভ চিত্রের মাধ্যমে প্রকাশ করার চেষ্টা করি।

মাস	জানুয়ারি	ফেব্রুয়ারি	মার্চ	এপ্রিল	মে
মাটির পুতুলের সংখ্যা	600	550	450	750	900
শোলার পুতুলের সংখ্যা	500	450	600	650	700

5. আমি আমার শ্রেণির 50 জন ছাত্রছাত্রীর সাদা, লাল,সবুজ, নীল ও কালো রঙের মধ্যে কোন রংটা পছন্দ তার তালিকা তৈরি করি ও স্তম্ভ লেখচিত্রের মাধ্যমে প্রকাশ করি [নিজে করি]

6. তরাই তারাপদ উচ্চমাধ্যমিক বিদ্যামন্দিরে গত চার বছরের ও এই বছরের ছাত্রছাত্রীদের সংখ্যার তালিকা তৈরি করে নীচে লিখলাম। এই তথ্য দ্বিস্তম্ভ লেখচিত্রে প্রকাশ করি। সময়ের সাথে সাথে ছাত্রছাত্রীদের শিক্ষার হার জানি ও ছাত্রদের তুলনায় ছাত্রীরা কতটা শিক্ষায় এগিয়ে আছে বা পিছিয়ে আছে হিসাব করি।

বছর	**2009**	**2010**	**2011**	**2012**	**2013**
ছাত্র	628	536	709	655	660
ছাত্রী	312	415	384	510	629

8) আমরা 6 জন বন্ধু প্রথম পর্যায়ক্রমিক পরীক্ষার পরে দলগতভাবে হাতেকলমে নতুন পদ্ধতিতে বিষয়গুলি আয়ত্ত করার চেষ্টা করেছি। তাই দ্বিতীয় পর্যায়ক্রমিক পরীক্ষার পরে দুটি পরীক্ষায় পাওয়া শতকরা নম্বরের একটি তালিকা তৈরি করলাম-

আমার বন্ধু	সুমিত	রুমকি	জাহির	মেরী	জোসেফ	নাজরীন
প্রথম পর্যায়ক্রমিক পরীক্ষা	45%	60%	55%	38%	72%	62%
দ্বিতীয় পর্যায়ক্রমিক পরীক্ষা	65%	65%	68%	60%	80%	70%

দ্বিস্তম্ভ লেখচিত্র তৈরি করে নিজে নতুন পদ্ধতি কতটা উপকারী ও কার বেশি উন্নতিতে সাহায্য করেছে তার ব্যাখ্যা দেওয়ার চেষ্টা করি।

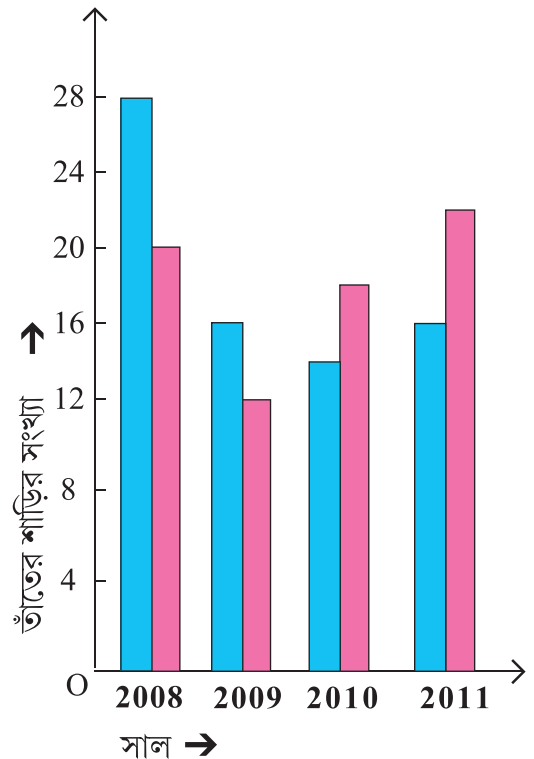
(9) ফুলিয়ার উৎপল ও আমিনাবিবির বছরে তাঁতের শাড়ী তৈরির পরিমাণ দ্বিস্তম্ভ লেখচিত্রের মাধ্যমে প্রকাশ করেছি।

দ্বিস্তম্ভ লেখচিত্র দেখি ও নীচের প্রশ্নের উত্তর লেখার চেষ্টা করি—

(i) কোন বছরে উৎপল সবচেয়ে বেশি তাঁতের শাড়ি বুনেছে ও কতগুলি শাড়ি বুনেছে। আবার কোন বছরে উৎপল সবচেয়ে কম তাঁতের শাড়ি বুনেছে ও কতগুলো শাড়ি বুনেছে বুঝে লিখি।

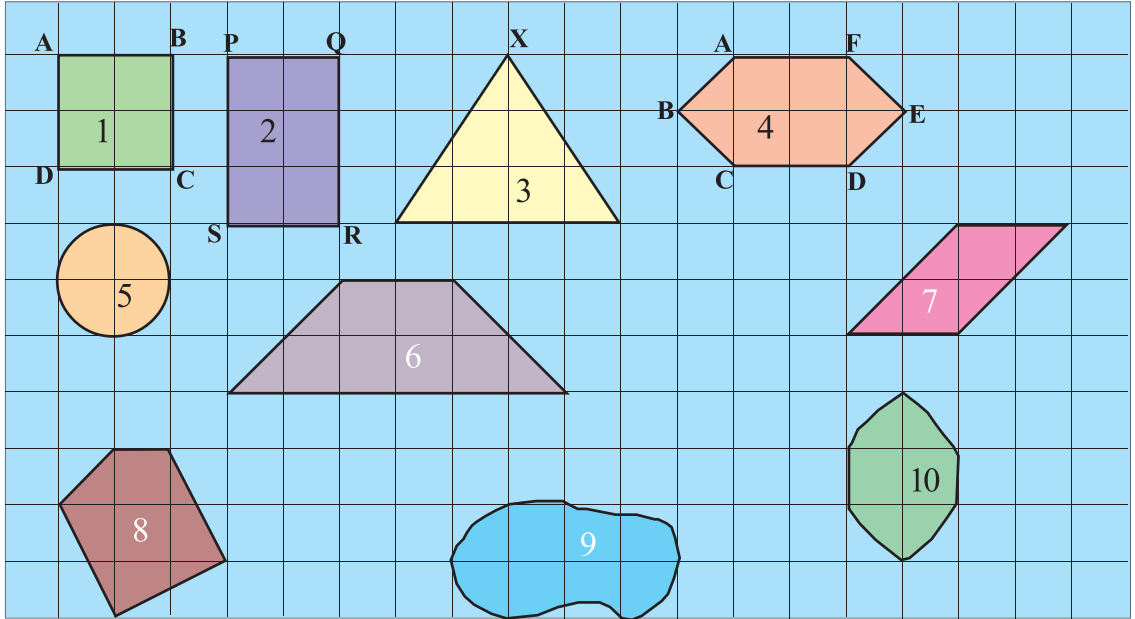
(ii) কোন বছরে আমিনা বিবি সবচেয়ে বেশি তাঁতের শাড়ি বুনেছে ও কতগুলি বুনেছে লিখি। আবার কোন বছরে আমিনা বিবি সবচেয়ে কম তাঁতের শাড়ি বুনেছে ও কতগুলো শাড়ি বুনেছে বুঝে লিখি।

(iii) কোন কোন বছরে উৎপল আমিনাবিবির থেকে বেশি তাঁতের শাড়ি বুনেছে। উৎপল সবচেয়ে বেশি কোন বছরে আমিনাবিবির থেকে বেশি শাড়ি বুনেছে।

(iv) আবার কোন কোন বছরে আমিনাবিবি উৎপলের থেকে বেশি তাঁতের শাড়ি বুনেছে লিখি। আমিনা বিবি সবচেয়ে বেশি কোন বছরে উৎপলের থেকে বেশি শাড়ি বুনেছে দেখি।

17. আয়তক্ষেত্র ও বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

আমার দিদি তার খাতার উপরে রঙিন কাগজের মলাট দিচ্ছে। তাই অনেক টুকরো টুকরো নানা আকারের রঙিন কাগজ চারিদিকে ছড়িয়ে আছে। আমি ও রাহুল এই ছড়িয়ে থাকা কাগজগুলি কুড়িয়ে নিয়ে একটা পিচবোর্ডের বাক্সে রেখেছি।

আজ আমরা ঠিক করেছি ছক কাগজ তৈরি করে এই টুকরো কাগজের ক্ষেত্রফল মাপার চেষ্টা করব।

আমি ছক কাগজের প্রতিটি ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রাকার ঘরের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য 1 সেমি. নিলাম।

∴ প্রতিটি ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রাকার ঘরের ক্ষেত্রফল = 1 সেমি. × 1 সেমি.
= 1 বর্গসেমি.

(1) নং বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = 4 বর্গসেমি. [কারণ, 4 টি বর্গক্ষেত্রাকার ঘর জুড়ে আছে]

(2) নং আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ☐ বর্গসেমি. [কারণ, ☐ টি বর্গক্ষেত্রাকার ঘর জুড়ে আছে]

কিন্তু রাহুল যে ছক তৈরি করল তার প্রতিটি ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রাকার ঘর, আমার ছক কাগজের প্রতিটি ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রাকার ঘরের থেকেও ছোটো।

রাহুল, আমার 1 সেমি. ঘরের প্রতিটি বাহুকে 10 টি সমান ভাগ করেছে।

তাই পেয়েছে,

1 বর্গসেমি. → ☐ রাহুলের তৈরি বর্গাকার ঘর → ☐

1 সেমি. -এর 10 ভাগের 1 ভাগ = 1 মিলিমি.

∴ রাহুল 1 বর্গসেমি বর্গক্ষেত্রাকার ঘরের মধ্যে [100 টি] বর্গক্ষেত্রাকার ঘর তৈরি করেছে।

এই 100 টি ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রাকার ঘরের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য ☐ মিলিমি.।

রাহুলের ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রাকার ঘরের ক্ষেত্রফল = 1 মিলিমি. × 1 মিলিমি.

= 1 বর্গমিলিমি.

∴ 1 বর্গসেমি. = 100 × 1 বর্গমিলিমি.

= 100 বর্গমিলিমি.

∴ [1 বর্গসেমি. = 100 বর্গমিলিমি.] ∴ [1 বর্গমিলিমি = (1 ÷ 100) বর্গসেমি = 0.01 বর্গসেমি.]

যদি ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রাকার ঘরের 1 টি বাহুর দৈর্ঘ্য 1 ডেসিমি. নিতাম তাহলে,

1 টি ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রাকার ঘরের ক্ষেত্রফল,

1 ডেসিমি. × 1 ডেসিমি. = 10 সেমি. × 10 সেমি.

∴ [1 বর্গডেসিমি. = 100 বর্গসেমি.]

= 100 × 100 বর্গমিলিমি.

= 10000 বর্গমিলিমি.

∴ 1 বর্গডেসিমি. = 10000 বর্গমিলিমি.

∴ 1 বর্গসেমি. = (1 ÷ ☐) বর্গডেসিমি. = [0.01] বর্গডেসিমি.

আবার, 1 বর্গডেসিমি. = (1÷ ☐) বর্গমিলিমি. = [0.0001] বর্গমিলিমি.

1 আমি আমার ছক কাগজের (1) নং ও (2) নং ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল বর্গমিলিমিটারে কি পাই হিসাব করি।

(1) নং বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = 4 বর্গসেমি.

= 4 ×1 বর্গসেমি. = 4×100 বর্গমিলিমি. = 400 বর্গমিলিমি.

এবার (2) নং আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = 6 বর্গসেমি.

= 6 × ☐ বর্গমিলিমি. = ☐ বর্গমিলিমি.

2 আমি ছক কাগজের (1) ও (2) নং ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল বর্গডেসিমিটারে প্রকাশ করার চেষ্টা করি।

(1) নং বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = 4 বর্গসেমি.

= 4 × (0.01) বর্গডেসিমি. [∵ 1 বর্গসেমি. = 0.01 বর্গডেসিমি.]

= 0.04 বর্গডেসিমি.

(2) নং আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = 6 বর্গসেমি.

= ☐ × ☐ বর্গডেসিমি.

= ☐ বর্গডেসিমি.

(3) নং ত্রিভুজাকারক্ষেত্র ছক কাগজের 2 টি সম্পূর্ণ বর্গক্ষেত্রাকার ঘর, 4 টি অর্ধেকের বেশি বর্গক্ষেত্রকার ঘর ও 2 টি অর্ধেকের কম বর্গক্ষেত্রাকার ঘর জুড়ে আছে।

∴ (3) নং ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = (2 + 4) বর্গসেমি.

= 6 বর্গসেমি.

∴ (3) নং ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = ☐ বর্গডেসিমি. = ☐ বর্গমিলিমি. [নিজে সংখ্যা বসাই]

নিজে করি

ছক কাগজের (4) নং ছবির ক্ষেত্রফল = ☐ বর্গসেমি.

= ☐ বর্গডেসিমি. = ☐ বর্গমিলিমি.

আমি বর্গসেমি.-কে একইভাবে ক্ষেত্রফলের অন্যান্য এককে এবং ক্ষেত্রফলের অন্যান্য একককে বর্গসেমি. তে প্রকাশ করার চেষ্টা করি।

1 বর্গমিটার = 1 মিটার × 1 মিটার

=100 সেমি. × 100 সেমি. = 10000 বর্গসেমি.

∴ 1 বর্গমিটার = 10000 বর্গসেমি. ∴ 1 বর্গসেমি. = 1 ÷ 10000 বর্গমিটার = 0.0001 বর্গমিটার

∴ 1 বর্গকিমি. = ☐ বর্গমিটার [নিজে করি]

1 বর্গমিটার = ☐ বর্গকিমি. [নিজে করি]

নিজে করি—17.1

(i) 1 বর্গ কিমি. = ☐ বর্গডেকামি.

(ii) 1 বর্গ কিমি. = ☐ বর্গহেক্টোমিটার

(iii) ছক কাগজের (5) নং ছবির ক্ষেত্রফল প্রায় ☐ বর্গসেমি. = প্রায় ☐ বর্গমিটার

= প্রায় ☐ বর্গমিলিমি.

(iv) ছক কাগজের (6) নং ছবির ক্ষেত্রফল = ☐ বর্গসেমি.

= ☐ বর্গহেক্টোমি.= ☐ বর্গমিলিমি.

(v) (7) ও (8) নং ছবির ক্ষেত্রফলও বর্গসেমি., বর্গডেকামি. ও বর্গমিটারে লিখি।

(vi) (9) ও (10) নং ছবির ক্ষেত্রফল যথাক্রমে প্রায় ☐ বর্গসেমি. ও ☐ বর্গসেমি.।

মেঝেতে টালি বসাই

আমাদের গ্রামের পুরোনো হাসপাতাল মেরামত করা হচ্ছে। দুটি নতুন ঘর তৈরি করা হয়েছে। সেই ঘরের মেঝেতে টালি বসাতে হবে।

3 কিন্তু কতগুলি টালি লাগাবে কিভাবে হিসাব করব দেখি।

মেপে দেখছি, প্রথম ঘরের আয়তাকার মেঝের দৈর্ঘ্য 24 মিটার ও প্রস্থ 20 মিটার ।

∴ প্রথম ঘরের মেঝের ক্ষেত্রফল = 24 মিটার × 20 মিটার

= 480 বর্গমিটার।

মেপে দেখছি 1 টি বর্গক্ষেত্রাকার টালির একটি বাহুর দৈর্ঘ্য 25 সেমি.।

∴ 1 টি বর্গক্ষেত্রাকার টালির ক্ষেত্রফল = 25 সেমি. × 25 সেমি.।

= 625 বর্গসেমি.।

ঘরের মেঝের ক্ষেত্রফল ☐ বর্গমিটার।

কিন্তু 1 টি টালির ক্ষেত্রফল ☐ বর্গসেমি.।

প্রথমে দুটি ক্ষেত্রফলকে একই এককে প্রকাশ করি।

∴ মেঝের ক্ষেত্রফল 480 বর্গমিটার।

= 480 × 10000 বর্গসেমি.।

প্রথম ঘরের মেঝেতে টালি লাগবে (480 × 10000) ÷ 625 টি

$$= \frac{480 \times \cancel{10000}^{\cancel{400}\ \cancel{80}\ 16}}{\cancel{625}_{\cancel{25}\ 5}} \text{ টি} = \square \text{ টি।}$$

4 কিন্তু দ্বিতীয় আয়তক্ষেত্রাকার ঘরের মেঝে একই মাপের টালি দিয়ে ঢাকতে 8000 টি টালি লেগেছে। হিসাব করে দেখি এই ঘরের ক্ষেত্রফল কত।

1 টি টালির ক্ষেত্রফল = 625 বর্গসেমি.।

= 625 × ☐ বর্গমিটার = 0.0625 বর্গমিটার।

∴ 8000 টি টালির ক্ষেত্রফল = 8000 ×.0625 বর্গমিটার = ☐ বর্গমিটার।

∴ দ্বিতীয় ঘরের মেঝের ক্ষেত্রফল = ☐ বর্গমিটার।

5 এই দ্বিতীয় ঘরের মেঝের দৈর্ঘ্য 25 মিটার হলে প্রস্থ হিসাব করি।

দ্বিতীয় ঘরের মেঝের ক্ষেত্রফল 500 বর্গমিটার।

অর্থাৎ দৈর্ঘ্য× প্রস্থ = 500 বর্গমিটার এবং মেঝের দৈর্ঘ্য = 25 মিটার।

∴ মেঝের প্রস্থ = (500÷ ☐) মিটার।

= ☐ মিটার

6 যদি একই মাপের 2000টি টালি দিয়ে কোনো আয়তক্ষেত্রাকার ঘরের মেঝে সম্পূর্ণ ঢাকা যায়, তাহলে ওই ঘরের মেঝের ক্ষেত্রফল কী হবে হিসাব করি। [নিজে করি]

কিন্তু 6400 টি একই মাপের টালি দিয়ে যে বর্গক্ষেত্রাকার মেঝে ঢাকা যাবে তার একটি বাহুর দৈর্ঘ্য কী হবে হিসাব করে লিখি। [নিজে করি]

একটি আয়তক্ষেত্রাকার হলঘরের দৈর্ঘ্য 25 মিটার ও প্রস্থ 16 মিটার। ঘরটির মেঝে বাঁধাতে 2 ডেসিমিটার বাহুবিশিষ্ট কয়টি বর্গক্ষেত্রাকার টালি লাগবে হিসাব করি। [নিজে করি]

চার দেয়াল রং করি

7 আমাদের গ্রামের হাসপাতালের নতুন ঘর দুটির মেঝেতে যেমন টালি বসানো হবে তেমন চারটি দেয়ালও প্লাস্টার করে রং করা হবে।

প্লাস্টার করতে প্রতি বর্গমিটারে 85 টাকা হিসাবে প্রথম ঘরের চারটি দেয়াল প্লাস্টার করতে কত খরচ হবে হিসাব করি। প্রতি ঘরের উচ্চতা 6 মিটার।

প্রথমে প্রথম ঘরের চার দেয়ালের ক্ষেত্রফল মাপি।

প্রথম ঘরের দৈর্ঘ্য = ☐ মিটার, প্রস্থ = ☐ মিটার।

প্রথম ঘরের চার দেয়ালের ক্ষেত্রফল = প্রথম ঘরের দৈর্ঘ্য বরাবর

2 টি আয়তক্ষেত্রাকার দেয়ালের ক্ষেত্রফল ও প্রথম ঘরের প্রস্থ বরাবর

2 টি আয়তক্ষেত্রাকার দেয়ালের ক্ষেত্রফলের সমষ্টি

= 2× দৈর্ঘ্য × উচ্চতা + 2 × প্রস্থ× উচ্চতা

= 2× 24 × 6 বর্গমিটার + 2× 20 × 6 বর্গমিটার।

= ☐ বর্গমিটার + ☐ বর্গমিটার = 528 বর্গমিটার।

8 কিন্তু প্রথম ঘরে 2 মিটার চওড়া ও 3 মিটার উঁচু দুটি আয়তক্ষেত্রাকার দরজা ও 1.5 মিটার চওড়া ও 2 মিটার উঁচু দুটি আয়তক্ষেত্রাকার জানালা আছে। ওই জায়গায় তো প্লাস্টার করতে হবে না। তাই এই দুটি দরজা ও দুটি জানালার মোট ক্ষেত্রফল চারদেয়ালের ক্ষেত্রফল থেকে বাদ দিয়ে কী পাই দেখি।

1টি দরজার ক্ষেত্রফল 3 মিটার× 2 মিটার = 6 বর্গমিটার।

∴ 2 টি দরজার ক্ষেত্রফল 2×6 বর্গমিটার= 12 বর্গমিটার।

1 টি জানালার ক্ষেত্রফল 2 মিটার× 1.5 মিটার = 3 বর্গমিটার।

∴ 2 টি জানালার ক্ষেত্রফল 2×3 বর্গমিটার= 6 বর্গমিটার।

∴ 2 টি দরজা ও দুটি জানালার মোট ক্ষেত্রফল = □ বর্গমিটার + □ বর্গমিটার।

= □ বর্গমিটার।

∴ প্লাস্টার করতে হবে (528 বর্গমিটার - 18 বর্গমিটার) = 510 বর্গমিটার।

প্রতি বর্গমিটারে 85 টাকা হিসাবে 510 বর্গমিটার প্লাস্টার করতে খরচ হবে □ × 85 টাকা

= □ টাকা।

9 প্রতি বর্গমিটার 315 টাকা হিসাবে 2 টি দরজা ও 2 টি জানালা রং করতে মোট কত টাকা খরচ হবে হিসাব করি।

1 বর্গমিটারে খরচ হবে 315 টাকা

∴ 18 বর্গমিটারে খরচ হবে 315×18 টাকা

= □ টাকা।

প্রথম ঘরের সিলিং সাদা রং করতে প্রতি বর্গমিটার 60 টাকা হিসাবে কত খরচ হবে হিসাব করি।

প্রথম ঘরের ছাদের ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য× প্রস্থ

= (24×20) বর্গমি. = 480 বর্গমি.

∴ সাদা রং করতে খরচ হবে (480×60) টাকা = □ টাকা।

নিজে করি— 17.2

1) গ্রামের হাসপাতালের দ্বিতীয় ঘরের উচ্চতা 7 মিটার হলে দরজা জানালাসহ দ্বিতীয় ঘরের চার দেয়ালের ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি।

2) এই দ্বিতীয় ঘরে 1.8 মিটার চওড়া ও 2.5 মিটার উঁচু দুটি দরজা এবং 1.5 মিটার চওড়া ও 1.8 মিটার উঁচু দুটি জানালা আছে। প্রতি বর্গমিটারে 75 টাকা হিসাবে দরজা জানালা বাদ দিয়ে চার দেয়াল প্লাস্টার করতে কত খরচ পড়বে হিসাব করি।

3) প্রতি বর্গমিটারে 300 টাকা হিসাবে এই দ্বিতীয় ঘরের দরজা ও জানালায় রং করতে মোট কত খরচ হবে হিসাব করি।

4) দ্বিতীয় ঘরটির সিলিং সাদা রং করতে প্রতি বর্গমিটারে 55 টাকা করে খরচ হলে মোট কত টাকা খরচ হবে হিসাব করি।

এই হাসপাতালটি পাঁচিল ঘেরা আয়তাকার জমির মধ্যে আছে। পাঁচিলবাদে জমির দৈর্ঘ্য 70 মিটার এবং প্রস্থ 60 মিটার। পাঁচিলের ভিতরে 5 মিটার চওড়া রাস্তা হাসপাতালের চারদিক ঘিরে আছে। এই রাস্তা সারাতে প্রতি বর্গমিটার 12 টাকা করে খরচ হলে মোট কত টাকা খরচ হবে হিসাব করি।

প্রথমে আমি ছোট করে ছবি এঁকে বুঝি হাসপাতালের কোথায় রাস্তা আছে।

P S A D রাস্তা 5 মি 5 মি হাসপাতাল 5 মি B C 5 মি Q R

দেখছি, ABCD → হাসপাতাল

PQRS → চারদিকের রাস্তাসহ হাসপাতাল

PS = 70 মিটার

AD= (70 মিটার-5 মিটার -5 মিটার) = □ মিটার

PQ = 60 মিটার

AB = (60 মিটার -5 মিটার-5 মিটার) = □ মিটার

∴ PQRS আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = □ মিটার × □ মিটার

= (70 × 60) বর্গমিটার = □ বর্গমিটার।

ABCD আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = 60 মিটার × 50 মিটার

= □ বর্গমিটার

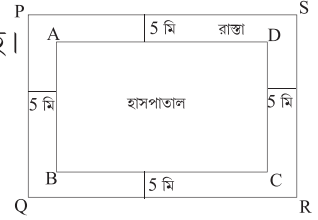
ছবি থেকে দেখছি PQRS আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল থেকে ABCD আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল বিয়োগ করলে রাস্তার ক্ষেত্রফল পাব।

∴ রাস্তার ক্ষেত্রফল = PQRS আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল - ABCD আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

= 4200 বর্গমিটার -3000 বর্গমিটার = 1200 বর্গমিটার।

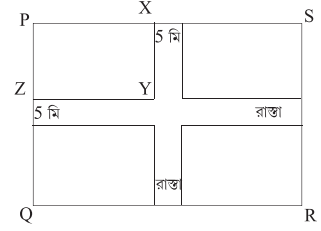
∴ প্রতি বর্গমিটারে 12 টাকা হিসাবে 1200 বর্গমিটার বাঁধাতে মোট খরচ হবে

= (12×1200) টাকা

= □ টাকা।

10 যদি হাসপাতালে দুটি রাস্তা আয়তাকার জমির মাঝ বরাবর থাকত অর্থাৎ পাশের ছবির মতো হতো তখন কিভাবে রাস্তার ক্ষেত্রফল পেতাম দেখি।

PS = 70 মিটার, PQ = 60 মিটার

PQRS আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = 70 মিটার × 60 মিটার

= ☐ বর্গমিটার ।

দেখছি রাস্তা দুটি সমগ্র জমিকে 4 টি সমান আয়তক্ষেত্রাকার জমিতে ভাগ করেছে।

PXYZ আয়তক্ষেত্রের, PX = $\frac{70-5}{2}$ মিটার = ☐ মিটার

PZ = $\frac{60-5}{2}$ = মিটার = ☐ মিটার

∴ PXYZ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = 32.5 মিটার × 27.5 মিটার

= ☐ বর্গমিটার।

4টি PXYZ আায়তক্ষেত্রের সমান আয়তক্ষেত্র পেলাম এবং এদের মোট ক্ষেত্রফল = 4 × ☐ বর্গমিটার

=3575 বর্গমিটার।

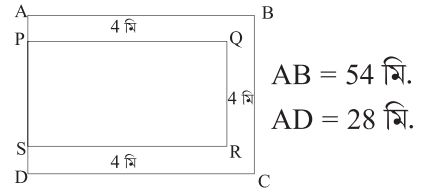
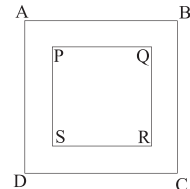
∴ রাস্তার ক্ষেত্রফল = (4200 -3575) বর্গমিটার

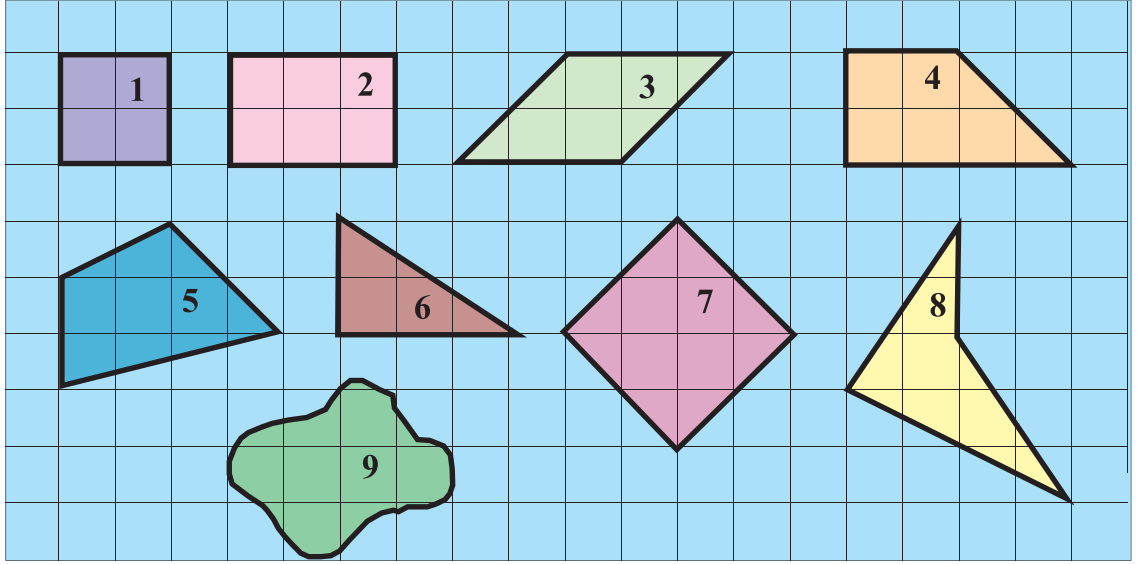
= 625 বর্গমিটার

অন্যভাবে রাস্তার ক্ষেত্রফল বের করতে পারতাম কিনা দেখি।

নিজে করি— 17.3

1) ABCD আয়তক্ষেত্রাকার জমির ভিতরে ছবির মতো 4 মিটার চওড়া রাস্তার ক্ষেত্রফল মাপি।

AB = 54 মি.
AD = 28 মি.

2) 2500 বর্গমিটার ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট PQRS বর্গক্ষেত্রাকার পার্কের বাইরের চারধার বরাবর একটি 6 মিটার চওড়া রাস্তা আছে। রাস্তার ক্ষেত্রফল হিসাব করে দেখি।

কষে দেখি—17

1. ছক কাগজ থেকে ঘরগুণে ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের চেষ্টা করি ।

ছক কাগজে বিভিন্ন ক্ষেত্রের আকারগুলি দেখি ও নীচের ফাঁকা ঘর পূরণ করি।

আকার	সম্পূর্ণ বর্গক্ষেত্রাকার ঘরের সংখ্যা	অর্ধেকের বেশি বর্গক্ষেত্রাকার ঘরের সংখ্যা	অর্ধেকের কম বর্গক্ষেত্রাকার ঘরের সংখ্যা	মোট বর্গক্ষেত্রাকার ঘরের সংখ্যা (প্রায়)	ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রের 1টি বাহুর দৈর্ঘ্য 1 সেমি.। সুতরাং ক্ষেত্রফল 1 বর্গসেমি.। মোট ক্ষেত্রফল (প্রায়)
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					

2. মনে মনে হিসাব করে লিখি

(i) যে বর্গাকার চিত্রের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য 4 সেমি. তার পরিসীমা কত হবে হিসাব করি।

(ii) একটি বর্গক্ষেত্রাকার জমির পরিসীমা 20 মিটার। তার ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি।

(iii) আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 8 সেমি. ও প্রস্থ 5 সেমি. হলে, আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত হবে লিখি।

(iv) 1 বর্গকিমি. = ☐ বর্গডেকামি.

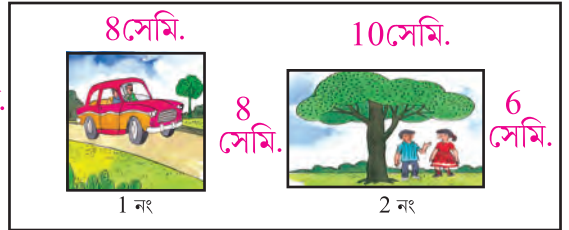
(v) 1 বর্গমিটার = ☐ বর্গহেক্টোমি.

(vi) 5 বর্গমিটার ও 5 মিটার বর্গ বলতে কী বুঝি তা লিখি।

(vii) একটি বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রেফল 2 সেন্টিমিটার বর্গ হলে এর একটি বাহুর দৈর্ঘ্য ☐ সেন্টিমিটার।
[সংকেত: ক্ষেত্রফল = 2 সেন্টিমিটার বর্গ = 2 সেন্টিমিটার × 2 সেন্টিমিটার]

(viii) একটি আয়তক্ষেত্র আঁকি যার ক্ষেত্রফল 30 বর্গসেমি.। হিসাব করে দেখি এই আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ কী কী নিতে পারি। কিন্তু যদি 40 বর্গসেমি. ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট আয়তক্ষেত্র হয় তার দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ কী কী নিতে পারি।

(ix) মিহির একটি পিচবোর্ডের বর্গক্ষেত্রাকার কার্ড তৈরি করেছে যার একটি বাহুর দৈর্ঘ্য 6 সেমি.। এই কার্ডের ক্ষেত্রফল কত হবে হিসাব করে লিখি।

(x) 5 মিটার বর্গের ক্ষেত্রফল ☐ বর্গমিটার।
[ফাঁকা ঘরে বসাই]

3. আমি একটি সাদা আয়তাকার কাগজে পাশের ছবির মতো দুটি ছবি এঁকেছি।

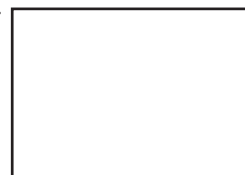
(a) 1নং ছবি সাদা কাগজের কতটা জায়গা জুড়ে আছে হিসাব করি।

(b) 2 নং ছবি সাদা কাগজের কতটা জায়গা জুড়ে আছে হিসাব করি।

(c) 1 নং ও 2 নং ছবি আঁকার পরে আমার সাদা কাগজে আর কতটা সাদা জায়গা পরে রইল হিসাব করে লিখি।

4. আমার খাতার একটি পাতা 15 সেমি. লম্বা ও 12 সেমি. চওড়া। চারপাশে 2 সেমি. চওড়া মার্জিন দিয়ে বাকি অংশে লিখলাম। ছোটো করে ছবি এঁকে পাশে দেখাই →

যে অংশে লিখলাম তার ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি।

যে অংশে লিখলাম না তার ক্ষেত্রফলও কত হিসাব করে লিখি।

5. রাজেশের একটি আয়তক্ষেত্রাকার জমির দৈর্ঘ্য 36 মিটার ও প্রস্থ 24 মিটার। তার আয়তক্ষেত্রাকার জমির বাইরের চারপাশে 2 মিটার চওড়া রাস্তা আছে। ছোটো করে আঁকি ও হিসাব করে দেখি

(i) রাস্তাসহ আয়তক্ষেত্রাকার জমির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ কত।

(ii) রাস্তাবাদে আয়তক্ষেত্রাকার জমির ক্ষেত্রফল কত।

(iii) রাস্তার ক্ষেত্রফল কত?

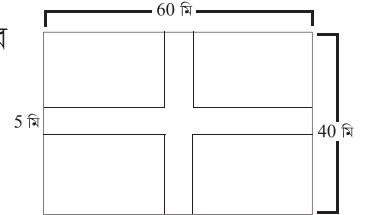
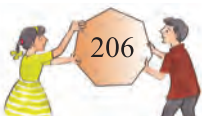
6. মারিয়াদের 20 মি. দীর্ঘ বাহুবিশিষ্ট বর্গক্ষেত্রাকার জমির বাইরের চারদিকে 1 মিটার চওড়া একটি রাস্তা আছে। হিসাব করে এই রাস্তার ক্ষেত্রফল লিখি।

7. একটি বর্গক্ষেত্রাকার জমির ক্ষেত্রফল 6400 বর্গমিটার। প্রতি মিটারে 3.50 টাকা খরচ করে ওই জমির চারদিকে বেড়া দিতে মোট কত টাকা খরচ হবে হিসাব করে লিখি।

8. করিমচাচার আয়তক্ষেত্রাকার জমির দৈর্ঘ্য প্রস্থের 2 গুণ এবং এই জমির ক্ষেত্রফল 578 বর্গমিটার। করিমচাচার জমিটির দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও পরিসীমা কত হিসেব করে দেখি।

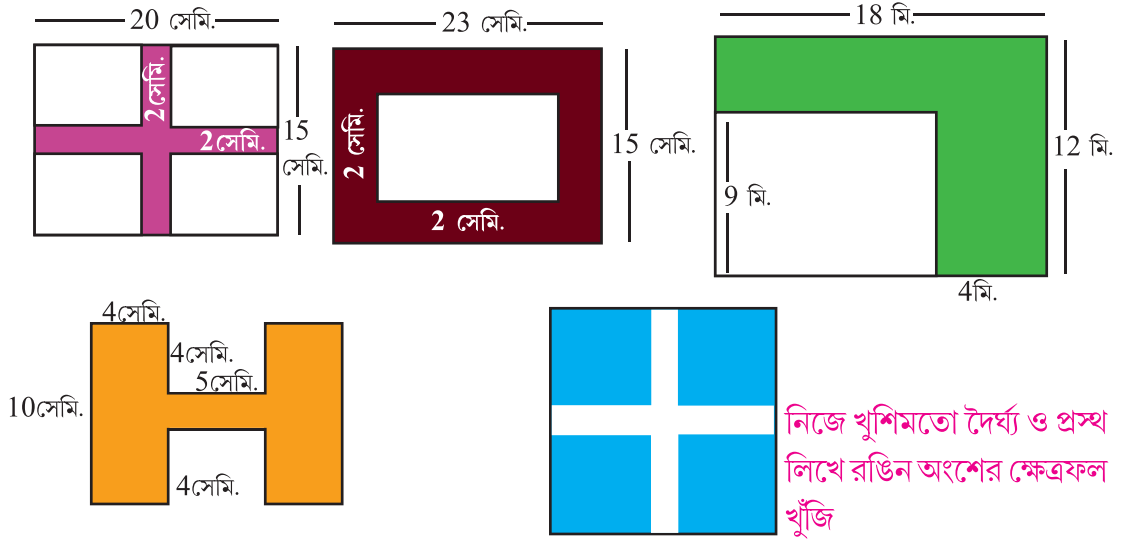
9. একটি আয়তক্ষেত্রাকার অভিনয় মঞ্চের দৈর্ঘ্য প্রস্থের দ্বিগুণ। গোটা মঞ্চকে ত্রিপল দিয়ে ঢাকা দিতে 6,048 টাকা খরচ হয়। প্রতি বর্গমিটার ত্রিপলের দাম 21 টাকা হলে মঞ্চটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ কত হিসাব করি।

10. নাজরিন তার 5.5 মিটার লম্বা ও 1.25 মিটার চওড়া শাড়িতে দৈর্ঘ্য বরাবর 2.5 সেমি. চওড়া জড়ির পাড় বসাবে এবং চওড়ার দিক বরাবর 5 সেমি. চওড়া জড়ির পাড় লাগাবে। শাড়িতে কত ক্ষেত্রফল জুড়ে জড়ি থাকবে হিসাব করি। জড়ি ছাড়া শাড়ির ক্ষেত্রফল কত হিসাব করি।

11. পাশের ছবির মতো 5 মিটার চওড়া দুটি রাস্তা আয়তক্ষেত্রাকার বাগানকে সমান চারটি খন্ডে ভাগ করেছে। এই আয়তক্ষেত্রাকার বাগানের দৈর্ঘ্য 60 মিটার ও প্রস্থ 40 মিটার। প্রতি বর্গমিটারে 80 টাকা খরচ হলে রাস্তা তৈরি করতে মোট কত খরচ পড়বে হিসাব করি। প্রতি খন্ড জমির ক্ষেত্রফল কত হিসাব করে লিখি।

12. আমাদের বাড়ি থেকে রাস্তায় ওঠার পথটি 2 মিটার চওড়া। পথটি বাড়ির সামনের বাগানকে পাশের ছবির মতো দুটি সমান বর্গক্ষেত্রাকার খন্ডে ভাগ করেছে। প্রতি বর্গমিটার 500 টাকা হিসাবে পথটি তৈরি করতে 8000 টাকা খরচ হয়েছে। বাগানের এক একটি বর্গাকার খন্ডের ক্ষেত্রফল কত হিসাব করে লিখি। বাড়িটি আয়তক্ষেত্রকার জায়গার উপর তৈরি। আয়তক্ষেত্রাকার জায়গার প্রস্থ 4 মিটার হলে বাড়িটি কত বর্গমিটার জায়গা নিয়ে আছে হিসাব করে লিখি।

13. 30 মিটার দীর্ঘ একটি জমি চাষ করতে 150 টাকা খরচ হয়েছে। জমিটির প্রস্থ যদি 5 মিটার কম হতো তবে খরচ হতো 120 টাকা। জমিটির প্রস্থ হিসাব করে লিখি।

14. একটি আয়তক্ষেত্রাকার হল ঘরের দৈর্ঘ্য 30 মিটার এবং প্রস্থ 18 মিটার। ঘরটির মেঝে বাঁধাতে 3 ডেসিমিটার বাহুবিশিষ্ট কতগুলি বর্গক্ষেত্রাকার টালি লাগবে হিসাব করি।

15. জাকিরদের 18 মিটার ×14 মিটার একটি আয়তক্ষেত্রাকার জমি আছে। এই আয়তক্ষেত্রাকার জমির মধ্যে জাকিরদের 3.4 মিটার দৈর্ঘ্যের বর্গক্ষেত্রাকার ফুলের বাগান আছে। ছোটো করে ছবি আঁকি ও ফুলের বাগান বাদ দিয়ে ফাঁকা জমির ক্ষেত্রফল কত হিসাব করি। 2 ডেসিমিটার দৈর্ঘ্যের বর্গক্ষেত্রাকার টালি নিয়ে এই ফাঁকা জমি ঢাকতে কতগুলি টালি লাগবে হিসাব করে লিখি।

16. ছবি দেখি ও রঙিন অংশের ক্ষেত্রফল মাপি।

17. আমার স্কুলের একটি ঘরের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে 8 মিটার, 6 মিটার ও 5 মিটার।

(i) ঘরটির মেঝে সিমেন্ট করতে প্রতি বর্গমিটার 75 টাকা হিসাবে কত খরচ হবে হিসাব করি।

(ii) হিসাব করে দেখি ঘরটির সিলিং সাদা রং করতে প্রতি বর্গমিটার 52 টাকা হিসাবে কত খরচ হবে।

(iii) ঘরটিতে 1.5 মিটার চওড়া, 1.8 মিটার উঁচু দুটি দরজা এবং 1.2 মিটার চওড়া ও 1.4 মিটার উঁচু দুটি জানালা আছে। প্রতি বর্গমিটার 260 টাকা হিসাব দরজা ও জানালা রং করতে কত খরচ হবে হিসাব করি।

(iv) দরজা ও জানালা বাদ দিয়ে চার দেওয়ালে প্রতি বর্গমিটার 95 টাকা হিসাবে প্লাস্টার করতে ও প্রতি বর্গমিটার 40 টাকা হিসাবে রং করতে মোট কত খরচ পড়বে হিসাব করি।

18. আমাদের পাড়ার বর্গক্ষেত্রাকার ক্লাব ঘরের একটি পাশের দৈর্ঘ্য 15 মিটার এবং উচ্চতা 5 মিটার। এই ক্লাবঘরে 1.5 মিটার চওড়া ও 2 মিটার উঁচু চারটি দরজা আছে। দরজা বাদ দিয়ে প্রতি বর্গমিটার 350 টাকা হিসাবে চার দেওয়াল তেল রং করতে কত খরচ পড়বে হিসাব করি।

19. ছবি আঁকি ও হিসাব করি - একটি আয়তক্ষেত্রাকার ক্ষেত্রের মধ্যে একটি বর্গক্ষেত্রাকার পুকুর আঁকি যার তিনদিক 3 মিটার চওড়া পাড় বাঁধানো রাস্তা আছে এবং এক পাড়ে একটি 18 মিটার চওড়া বাগান আছে। হিসাব করে দেখছি পুকুরের ক্ষেত্রফল ☐ বর্গমিটার এবং রাস্তার ক্ষেত্রফল ☐ বর্গমিটার।

20. আমার আয়তক্ষেত্রাকার ঘরের দৈর্ঘ্য ☐ মিটার, প্রস্থ ☐ মিটার এবং উচ্চতা ☐ মিটার। জানালা দরজা সমেত আমার আয়তক্ষেত্রাকার ঘরের চার দেয়ালের ক্ষেত্রফল ☐ বর্গমিটার।

18. প্রতিসাম্য

আজ আমি, মাসুম ও সুখদেব তিনজনে মিলে এক মজার খেলা খেলছি। আমরা বিভিন্ন আকারের কাগজকে কয়েকটি ভাঁজ করে নানাভাবে কেটে ভাঁজ খুলে সুন্দর সুন্দর কী কী আকার পাচ্ছি দেখছি।

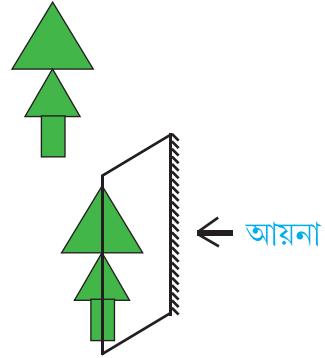
প্রথমে একটি আয়তক্ষেত্রাকার নীল কাগজকে নীচের মতো দুটি সমান ভাঁজ করে কাটলাম ও সাদা কাগজে আটকে দিলাম।

দেখছি সাদা অংশটি অর্থাৎ কাগজ কেটে যে ছবিটি পেলাম সেটি ☐ [রৈখিক প্রতিসম/রৈখিক প্রতিসম নয়]

মাসুম কিন্তু ছবি এঁকে তার পরে কেটে নিয়ে গেল —

মাসুমের ছবিটি ☐ [রৈখিক প্রতিসম/রৈখিক প্রতিসম নয়]

এই ছবির উপরে প্রতিসম রেখা বরাবর আয়না রেখে দেখছি

∴ মাসুমের ছবির প্রতিসম রেখা ☐ টি

কিন্তু সুখদেবের কাছে আমার বোন খুবলম্বা কাপড় এনে তার পুতুলের জামার জন্য কেটে দিতে বলল।

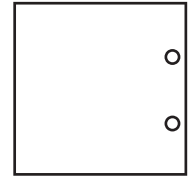
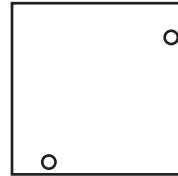
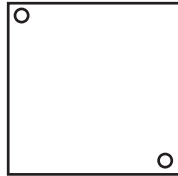
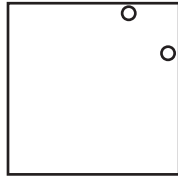
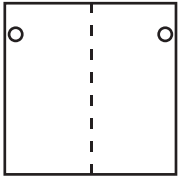
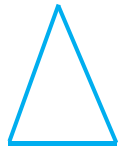
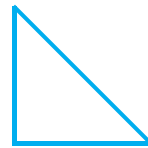
সুখদেব কাটল →

কিন্তু সুখদেব ঠিকমতো জামা কাটতে পারেনি। এর মাঝ বরাবর সমান দু-ভাঁজ করলে বাঁ দিকের সাথে ডানদিক পুরোপুরি মিলবেনা।

পরে সুখদেব এমনভাবে জামা কাটল যাতে সেটি রৈখিক প্রতিসম হয় →

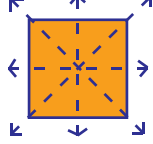
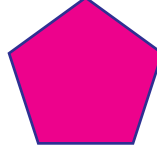
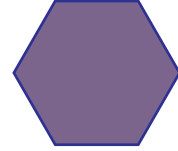
সুখদেব অনেকগুলি ছবি আঁকল। তাদের রৈখিক প্রতিসম রেখা খোঁজার চেষ্টা করি।

দেখছি, D -এর প্রতিসম রেখা অনুভূমিক। কিন্তু বাড়ির প্রতিসম রেখা উলম্ব।

মাসুম কিছু বর্গক্ষেত্রাকার কাগজ ভাঁজ করে ফুটো করে খুলে দিয়েছে। এই ফুটো দেখে প্রতিসম রেখা কী হবে লেখার চেষ্টা করি।

আমি নানা রকমের ত্রিভুজ আঁকি ও ত্রিভুজাকারক্ষেত্রগুলি কেটে ভাঁজ করে দেখি প্রতিটি ত্রিভুজের কতগুলি প্রতিসম রেখা পাচ্ছি।

নিজে একইভাবে কাগজ কেটে দেখি —

বর্গক্ষেত্রের প্রতিসম রেখা ☐ টি, আয়তক্ষেত্রের প্রতিসম রেখা ☐ টি, সরলরেখাংশের প্রতিসম রেখা ☐ টি।

একই মাপের সরলরেখাংশ ও প্রত্যেকটি কোণের মান সমান নিয়ে আমি কিছু সামতলিক চিত্র আঁকলাম। প্রতিটি সামতলিক চিত্রে প্রতিসম রেখার সংখ্য নিজে খুঁজি ও লিখি।

নিজে করি 1   2   3 নিজে করি   4 নিজে করি

দেখছি এই ত্রিভুজের 3 টি বাহু সমান ও তিনটি কোণ সমান। প্রতিসম রেখা ☐ টি।

চতুর্ভুজের 4 টি বাহু সমান ও 4 টি কোণ সমান হলে প্রতিসম রেখা ☐ টি

কিন্তু (3) নং ছবি বা (4) নং ছবিকে কি বলব?

(3) নং সামতলিক চিত্রের পাঁচটি বাহু আছে। তাই এটি পঞ্চভুজ। আবার প্রতিটি বাহু ও কোণের মান সমান। তাই (3) নং সামতলিক চিত্রটি সুষমপঞ্চভুজ ।

এবার বুঝেছি , (4) নং সামতলিক চিত্রটি ☐ ষড়ভুজ। [নিজে লিখি]

যে বহুভুজের প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য সমান ও প্রতিটি কোণের মান সমান তাকে সুষম বহুভুজ বলে।

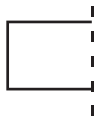
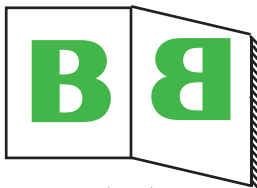
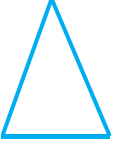
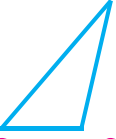
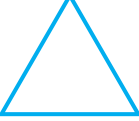
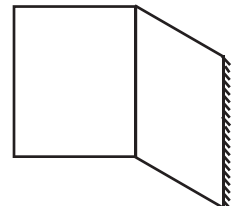
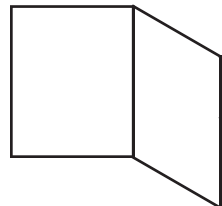
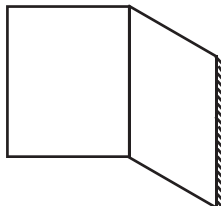
সুতরাং সুষম পঞ্চভুজের প্রতিসম রেখা ☐ টি।

সুষম ষড়ভুজের প্রতিসম রেখা ☐ টি।

কষে দেখি—18.1

(1) নীচের প্রতিসমরেখায় আয়না বসিয়ে ছবিগুলি সম্পূর্ণ করার চেষ্টা করি।

(2) A, B, C, D -এর আয়নায় প্রতিবিম্ব আঁকি —

B B

আয়না

(3) নীচের সামতলিক চিত্রের কোন কোন চিত্রে প্রতিসম রেখা আছে এবং কোন কোন চিত্রের প্রতিসমরেখা নেই ছবি এঁকে কেটে ভাঁজ করে দেখি ও লিখি।

সামতলিক চিত্র	প্রতিসমরেখার সংখ্যা	সামতলিক চিত্র	প্রতিসমরেখার
সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ		সামান্তরিক	
		বর্গক্ষেত্র	
বিষমবাহু ত্রিভুজ		রম্বস	
সমদ্বিবাহু ট্রাপিজিয়াম		সমবাহু ত্রিভুজ	

(4) বৃত্তের যে কোনো ☐ বরাবর নেওয়া সরলরেখা বৃত্তটির প্রতিসমরেখা। [নিজে লিখি]

(5) দুইয়ের বেশি প্রতিসম রেখা থাকা যেকোন জ্যামিতিক চিত্রের প্রতিসম রেখাগুলি সর্বদা ☐।
[নিজে লিখি]

(6)

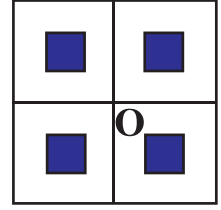
-এর রৈখিক প্রতিসম রেখা খুঁজি।

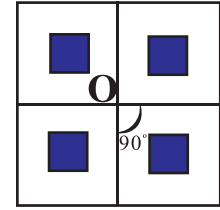
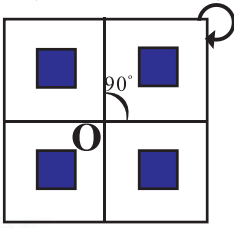
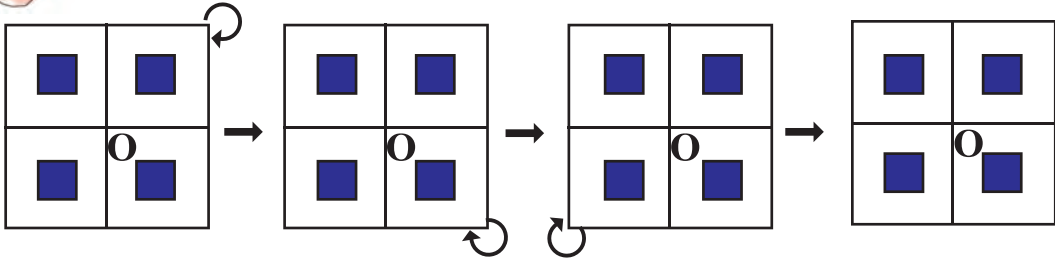
দেখছি, A -এর প্রতিসম রেখাটি ☐। [অনুভূমিক / উল্লম্ব]
E -এর প্রতিসম রেখাটি ☐। [অনুভূমিক / উল্লম্ব]

নিচের বর্ণগুলির কোনগুলির প্রতিসম রেখা অনুভূমিক, কোনগুলির উল্লম্ব ও কোনগুলির অনুভূমিক এবং উল্লম্ব দুই-ই আছে লিখি।

E, H, M, O, X

ঠিকমতো পরপর সাজাই

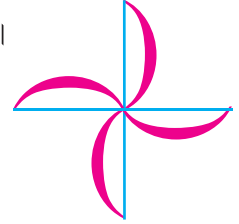
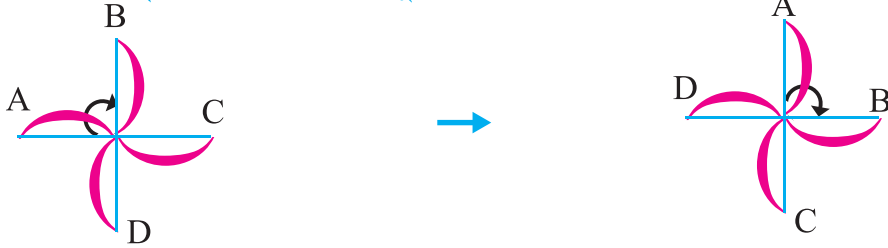
আমরা চারটি বর্গক্ষেত্রাকার রঙিন চিত্র একটি বর্গক্ষেত্রাকার সাদা পিচবোর্ডে আটকালাম। পিচবোর্ডটি দেওয়ালে টাঙালাম।

বর্গক্ষেত্রের মধ্যবিন্দু O-কে কেন্দ্র করে কত ডিগ্রি ঘোরালে ছবিটি আবার সম্পূর্ণভাবে একই রকম দেখতে হয় দেখি।

পিচবোর্ডের সুতোটি দেওয়াল থেকে খুলে ফেললাম। এরপর পিচবোর্ডের O বিন্দুতে একটি পিন আঁটকে ওই বিন্দুকে কেন্দ্র করে দু-বার ঘড়ির কাটার দিক বরাবর 90^0 কোণে ঘুরিয়ে কী পাই দেখি।

এই বিন্দুকে কি বলব? এই O বিন্দুর সাপেক্ষে বর্গক্ষেত্রাকার পিচবোর্ডকে ঘড়ির কাঁটার দিকে বা বিপরীত দিকে ঘুরিয়ে ঠিক আগের মতো দেখানোকেও বা কী বলব?

O বিন্দুকে **ঘূর্ণন কেন্দ্র** বলে। ঘূর্ণন কেন্দ্রের সাপেক্ষে নির্দিষ্ট কোণে ঘুরিয়ে ঠিক আগের মতো দেখানোকে **ঘূর্ণন প্রতিসাম্য** বলে। সব থেকে কম যত ডিগ্রি কোণে ঘূর্ণনের ফলে চিত্রটি (বস্তুটি) নিজের সঙ্গে মিলে যায় সেই কোণের পরিমাপকে **ঘূর্ণন প্রতিসাম্য কোণ** বলে। সম্পূর্ণ একবার ঘুরে আসতে অর্থাৎ 360^0 কোণ ঘুরতে যতবার প্রথম অবস্থার সাথে সম্পূর্ণভাবে মিলে যায় তাকে **ঘূর্ণন প্রতিসাম্য মাত্রা** বলে। এবার বুঝেছি ওই বর্গক্ষেত্র প্রতিসাম্যের ঘূর্ণন কেন্দ্র **O** এবং ঘূর্ণন মাত্রা **4** , যখন ঘূর্ণন প্রতিসাম্যের কোণ 90^0।

কিন্তু যে কোনো চিত্রকে (বস্তুকে) ঘূর্ণন প্রতিসাম্যের বিন্দুকে কেন্দ্র করে 360^0 বা সম্পূর্ণ একপাক ঘোরালে আবার আগের চিত্রকে (বস্তুকে) ফিরে পাব। তবে কী যে কোনো চিত্রর বা বস্তুর ঘূর্ণন প্রতিসাম্যের কোণ 360^0 বলতে পারি?

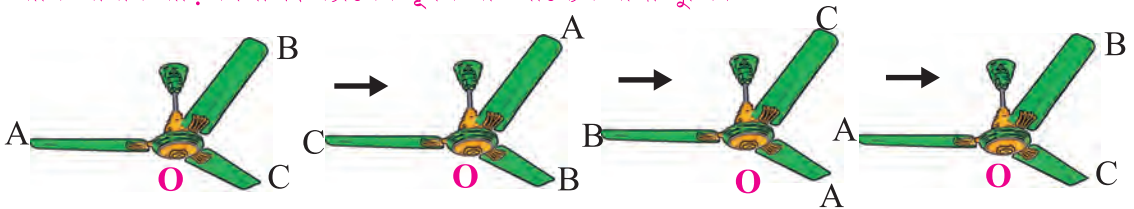
আমরা ঘূর্ণন প্রতিসাম্যের কোণ বলতে বুঝি 360^0 -এর কম কিন্তু 0^0 -এর বেশি।

আমি মেলা থেকে কাগজের একটি খেলনা কিনেছি। এটি হাওয়া দিলেই ঘুরতে থাকে।

এবার এই খেলনাটির ঘূর্ণন প্রতিসাম্যের মাত্রা খুঁজতে চেষ্টা করি।

দেখছি O বিন্দুকে কেন্দ্র করে 90^0 কোণে ঘড়ির কাঁটার দিকে বা বিপরীত দিকে ঘোরার পরে প্রাথমিক অবস্থায় ফিরে আসছে। অর্থাৎ একইরকম দেখাচ্ছে।

ঘূর্ণন প্রতিসাম্যের কেন্দ্র = ☐ বিন্দু।

ঘূর্ণন প্রতিসাম্যের কোণ = ☐ ডিগ্রি। [$\frac{360^o}{4}$ = ☐ ডিগ্রি]

ঘূর্ণন প্রতিসাম্যের মাত্রা= ☐ [নিজে লিখি]

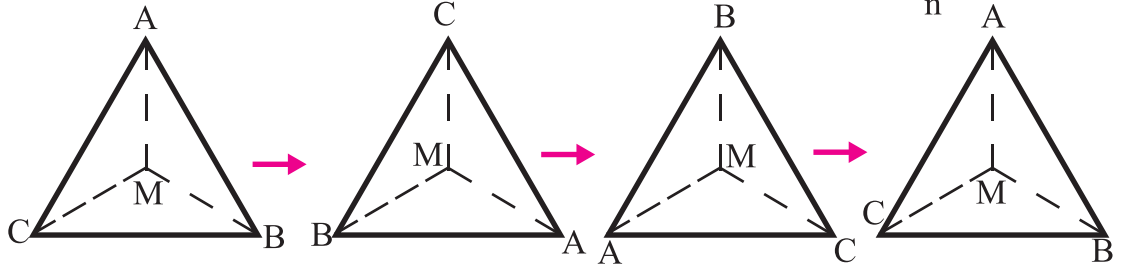
আমি আমার বাড়ির সিলিং ফ্যানের ঘূর্ণন প্রতিসাম্যের মাত্রা খুঁজি।

0 বিন্দুকে কেন্দ্র করে ☐ ডিগ্রি কোণে ঘুরে ☐ বার প্রাথমিক অবস্থায় ফিরে আসেছে অর্থাৎ একই রকম দেখাচ্ছে।

ঘূর্ণন প্রতিসাম্যের কেন্দ্র = ☐ বিন্দু।

ঘূর্ণন প্রতিসাম্যের কোণ = ☐ ডিগ্রি। [$\frac{360^o}{3}$ = ☐ ডিগ্রি]

ঘূর্ণন প্রতিসাম্যের মাত্রা= ☐ [নিজে লিখি]

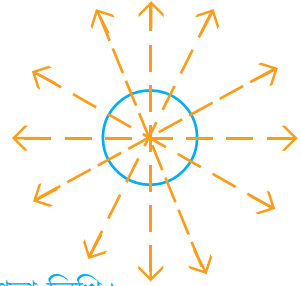
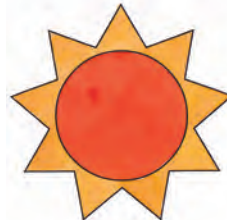
কোনো চিত্র (বা বস্তু) কোনো বিন্দুকে কেন্দ্র করে ঘূর্ণনের ফলে প্রতিসম হয় এবং ওই চিত্র (বা বস্তুর) যদি n মাত্রার ঘূর্ণন প্রতিসাম্য থাকে তবে ঐ চিত্র(বা বস্তুর) ঘূর্ণন প্রতিসাম্যের কোণ = $\frac{\square}{n}$ ডিগ্রি

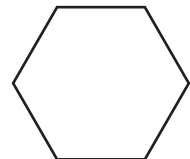
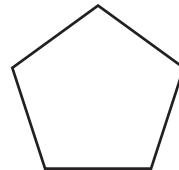
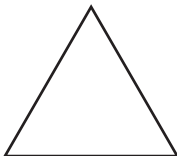
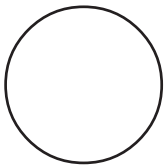
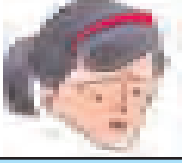
A C B A M M M M C B B A A C C B

উপরের সমবাহু ত্রিভুজের ঘূর্ণন দেখি ও নিজে লিখি,

সমবাহু ত্রিভুজের ঘূর্ণন প্রতিসাম্যের কেন্দ্র = ☐

সমবাহু ত্রিভুজের ঘূর্ণন প্রতিসাম্যের কোণ = ☐

সমবাহু ত্রিভুজের ঘূর্ণন প্রতিসাম্যের মাত্রা = ☐

বৃত্তের ঘূর্ণন প্রতিসাম্যর কেন্দ্র, মাত্রা ও কোণ খুঁজি। দেখি যেকোন কোণে বৃত্তের ঘূর্ণন প্রতিসাম্য পাওয়া যাবে কিনা।

নীচের ছবিগুলির ঘূর্ণন প্রতিসাম্য কেন্দ্র, প্রতিসাম্য কোণ ও প্রতিসাম্য মাত্রা লিখি।

(i) (ii) (iii) (iv)

নীচের সামতলিক চিত্রগুলির কোনগুলি রৈখিক প্রতিসম ও কোনগুলি ঘূর্ণন প্রতিসম আবার কোনগুলি রৈখিক প্রতিসম ও ঘূর্ণন প্রতিসম দুটিই লিখি।

(i) বৃত্ত রৈখিক প্রতিসম ও ঘূর্ণন প্রতিসম। (ii) সমবাহু ত্রিভুজ ☐ প্রতিসম ও ☐ প্রতিসম। (iii) বর্গক্ষেত্র, সুষম পঞ্চভুজ ও সুষমষড়ভুজ ☐ ও ☐ প্রতিসম।

কাগজে সামতলিক ছবি এঁকে, কেটে দেখি ঘূর্ণন প্রতিসাম্য কিনা? নীচের ফাঁকা ঘরে লিখি বা যাচাই করি।

সামতলিক ছবি	ছোট করে আঁকি	ঘূর্ণন কেন্দ্র	ঘূর্ণন প্রতিসাম্যের কোণ	ঘূর্ণন প্রতিসাম্যের মাত্রা
সমবাহু ত্রিভুজ				
বর্গক্ষেত্র		কর্ণদ্বয়ের ছেদবিন্দু বা বিপরীত বাহুগুলির মধ্যবিন্দুদ্বয়ের সংযোজক সরলরেখাংশগুলির ছেদবিন্দু		
আয়তক্ষেত্র				
ট্রাপিজিয়াম				
সামান্তরিক		কর্ণদুটির ছেদবিন্দু	180^0	2
রম্বস		কর্ণদুটির ছেদবিন্দু	180^0	
সুষম পঞ্চভুজ		শীর্ষবিন্দু থেকে বিপরীত বাহুর মধ্যবিন্দুর সংযোজক সরলরেখাংশের ছেদবিন্দু	$\frac{360^0}{5} = 72^0$	5
সুষম ষড়ভুজ				

কষে দেখি—18.2

1. i) ☐ ত্রিভুজ শুধুমাত্র রৈখিক প্রতিসম।

ii) ☐ ত্রিভুজ রৈখিক প্রতিসম আবার ঘূর্ণন প্রতিসাম্যও।

iii) বর্গক্ষেত্রের ঘূর্ণন প্রতিসাম্য মাত্রা ☐।

iv) আয়তক্ষেত্রের ঘূর্ণন প্রতিসম মাত্রা ☐ টি

v) বর্গক্ষেত্রের প্রতিসম রেখা ☐ টি কিন্তু আয়তক্ষেত্রের প্রতিসম রেখা ☐ টি।

vi) ☐ [ট্রাপিজিয়াম / সামান্তরিক] শুধুমাত্র ঘূর্ণন প্রতিসাম্য।

vii) কোন চিত্রের ঘূর্ণন প্রতিসাম্যের কোণ 180^0 হলে চিত্রটির ঘূর্ণন প্রতিসাম্যের মাত্রা ☐ টি।

viii) ☐ (সুষম পঞ্চভুজ/পঞ্চভুজ) রৈখিক প্রতিসম ও ঘূর্ণন প্রতিসাম্য।

ix) সুষম ষড়ভুজের ঘূর্ণন প্রতিসাম্য ☐ ডিগ্রি ও মাত্রা ☐ টি।

x) কেবলমাত্র ☐ ট্রাপিজিয়াম রৈখিক প্রতিসম কিন্তু ঘূর্ণন প্রতিসম নয়।

xi) আয়তক্ষেত্রের ঘূর্ণন প্রতিসাম্য কেন্দ্র ☐ ছেদবিন্দু।

xii) সামান্তরিকের ঘূর্ণন প্রতিসাম্য কোণ ☐ ডিগ্রি।

xiii) সমবাহু ত্রিভুজের ঘূর্ণন প্রতিসাম্য কোণ ☐ ডিগ্রি।

xiv) বর্গক্ষেত্রের ঘূর্ণন প্রতিসাম্য কোণ ☐ ডিগ্রি।

xv) ☐ রৈখিক প্রতিসম নয় কিন্তু দুই মাত্রার ঘূর্ণন প্রতিসাম্য আছে।

2) নীচের কোন জ্যামিতিক চিত্র রৈখিক প্রতিসম কিন্তু ঘূর্ণন প্রতিসম নয়।

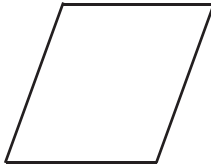
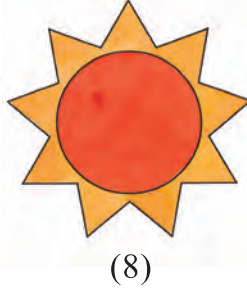
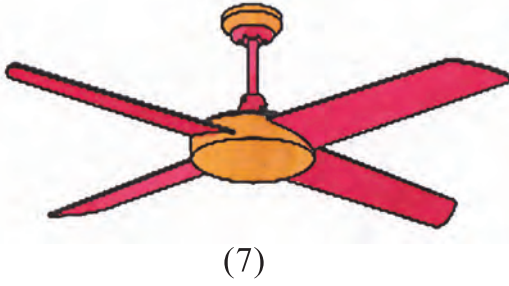
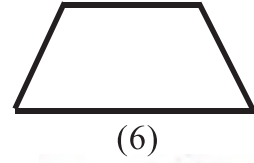
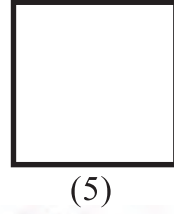
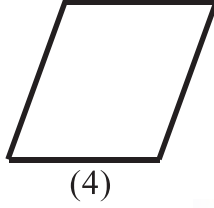
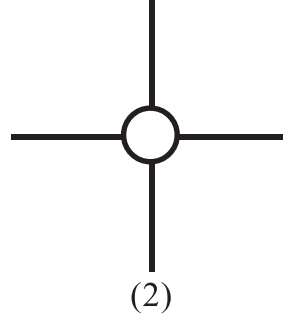
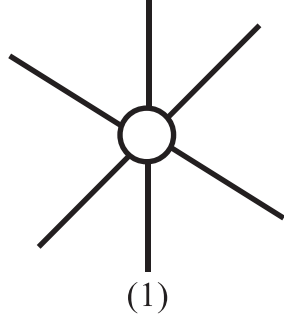
a) i) সমবাহু ত্রিভুজ ii) সামান্তরিক iii) সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ iv) বৃত্ত

(b) নীচের কোন জ্যামিতিক চিত্রের ঘূর্ণন প্রতিসম মাত্রা 2 কিন্তু ওই চিত্রটি রৈখিক প্রতিসম নয়।

i) আয়তক্ষেত্র ii) সামান্তরিক iii) সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ iv) বৃত্ত

(c) যে সুষম বহুভুজের ঘূর্ণন প্রতিসাম্য কোণ 60^0 তার বাহুসংখ্যা

i) 2টি ii) 4টি iii) 6 টি iv) 7টি

(d) একটি চতুর্ভুজের ঘূর্ণনপ্রতিসাম্য কোণ 180^0 এবং প্রতিসম রেখা 2 হলে চতুর্ভুজটি কি কি হতে পারে দেখি।

3) নীচের ছবিগুলি দেখি ও নীচের ছক পূরণ করি।

নম্বর	ঘূর্ণন প্রতিসাম্যের কেন্দ্র	ঘূর্ণন প্রতিসাম্যের কোণ	ঘূর্ণন প্রতিসাম্যের মাত্রা
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			

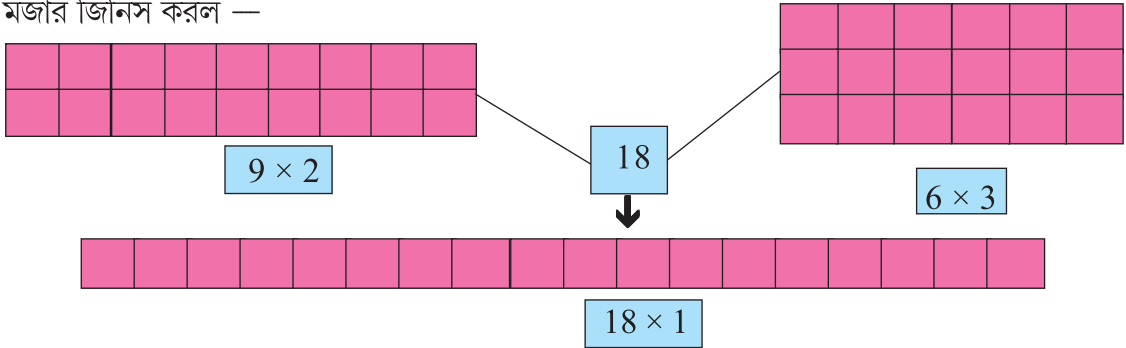
19. উৎপাদকে বিশ্লেষণ

আজ আমি , শাহিনা, কাশিম ও সুজয় সবাই স্কুল ছুটির পরে মিলিদের বাড়ি গিয়ে দেখি মিলি অনেকগুলি নানা রঙের বর্গক্ষেত্রাকার কাগজের টুকরো তৈরি করেছে।

মেপে দেখছি, প্রতিটি বর্গক্ষেত্রাকার টুকরোর বাহুর দৈর্ঘ্য 1 সেমি.। কাশিম এই টুকরোগুলো দিয়ে এক মজার জিনিস করল —

18

9×2 6×3

18×1

$\therefore 18 = 9 \times 2$
$18 = 6 \times 3$
$18 = 18 \times 1$

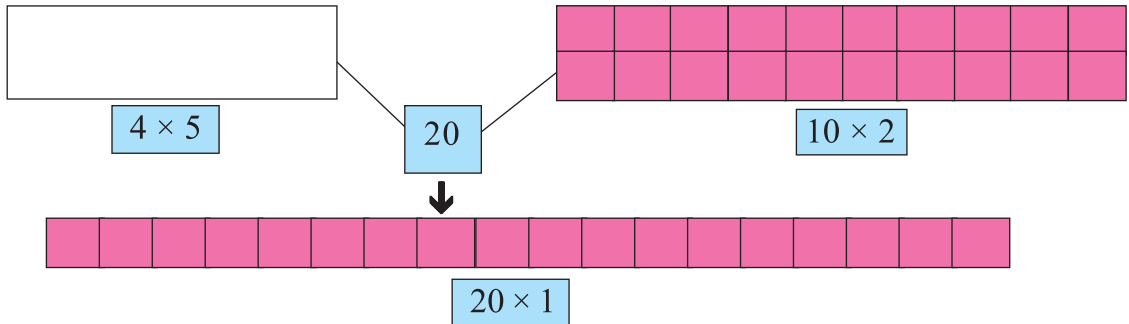
18-এর উৎপাদকগুলি ☐ , ☐ , ☐ , ☐ , ☐ ও ☐; কিন্তু এদের মধ্যে মৌলিক উৎপাদকগুলি হলো ☐ ও ☐

এবং $18 = 2 \times 3 \times 3$

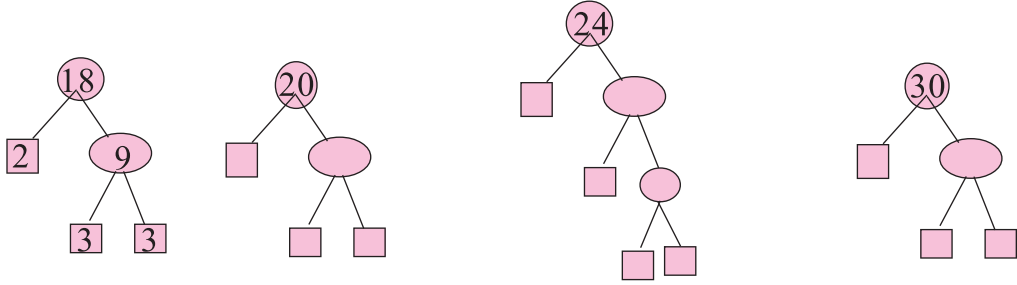
আমি 20টি বর্গক্ষেত্রাকার টুকরো সাজিয়ে পাই

20

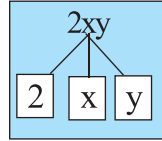
4×5 10×2

20×1

$\therefore 20 = 4 \times 5$
$20 = 10 \times 2$
$20 = 20 \times 1$

20-এর উৎপাদকগুলি ☐ , ☐ , ☐ , ☐ , ☐ ও ☐; কিন্তু এদের মধ্যে মৌলিক উৎপাদকগুলি হলো ☐ ও ☐

এবং $20 = 2 \times 2 \times 5$

$\therefore$ 24 = ☐ × ☐ × ☐ × ☐ এবং 30 = ☐ × ☐ × ☐

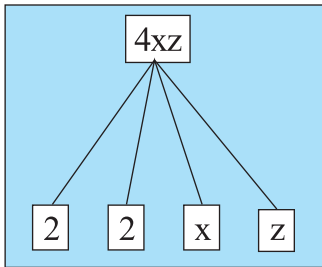
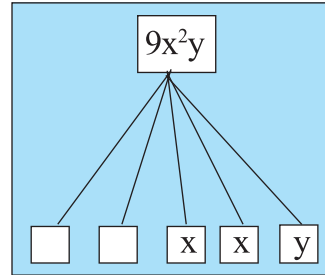
18, 20, 24 ও 30 -কে মৌলিক উৎপাদকের গুণফল হিসাবে প্রকাশ করলাম বা উৎপাদকে বিশ্লেষণ করলাম।

এবার বীজগাণিতিক সংখ্যামালা 2xy কে কী ভাবে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করা যায় দেখি।

$\therefore$ পেলাম $2xy = 2 \times x \times y$

তাহলে 2 , x , y কি 2xy এর মৌলিক উৎপাদক ?

x , y উৎপাদকগুলিকে 2xy -এর মৌলিক উৎপাদক বা অলঘুকরণযোগ্য (irreducible) উৎপাদক বলি অর্থাৎ তাদের আর উৎপাদকে বিশ্লেষণ করা যায় না।

যদি $2xy = 2 \times (xy)$ লিখি তবে উৎপাদকে বিশ্লেষণ অলঘুকরণযোগ্য (irreducible) হল না। কারণ xy -কে আরও উৎপাদকে বিশ্লেষণ করা যায়।

আমি 4xz ও $9x^2y$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করি

$4xz = 2 \times 2 \times x \times z$

$\therefore 9x^2y =$ ☐ × ☐ × ☐ × ☐ × ☐

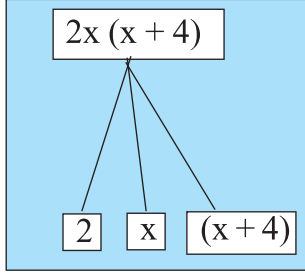
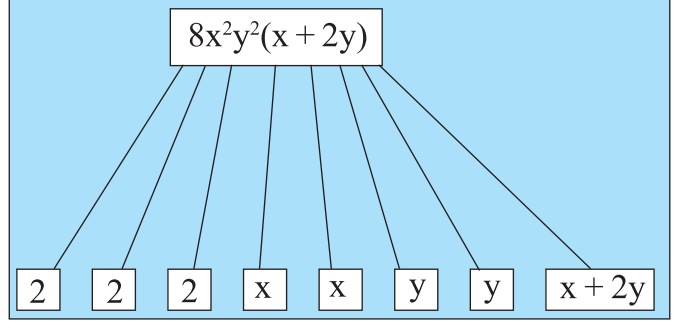
নিজে করি 19.1 উৎপাদকে বিশ্লেষণ করি— 1) 25xy 2) $18xy^2$ 3) $15q^2r^2$ 4) 10xyz 5) 12xyz

কিন্তু $2x(x+4)$ এবং $8x^2y^2(x+2y)$ — এই বীজগাণিতিক সংখ্যামালাগুলির যদি উৎপাদকে বিশ্লেষণ করতে চাই তবে কিভাবে করব দেখি।

$\therefore 2x(x+4)$

$= 2 \times x \times (x+4)$

$\therefore 8x^2y^2(x+2y)$

$= \square \times \square \times \square \times \square \times \square \times \square \times \square \times (x+2y)$

নিজে করি — 19.1 উৎপাদকে বিশ্লেষণ করি।

1) $12x^2y(x+2)$ 2) $18yz^2(2y+3z)$ 3) $16xyz(x+y)$ 4) $15pq^2(p+3q)$

5) $14mn^2(2m-n) = \square \times \square \times \square \times \square \times \square \times \square$

$(6+2x)$ - এই বীজগাণিতিক সংখ্যামালাকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করার চেষ্টা করি।

প্রথমে 6 - কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করি, $6 = 2 \times 3$

এবং , $2x = 2 \times x$

দেখছি 6 ও 2x এর উৎপাদকে বিশ্লেষণে সংখ্যা দুটির 2 সাধারণ উৎপাদক।

$\therefore 6 + 2x = 2 \times 3 + 2 \times x$

$= 2\times(3+x)$ [বিচ্ছেদ নিয়মে পাই]

$= 2(3+x)$

$\therefore 6 + 2x = 2(3+x)$

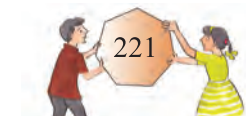
$(15x - 12y)$ - এই বীজগাণিতিক সংখ্যামালাকে উৎপাদকে বিশ্লেষণের চেষ্টা করি।

$15x = \square \times \square \times \square$ এবং $12y = \square \times \square \times \square \times \square$

$\therefore$ 15x ও 12y - এর উৎপাদকে বিশ্লেষণে দেখছি $\square$ সাধারণ উৎপাদক।

$\therefore 15x - 12y = 3 \times 5 \times x - 3 \times 2 \times 2 \times y$

$= 3\times(5 \times x - 2 \times 2 \times y)$ [বিচ্ছেদ নিয়ম]

$= 3(5x - 4y)$

$3x^2 + 6x$ - এই বীজগাণিতিক সংখ্যামালাকে উৎপাদকে বিশ্লেষণের চেষ্টা করি।

$3x^2 = \square \times \square \times \square$

$6x \;= \square \times \square \times \square$

$3x^2$ ও $6x$ - এর উৎপাদক বিশ্লেষণে $\square \times \square$ সাধারণ উৎপাদক।

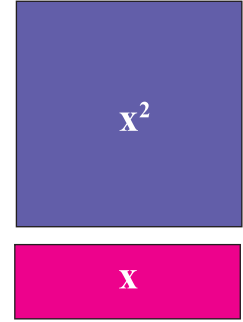
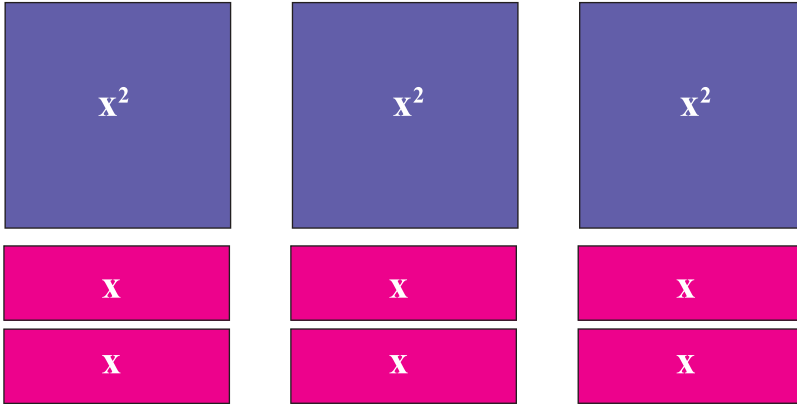
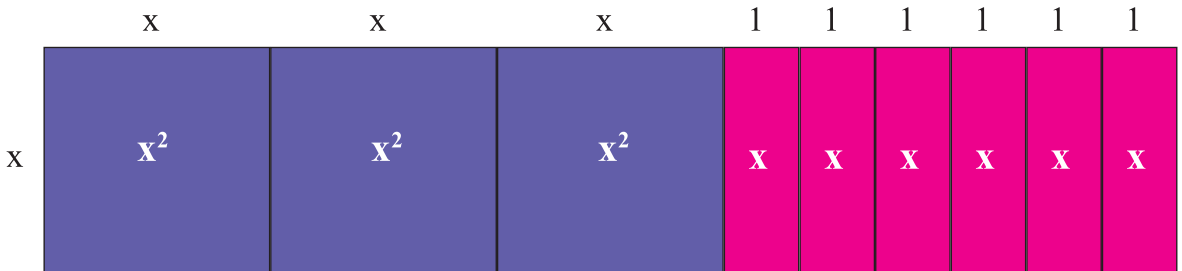
$\therefore\ 3x^2 + 6x = 3 \times x \times x + 3 \times 2 \times x = 3 \times x\,(x + 2) = 3x\,(x + 2)$

হাতেকলমে $3x^2 + 6x$ - এর উৎপাদকে বিশ্লেষণ করি

1) নীল রঙের 3 সেমি. × 3 সেমি. বর্গক্ষেত্রাকার অনেকগুলি কার্ড তৈরি করলাম। এগুলির প্রতিটি x^2 বোঝায়।

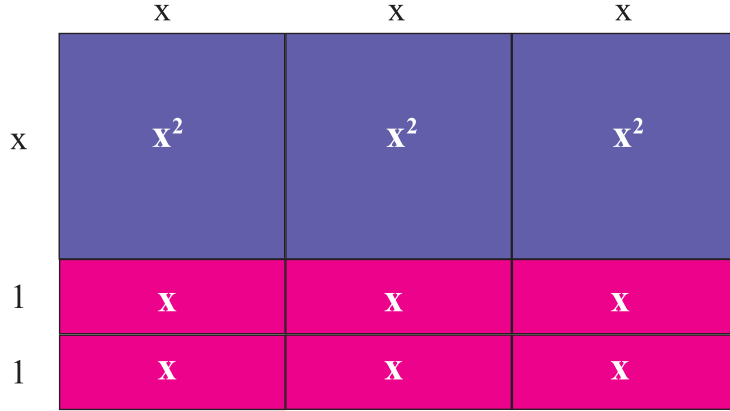
অনেকগলি লাল রঙের 3 সেমি. × 1 সেমি. আয়তক্ষেত্রাকার কার্ড তৈরি করলাম। প্রতিটি লাল কার্ড x বোঝায়।

x^2

x

2) এবার $3x^2$ এবং $6x$ -এর জন্য নিলাম —

3) নীল বর্গাকার কার্ড ও লাল আয়তাকার কার্ড নিচের মতো সাজালাম। কি পেলাম লিখি—

এই সজ্জার দৈর্ঘ্য = $(3x + 6)$ একক এবং প্রস্থ = x একক

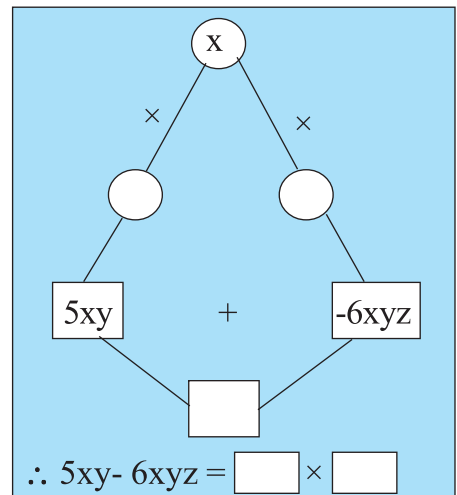
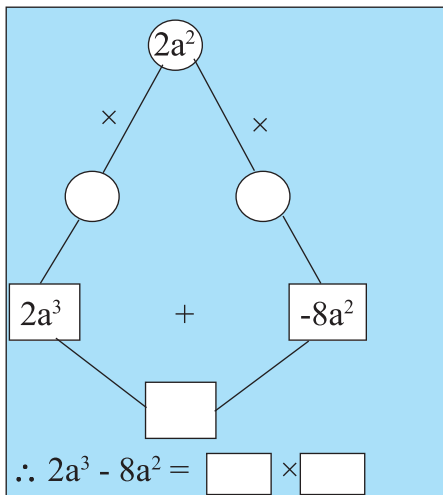
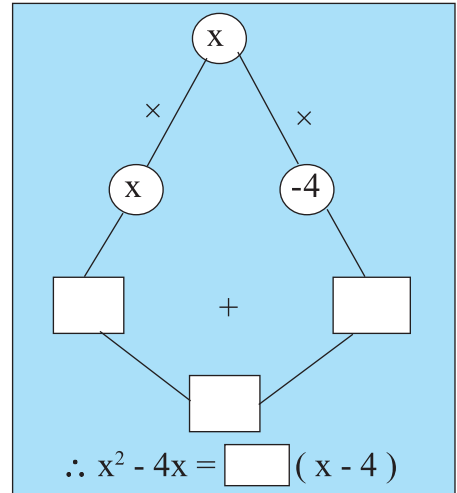
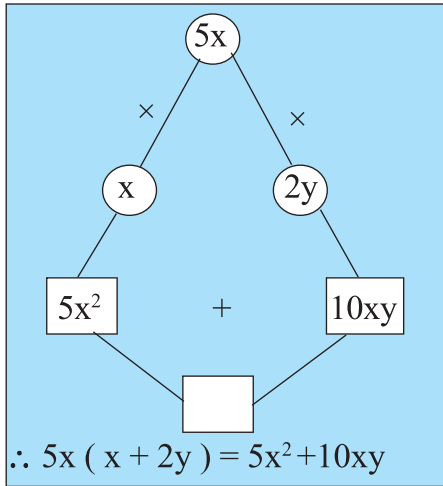
$\therefore$ ক্ষেত্রফল = $x\,(3x + 6)$ বর্গ একক।

৪) নীল বর্গাকার কার্ড ও লাল আয়তাকার কার্ড নীচের মতো সাজালাম। কি পেলাম লিখি

	x	x	x
x	x^2	x^2	x^2
1	x	x	x
1	x	x	x

$\therefore$ ক্ষেত্রফল

$= 3x (x + 2)$ বর্গ একক।

$\therefore 3x^2 + 6x = 3x (x + 2)$

নীচের গোলাকার ঘরের সংখ্যাগুলি গুণ করি ও চৌকো ঘরের সংখ্যাগুলি যোগ করি। কি পাই দেখি।

নিজে করি — 19.2

1) উৎপাদকে বিশ্লেষণ করি।

i) $2 + 14x$ ii) $5x - 20y$ iii) $6x - 3y$ iv) $3a^2 - 12a$

2) নীচের বীজগাণিতিক সংখ্যামালার সাধারণ উৎপাদকগুলি লিখি।

i) $6a , 2a^2$ ii) $5x , 6xy$ iii) $4xyz , 12yz$ iv) $7a^2b , 14abc$

$(x^2 + xy + 7x + 7y)$ - এই বীজগাণিতিক সংখ্যামালার উৎপাদকে বিশ্লেষণ কিভাবে করব? চেষ্টা করে দেখি।

প্রথমে $x^2 + xy + 7x + 7y$ - কে সাজিয়ে ঠিকমতো দুটি দলে ভাগ করে নিতে হবে।

$(x^2 + 7y + xy + 7x)$ -কে এইভাবে সাজালে হবে না।

এবার $(x^2 + xy)$ ও $(7x + 7y)$ দুটি দলে ভাগ করে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করতে হবে।

$$\therefore x^2 + xy + 7x + 7y = x \times x + x \times y + 7 \times x + 7 \times y$$
$$= x \times (x + y) + 7 \times (x + y)$$
$$= (x + y) (x + 7)$$ [বিচ্ছেদ নিয়ম থেকে পাই]

$15pq + 15 + pq + 25p$ -কে উৎপাদকে বিশ্লেষণের চেষ্টা করি।

$(15pq + 15 + 9q + 25p)$ - কে ঠিকমতো দলে ভাগ করে সাজিয়ে পাই,

$(15pq + 25p) + (9q + 15)$

$= (5 \times 3 \times p \times q + 5 \times 5 \times p) + (3 \times 3 \times q + 3 \times 5)$

$= 5 \times p (3 \times q + 5) + 3 (3 \times q + 5)$

$= (3 \times q + 5) (5 \times p + 3)$

$= (3q + 5) (5p + 3)$

নিজে করি — 19.3

উৎপাদকে বিশ্লেষণ করি।

i) $xy + y + 3x + 3$ ii) $pq - q + 2p - 2$

iii) $6xy + 3y + 4x + 2$ iv) $10xy + 2y + 5x + 1$

কষে দেখি—19.1

1) নীচের বীজগাণিতিক সংখ্যামালাগুলির উৎপাদকে বিশ্লেষণ করি।

(i) $7xy$ (ii) $9x^2y$ (iii) $16\ ab^2c$ (iv) $-25lmn$ (v) $12x\ (2 + x)$ (vi) $-5\ pq\ (p^2 + 8)$ (vii) $21\ xy^2 (3x - 2)$ (viii) $121\ mn\ (m^2 - n)$

2) নীচের বীজগাণিতিক সংখ্যামালাগুলির সাধারণ উৎপাদক খুঁজি ও লিখি।

(i) $22\ xy,\ 33\ xz$ (ii) $14\ ab^2, 21ab$ (iii) $-16\ mnl,\ -39\ nl^2$
(iv) $12a^2b,\ 18ab^2,\ 24abc$ (v) $2\ xy,\ 4yz,\ 6\ xz$ (vi) $18x^2,\ 27x^3,\ -45x$
(vii) $5\ mn,\ 6n^2 l^2,\ 7l^3m^2$

3) দুটি বীজগাণিতিক সংখ্যামালা লিখি যাদের সাধারণ উৎপাদক —

i) x^2 ii) $2xy$ iii) $4a^2$ iv) $(mn + 2)$ iv) $x\ (y + 2)$

4) উৎপাদকে বিশ্লেষণ করি।

i) $5 + 10x$ ii) $2x - 6$ iii) $7m - 14n$ iv) $18xy + 21xz$ v) $4xy + 6yz$
vi) $7xyz - 6xy$ vii) $7a^2 + 14a$ viii) $-15m + 20$ ix) $6a^2b + 8ab^2$
x) $3a^2 - ab^2$ xi) $abc - bcd$ xii) $60xy^3 + 4xy - 8$
xiii) $x^2yz + xy^2z + xyz^2$ xiv) $a^3 - a^2 + a$ xv) $x^2 y^2 z^2 + x^2y^2 + x^2 y^2 q^2$

5) নীচের বীজগাণিতিক সংখ্যামালাগুলির উৎপাদকে বিশ্লেষণ করি।

i) $xy + 2x + y + 2$ ii) $ab - 5b + a - 5$ iii) $6xy - 9y + 4x - 6$
iv) $15m + 9 - 35mn - 21n$ v) $ax + bx - ay - by$ vi) $c - 9 + 9ab - abc$

বীজগাণিতিক সংখ্যামালাগুলির উৎপাদকে বিশ্লেষণের চেষ্টা করি

প্রথমে পরিচিত অভেদগুলি লেখার চেষ্টা করি:

$a^2+2ab+b^2 = \square$ —— (I)

$a^2-2ab+b^2 = \square$ —— (II)

$a^2-b^2 = (a+b) \times \square$ —— (III)

i) $4x^2+4x+1$
$= (2x)^2+2.2x.1+(1)^2$
$= (2x+1)^2$ [I নং থেকে পাই]
$= (2x+1)\times(2x+1)$

ii) $9x^2 - 6x + 1$
$= \square^2 - 2.\square.1+(1)^2$
$= (3x-1)^2$ [II নং থেকে পাই]
$= (3x-1)\times(3x-1)$

iii) $x^2- 4y^2$
$= x^2 - (2y)^2$
$= (x +2y)(x - 2y)$ [III নং থেকে পাই]

iv) $16x^2- 25y^2$
$= \square^2 - \square^2$
$= (4x+5y) (4x- 5y)$ [III নং থেকে পাই]

v) $x^2 + 10x + 25$
$= x^2 + 2\times x \times \square + \square^2$
$= (x + 5)^2 = (x + 5)\times(x + 5)$

vi) $25x^2 - 20x + 4$
$= \square - \square\square\square + 2^2$
$= (5x - 2)^2$

vii) $49 m^4 - 100$
$= (7m^2)^2 - \square^2$
$= (7m^2 + 10) (7m^2 - 10)$

viii) $a^2 - 2ab + b^2 - c^2$
$= (a^2 - 2ab + b^2) - c^2$
$= (a - b)^2 - c^2$
$= (a- b + c) (a-b-c)$

ix) $16(3x + 2y)^2 - 9(x - 2y)^2$
$= 4^2 \times (3x + 2y)^2 - 3^2 \times (x - 2y)^2$
$= \{4(3x+2y)\}^2 - \{3(x-2y)\}^2$
$= A^2 - B^2$ **$4(3x + 2y) = A$, $3(x - 2y) = B$ ধরে**
$= (A + B) (A-B)$
$= \{4(3x+2y) + 3(x -2y)\} \{4(3x+2y) - 3(x-2y)\}$
$= (12x+8y +3x - 6y) (12x + 8y - 3x + 6y)$
$= (12x + 3x + 8y - 6y) (12x - 3x + 8y + 6y)$
$= (15x + 2y) (9x + 14y)$

x) $(2a^2 + b^2 - c^2)^2 - (2a^2+c^2)^2$
$= A^2 - B^2$ **$2a^2 + b^2-c^2 = A$ এবং $2a^2 + c^2 = B$ ধরে**
$= (\square + \square) (\square - \square)$
$=\{(2a^2+b^2-c^2)+(2a^2+c^2)\} \{(2a^2+b^2-c^2)-(2a^2+c^2)\}$
$= \{\square\} \times \{\square\}$
$= (4a^2 + b^2) \times (b^2 - 2c^2)$
$= (4a^2 + b^2) (b^2 - 2c^2)$

আমি নীচের বীজগণিতিক সংখ্যামালাগুলির উৎপাদকে বিশ্লেষণ করি ও কোন অভেদের সাহায্য নেব দেখি।

(i) $x^4 + 64y^{4,}$ (ii) $a^4 + a^2b^2 + b^4$, (iii) $x^4 - 3x^2b^2 + 95^4$

(i) $x^4 + 64y^4$

$= x^4 + 64y^4 = (x^2)^2 + (8y^2)^2$

$= (x^2)^2 + (8y^2)^2 + 2.x^2.8y^2 - 2.x^2.8y^2$

$= (x^2+8y^2)^2 - 16x^2y^2$

$= (x^2+8y^2)^2 - (4xy)^2$

$= (x^2+8y^2+4xy)(x^2+8y^2-4xy)$

(ii) $a^4+a^2b^2+b^4$

$= (a^2)^2 + 2a^2b^2 + (b^2)^2 - a^2b^2$

$= (a^2+b^2)^2 - (ab)^2$

$= (\square + \square)(\square - \square)$

অন্যভাবে $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$ অভেদ ব্যবহার করে উৎপাদকে বিশ্লেষণের চেষ্টা করি।

(i) x^4+64y^4

$= (x^2)^2+(8y^2)^2$

$= (x^2+8y^2)^2-2.x^2.8y^2$

$= (x^2+8y^2)^2-16x^2y^2$

$= (x^2+8y^2+4xy)(x^2+8y^2-4xy)$

(ii) $a^4+a^2b^2+b^4$

$= a^4+b^4+a^2b^2$

$= (a^2)^2+(b^2)^2+a^2b^2$

$= (a^2+b^2)^2-2a^2b^2+a^2b^2$

$= (a^2+b^2)^2-a^2b^2$

$= (a^2+b^2)^2-(ab)^2$

$= (a^2+b^2+ab)(a^2+b^2-ab)$

(iii) $x^4 - 3x^2y^2 + 9y^4$

$= x^4 + 9y^4 - 3x^2y^2$

$= \square^2 + \square^2 - 3x^2y^2$

$= (x^2+3y^2)^2 - 2.x^2 3y^2 - 3x^2y^2$

$= (x^2+3y^2)^2 - 9x^2y^2$

$= (x^2+3y^2)^2 - (3xy)^2$

$= (\square + \square)(\square - \square)$

যদি এভাবে করি

$x^4 - 3x^2y^2 + 9y^4$

$= (x^2)^2 + 2.x^2.3y^2 + (3y^2)^2 - 6x^2y^2 - 3x^2y^2$

$= (x^2+3y^2)^2 - 9x^2y^2$

$= (x^2-3y^2)^2 - (3xy)^2$

$= (\square + \square)(\square - \square)$

কষে দেখি - 19.2

1) উৎপাদকে বিশ্লেষণ করি —

(i) $x^2 + 14x + 49$ (ii) $4m^2 - 36m + 81$ (iii) $25x^2+30x+9$

(iv) $121b^2 - 88bc + 16$ (v) $(x^2y)^2-4x^2y^2$ (vi) $a^4+4a^2b^2+4b^4$

(vii) $4x^2 - 16$ (viii) $121 - 36x^2$ (ix) $x^2y^2 -p^2q^2$

(x) $80m^2 - 125$ (xi) $ax^2 - ay^2$ (xii) $1 - (m + n)^2$

(xiii) $(2a - b - c)^2 - (a - 2b - c)^2$ (xiv) $x^2 - 2xy -3y^2$

(xv) $x^2 + 9y^2 + 6xy - z^2$ (xvi) $a^2 - b^2 + 2bc - c^2$

(xvii) $a^2 (b - c)^2 - b^2 (c - a)^2$ (xviii) $x^2 - y^2 -6yz - 9z^2$

(xix) $x^2-y^2+4x - 4y$ (xx) $a^2-b^2+c^2-d^2-2(ac-bd)$

(xxi) $2ab-a^2-b^2+c^2$ (xxii) $36x^2-16a^2-24ab-9b^2$

(xxiii) $a^2-1+2b-b^2$ (xxiv) a^2-2a-b^2+2b

(xxv) $(a^2-b^2)(c^2-d^2)-4abcd$ (xxvi) $a^2-b^2-4ac+4bc$

(xxvii) $(a^2-b^2-c^2+d^2)^2-4(ad-bc)^2$ (xxviii) $3x^2-y^2+z^2- 2xy - 4xz$

2) উৎপাদকে বিশ্লেষণ করি—

(i) $81x^4+4y^4$ (ii) $p^4-13p^2q^2+4q^4$ (iii) x^8-16y^8

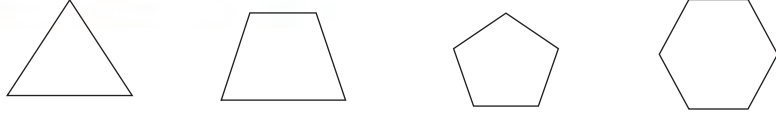
(iv) $x^4+x^2y^2+y^4$ (v) $3x^4+2x^2y^2-y^4$ (vi) x^4+x^2+1

(vii) $x^4+6x^2y^2+8y^4$ (viii) $3x^2-y^2+z^2-2xy-4xz$

(ix) $3x^4- 4x^2y^2+y^4$ (x) $p^4-2p^2q^2-15q^4$ (xi) $x^8+x^4y^4+y^8$

20. চতুর্ভুজের শ্রেণিবিভাগ

আজ আমি, শান্তনু, রফিক ও শ্রাবণী সবাই মিলে নিজেদের খাতায় নানাধরনের জ্যামিতিক চিত্র আঁকার চেষ্টা করছি। আমাদের আঁকা চিত্রগুলির মধ্যে যে চিত্রগুলি বন্ধচিত্র হবে, সেই কাগজগুলির দাগ বরাবর কেটে পিচবোর্ডে আটকে বিভিন্ন রকমের মডেল তৈরি করে সেগুলি প্রদর্শনিতে দেব।

শান্তনু আঁকল —

শান্তনু কতকগুলি বন্ধ সামতলিক চিত্র এঁকেছে। এদের কি বলে জানার চেষ্টা করি।

এদের বহুভুজ বলে।

কিন্তু এরা বহুভুজ নয়।

ত্রিভুজ, চতুর্ভুজ, পঞ্চভুজ, ষড়ভুজ ইত্যাদি সবাই বহুভুজ।

অর্থাৎ সরলরেখাংশ দিয়ে তৈরি যে বন্ধ সামতলিক চিত্রে তিনটি বা তিনটির বেশি সরলরেখাংশ আছে তাদের বহুভুজ বলে।

কিন্তু রফিক আঁকল —

রফিকের ছবিগুলির প্রত্যেকটিই ☐ টি বাহু দ্বারা সীমাবদ্ধ সামতলিক চিত্র। অর্থাৎ রফিক নানাধরনের চতুর্ভুজ এঁকেছে।

আমিও রফিকের মতো নানাধরনের চতুর্ভুজ আঁকার চেষ্টা করি।

আমি আঁকলাম—

কিন্তু শ্রাবণী অন্য ধরনের বহুভুজ আঁকল।

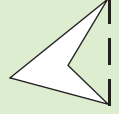
শ্রাবণী আঁকল —

যে সরলরেখাংশগুলি দিয়ে বহুভুজটি তৈরি সেই সরলরেখাংশগুলিকে বহুভুজের বাহু বলে। দুটি বাহুর ছেদবিন্দুকে বহুভুজের শীর্ষবিন্দু বা কৌণিক বিন্দু বলে।

শ্রাবণীর আঁকা বহুভুজগুলি আমাদের আঁকা বহুভুজগুলি থেকে অন্যরকম দেখতে কেন? এদের কি বলা হয়?

শ্রাবণীর আঁকা বহুভুজের সব কর্ণগুলি সেই বহুভুজাকৃতিক্ষেত্রের ভেতর নেই।

এই ধরনের বহুভুজ কুব্জ বহুভুজ নয়। এদের অকুব্জ বহুভুজ বলে।

অকুব্জ বহুভুজের অন্তঃকোণগুলি কেমন হয় দেখি।

অকুব্জ বহুভুজ

যে বহুভুজের সব কর্ণগুলি সেই বুহুভুজাকৃতিক্ষেত্রের ভেতর থাকে তাকে কুব্জ বহুভুজ বলে। কুব্জ বহুভুজের অন্তঃকোণগুলি কেমন হয় দেখি।

কুব্জ বহুভুজ

কিন্তু যেকোনো বহুভুজের কর্ণ কিভাবে পাব?

যে কোনো বহুভুজের ঠিক পরপর অবস্থিত নয় এমন দুটি শীর্ষবিন্দু যোগ করে কর্ণ পাই।

চতুর্ভুজের $\square$ টি কর্ণ। পঞ্চভুজের $\square$ টি কর্ণ। কিন্তু ত্রিভুজের কোনো কর্ণ নেই।

ত্রিভুজের বাহুর সংখ্যা 3টি। কর্ণের সংখ্যা $= \frac{3\,(3-3)}{2}$ টি $= \square$ টি।

চতুর্ভুজের বাহুর সংখ্যা 4টি। কর্ণের সংখ্যা $= \frac{4\,(4-3)}{2}$ টি $= \square$ টি।

পঞ্চভুজের বাহুর সংখ্যা 5টি । কর্ণের সংখ্যা $= \frac{5(5-3)}{2}$ টি $= \square$ টি।

ষড়ভুজের বাহুর সংখ্যা 6টি । কর্ণের সংখ্যা $= \frac{6(6-3)}{2}$ টি $= \square$ টি।

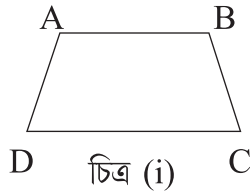
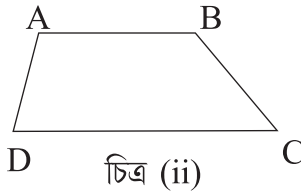
বহুভুজের বাহুর সংখ্যা n টি। কর্ণের সংখ্যা $= \frac{\square(\square-\square)}{\square}$ টি।

আজ আমরা আমাদের আঁকা কুব্জ চতুর্ভুজ নিয়ে পরীক্ষা করি।

আমি আমাদের আঁকা সব চতুর্ভুজাকারক্ষেত্রগুলি কাঁচি দিয়ে কেটে আলাদা করে রাখলাম। দেখছি চতুর্ভুজের শীর্ষবিন্দু ☐ টি, বাহু ☐ টি ও কোণ ☐ টি।

এই চতুর্ভুজাকারক্ষেত্রগুলির মধ্যে যাদের একজোড়া বিপরীতবাহু পরস্পর সমান্তরাল তাদের একটা পিচবোর্ডে আটকে দিলাম।

কিন্তু এই ধরণের চতুর্ভুজগুলিকে কি বলা হয়?

যে সব চতুর্ভুজের একজোড়া বিপরীতবাহু পরস্পর সমান্তরাল তাদের ট্রাপিজিয়াম বলা হয়।

এরা সবাই ট্রাপিজিয়াম।

এদের AB ।। DC

অর্থাৎ AB ও DC পরস্পর সমান্তরাল

যেসব ট্রাপিজিয়ামের একজোড়া বিপরীত বাহু সমান্তরাল কিন্তু অপর বিপরীত বাহু দুটি যদি অসমান্তরাল হয় তাহলে ওই দুটি বাহুকে কি বলব?

উপরের চিত্র দুটিতে ABCD ট্রাপিজিয়ামের AB ।। DC এবং AD ও BC অসমান্তরাল। এই অসমান্তরাল বাহুদ্বয়কে তির্যক বাহু বলে।

যে ট্রাপিজিয়ামের তির্যক বাহুদুটির দৈর্ঘ্য সমান হয়সেই ট্রাপিজিয়ামকে সমদ্বিবাহু ট্রাপিজিয়াম বলে।

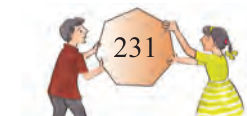
এবার বুঝেছি, উপরের (ii) নম্বর চিত্রে ABCD ট্রাপিজিয়ামের AB ।। DC এবং AD ও BC বাহু অসমান্তরাল। কিন্তু (i) নম্বর চিত্রে AD = BC তাই ABCD একটি ☐ ট্রাপিজিয়াম হবে।

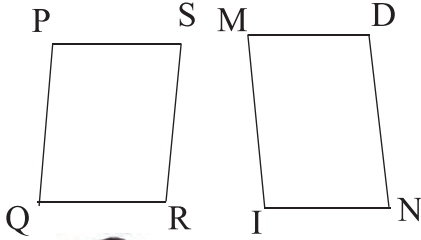
চাঁদা ও স্কেলের সাহায্যে মেপে দেখছি চিত্র (i) এ ∠ ADC = ☐ ডিগ্রি, ∠ DCB = ☐ ডিগ্রি, ∠ ABC= ☐ ডিগ্রি, ∠ BAD = ☐ ডিগ্রি। কর্ণ BD = ☐ সেমি. ও কর্ণ AC = ☐ সেমি.।

∠ ADC + ∠ DCB = ☐ ডিগ্রি, ∠ ADB + ∠ DAB = ☐ ডিগ্রি।

দেখছি DC বাহু সংলগ্ন কোণ দুটির পরিমাপের সমষ্টি দুই সমকোণের ☐ (বেশি / কম)।

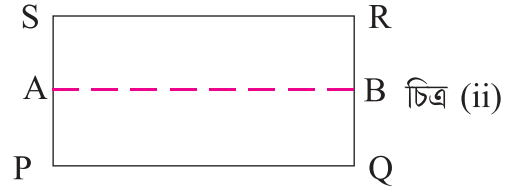
AD বাহু সংলগ্ন কোণ দুটির পরিমাপের সমষ্টি দুই সমকোণের ☐।

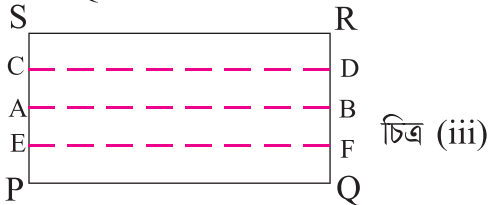
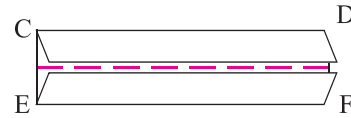
চতুর্ভুজের কোনো বাহু সংলগ্ন দুটি কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ হলে অন্য দুটি বিপরীত বাহুপরস্পর সমান্তরাল। আবার দেখলাম ট্রাপিজিয়ামের তির্যক বাহুদুটির দৈর্ঘ্য সমান হলে তাদের যেকোনো সমান্তরাল বাহু সংলগ্ন কোণগুলির পরিমাপও ☐ (সমান/অসমান) হবে এবং ট্রাপিজিয়ামটির কর্ণদ্বয়ের পরিমাপও ☐ (সমান/অসমান) হবে।

কিন্তু যদি ট্রাপিজিয়ামের তির্যক বাহুদুটিও পরস্পর সমান্তরাল হয়ে যায়, তখন সেই ট্রাপিজিয়ামকে কি বলব ?

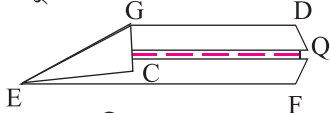
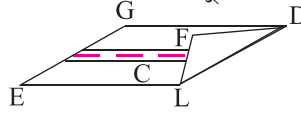
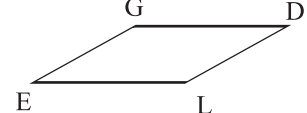
যদি ট্রাপিজিয়ামের তির্যক বাহু দুটিও পরস্পর সমান্তরাল হয় তখন তাকে সামান্তরিক বলব। অর্থাৎ যে চতুর্ভুজের বিপরীত বাহুগুলি পরস্পর সমান্তরাল তাকে সামান্তরিক বলে। তাই সামান্তরিক একটি ☐ (ট্রাপিজিয়াম / ট্রাপিজিয়াম নয়)।

ছবিতে PQRS , MIND ও REST তিনটিই সামান্তরিক কারণ PQ।। RS এবং PS ।। QR

MI ☐ DN এবং MD ☐ IN ,
RE ☐ TS ও RT ☐ ES

আমি আমার আয়তাকার খাতার পাতা ভাঁজ করে সামান্তরিক তৈরির চেষ্টা করি

1) আমি নীচের চিত্রের মতো খাতার একটি পাতা নিয়ে দৈর্ঘ্যের সমান্তরালে চিত্র (ii) এর মতো মাঝ বরাবর ভাঁজ করলাম এবং পাতাটির ধারদুটি SR ও PQ চিহ্নিত করলাম।

চিত্র (i) চিত্র (ii)

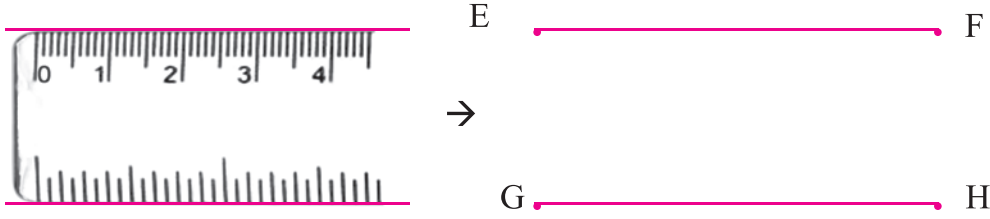
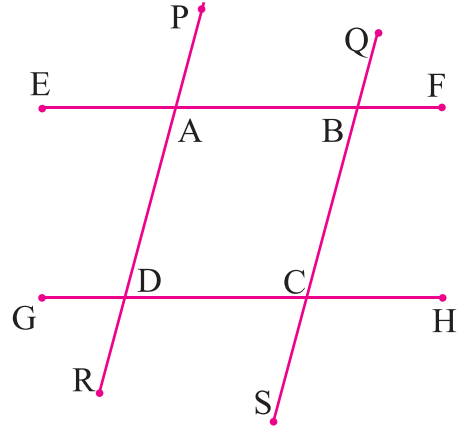
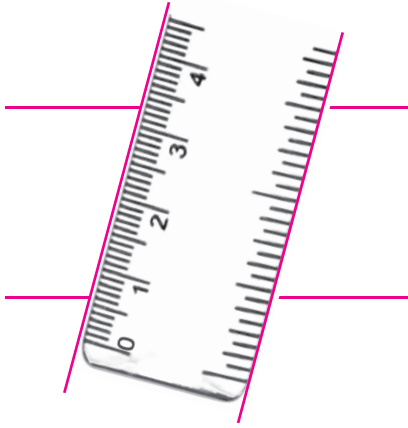
2) এবার আমি চিত্র (iii) এর মতো CD ও EF সরলরেখাংশ বরাবর এমন ভাবে ভাঁজ করলাম যাতে SR ও PQ ধার AB সরলরেখাংশের সাথে মিশে যায় এবং চিত্র (iv) এর মতো দেখতে হয়।

চিত্র (iii) চিত্র (iv)

3) এরপর C ও F কোণদুটিকে চিত্র (v) ও চিত্র (vi) -এর মতো এমন ভাবে ভাঁজ করলাম যাতে CG ও FL ধার দুটি ঠিক পাশাপাশি লেগে থাকে। পাতাটির ভাঁজ খুলে EGDL সামান্তরিক পেলাম।

চিত্র (v) চিত্র (vi) চিত্র (vii)

এক্ষেত্রে EG ।। LD, GD ।। EL $\therefore$ EGDL একটি সামান্তরিক

মেপে দেখি, EL = ☐ সেমি., LD = ☐ সেমি., GD = ☐ সেমি., EG = ☐ সেমি.

$\therefore$ EG ☐ LD [= অথবা ≠ বসাই] এবং EL ☐ GD [= অথবা ≠ বসাই]

আমি আমার স্কেলের সাহায্যে খাতায় সামান্তরিক আঁকি। অনুভূমিকভাবে স্কেল বসিয়ে দুই প্রান্তে দুটি সমান্তরাল সরলরেখাংশ আঁকলাম।

এবার তির্যকভাবে স্কেল বসিয়ে অন্য দুটি সমান্তরাল সরলরেখাংশ আঁকালম

ABCD সামান্তরিকের AB-এর বিপরীত বাহু □

AB-এর সন্নিহিত বাহু □ ও □

স্কেলের সাহায্যে মেপে দেখছি AB □ DC [= অথবা ≠ বসাই]

স্কেলের সাহায্যে মেপে দেখছি, AD □ BC [= অথবা ≠ বসাই]

চাঁদার সাহায্যে মেপে দেখছি,

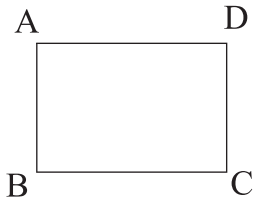
$\angle$DAB = □ ডিগ্রি , $\angle$ABC = □ ডিগ্রি , $\angle$DCB = □ ডিগ্রি ও $\angle$ADC = □ ডিগ্রি।

$\angle$DAB + $\angle$ADC = □ ডিগ্রি। $\angle$ADC + $\angle$DCB = □ ডিগ্রি

আবার, $\angle$BAD □ $\angle$BCD, $\angle$ABC □ $\angle$ADC [= অথবা ≠ বসাই]

দেখছি সামান্তরিকের বিপরীত বাহুর দৈর্ঘ্য সমান ও বিপরীত কোণের মান সমান কিন্তু যদি সামান্তরিকের একটি কোণের পরিমাপ 90^0 হয় তাহলে কি পাব?

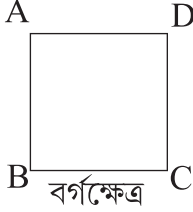
সামান্তরিকের একটি কোণের পরিমাপ 90^0 হলে আয়তক্ষেত্র পাব।

অর্থাৎ যে সামান্তরিকের একটি কোণের পরিমাপ 90^0 তাকে আয়তক্ষেত্র বলে।

ABCD একটি আয়তক্ষেত্রের $\angle ABC = 90°$

কিন্তু দেখছি $\angle BCD = \angle CDA = \angle DAB =$ ☐ ডিগ্রি [নিজে মেপে দেখি]

আবার, AB ☐ DC [= অথবা ≠ বসাই]

AD ☐ BC [= অথবা ≠ বসাই]

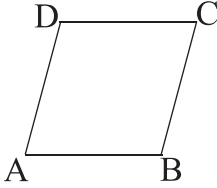
আমি একটি আয়তক্ষেত্র আঁকলাম যার প্রতিটি বাহু সমান। এর নাম কি বর্গক্ষেত্র ? বাহু ও কোণের মাপ নিয়ে কি পাই দেখি।

কাগজ ABCD আয়তক্ষেত্রের $AB = BC = DC = AD =$ ☐ সেমি.

এই ধরনের আয়তক্ষেত্রকে বর্গক্ষেত্র বলে।

এখানে $\angle ABC = \angle BCD = \angle CDA = \angle DAB =$ ☐ ডিগ্রি [নিজে করি]

$\angle BAD + \angle ABC =$ ☐ ডিগ্রি। $\angle ABC + \angle BCD =$ ☐ ডিগ্রি

আমি একটি সামান্তরিক আঁকলাম যার একজোড়া সন্নিহিত বাহুর দৈর্ঘ্য সমান। এই ধরনের সামান্তরিককে কি বলব?

যে সামান্তরিকের একজোড়া সন্নিহিত বাহুর দৈর্ঘ্য সমান তাকে রম্বস বলে। অর্থাৎ রম্বসের প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য সমান।

স্কেলের সাহায্যে মেপে দেখছি $AB = BC = CD = AD =$ ☐ সেমি.

ABCD বর্গক্ষেত্রের,

$\angle BAC =$ ☐ ডিগ্রি, $\angle BCD =$ ☐ ডিগ্রি,

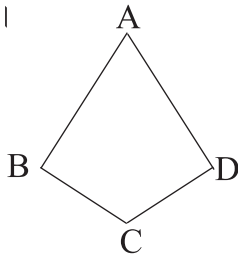
$\angle ADC =$ ☐ ডিগ্রি ও $\angle ABC =$ ☐ ডিগ্রি

$\angle BAD$ ☐ $\angle BCD$ ও $\angle ADC$ ☐ $\angle ABC$ [= অথবা ≠ বসাই]

বর্গক্ষেত্রের প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য সমান। বর্গক্ষেত্রও কি এক ধরনের রম্বস? (ভেবে দেখি)

আবার, বর্গক্ষেত্র একটি সামান্তরিক যার 1টি কোণের পরিমাপ 90^0 ও একজোড়া সন্নিহিত বাহুর দৈর্ঘ্য সমান।

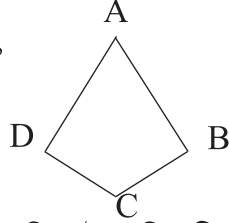
∴ বর্গক্ষেত্র কি একটি বিশেষ ধরনের আয়তক্ষেত্র? (ভেবে দেখি)

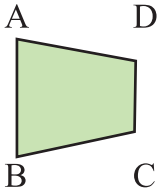
রফিকের বোন আনোয়ারাও আমাদের সাথে কাগজ কেটে চতুর্ভুজাকৃতিক্ষেত্র তৈরি করছিল। সে কিছু নতুন ধরনের চতুর্ভুজাকৃতিক্ষেত্র তৈরি করল যার একজোড়া সন্নিহিত বাহুর দৈর্ঘ্য সমান ও অপর দুটি বাহুর দৈর্ঘ্যও সমান।

ABCD চতুর্ভুজের সন্নিহিত বাহু $AB = AD$ ও $BC = DC$

এই ধরনের চতুর্ভুজকে কি বলব?

যে চতুর্ভুজের একজোড়া সন্নিহিত বাহুর দৈর্ঘ্য সমান এবং অপর দুটি বাহুর দৈর্ঘ্যও সমান তাকে **কাইট** বলা হয়।

কাগজ কেটে পেলাম,

এই ছবিতে AB = AD ও BC = DC

কিন্তু AB = BC হলে কি পাই দেখি **[নিজে করি]**

আমি নানা ধরণের চতুর্ভুজের কোণগুলি চাঁদার সাহায্যে মাপব ও এদের মধ্যে সম্পর্ক খুঁজব।

আমি কাগজে চতুর্ভুজ এঁকে দাগ বরাবর কেটে নিলাম।

→ চাঁদার সাহায্যে মেপে দেখছি ,

$\angle BAD$ = □ ডিগ্রি, $\angle ABC$ = □ ডিগ্রি,

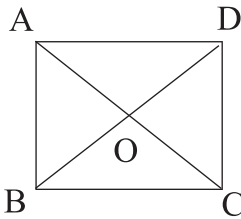
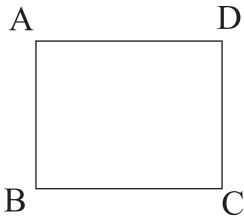
$\angle BCD$ = □ ডিগ্রি , $\angle ADC$ = □ ডিগ্রি

$\angle BAD + \angle ABC + \angle BCD + \angle ADC$ = □ ডিগ্রি + □ ডিগ্রি + □ ডিগ্রি + □ ডিগ্রি = □ ডিগ্রি

নিজে করি— 20.1

স্কেল বসিয়ে একটি সামান্তরিক আঁকি ও সামান্তরিকের বিপরীত বাহু ও বিপরীত কোণ মেপে তাদের মধ্যে সম্পর্ক খুজি। চারটি কোণের সমষ্টি কত হবে হাতেকলমে দেখি।

শান্তনু ও রফিক কিছু চতুর্ভুজাকৃতিক্ষেত্র আঁকা কাগজ কেটে নিয়েছে। তারা কাগজগুলির বিপরীত কৌণিক বিন্দু বরাবর ভাঁজ করে কর্ণ খুঁজছে ও তাদের মধ্যে সম্পর্ক খুঁজছে।

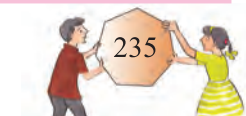
একটি আয়তক্ষেত্রাকার কাগজ ভাঁজ করে দেখছি—

ABCD আয়তক্ষেত্রের কর্ণ AC = □ সেমি. ও কর্ণ BD = □ সেমি.।

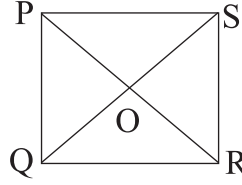
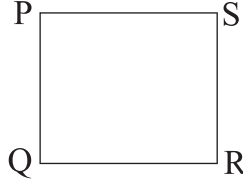
AC-এর মধ্যবিন্দু পেলাম O বিন্দু [ভাঁজ করে]

BD-এর মধ্যবিন্দু পেলাম □ বিন্দু।

চাঁদার সাহায্যে মেপে দেখছি $\angle AOD$ = □ ডিগ্রি = $\angle BOC$

$\angle AOB$ = □ ডিগ্রি = □ [$\angle AOD$ / $\angle DOC$]

দেখছি, আয়তক্ষেত্রের কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য □ [সমান / অসমান] এবং O বিন্দুতে কর্ণদ্বয় সমদ্বিখণ্ডিত হয়েছে।

আমি PQRS বর্গক্ষেত্রাকার কাগজ কর্ণ বরাবর ভাঁজ করি ও কি পাই দেখি।

PQRS বর্গক্ষেত্রের কর্ণ PR = ☐ সেমি.

কর্ণ PR বরাবর কাগজ ভাঁজ করি। আবার কর্ণ QS বরাবর কাগজ ভাঁজ করি।

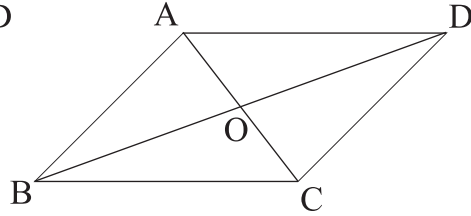
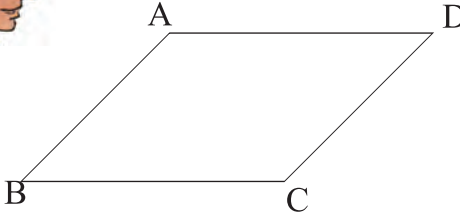
কাগজ ভাঁজ করে PR কর্ণের মধ্যবিন্দু পেলাম O বিন্দু এবং QS কর্ণের মধ্যবিন্দু ☐ বিন্দু।

আবার PO = OS = OR = ☐

চাঁদার সাহায্যে মেপে দেখছি, $\angle$ POQ = ☐ ডিগ্রি

$\therefore$ $\angle$ POQ = $\angle$ QOR = $\angle$ ROS = $\angle$ SOP = 90 ডিগ্রি

$\therefore$ বর্গক্ষেত্রের কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য ☐ [সমান / অসমান] এবং কর্ণদ্বয় O বিন্দুতে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত হয়েছে।

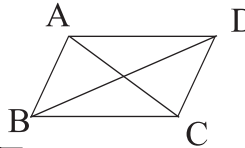
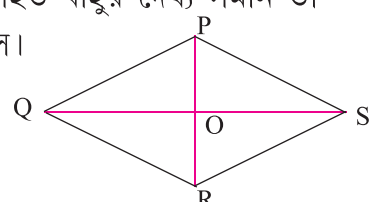
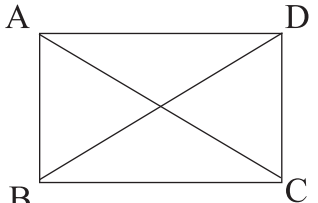
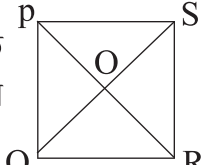
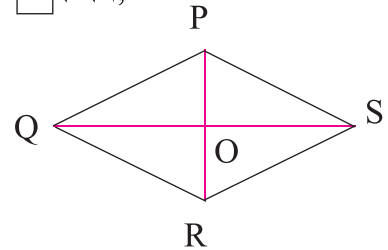
আমি ABCD সামান্তরিক আকৃতির কাগজকে কর্ণ বরাবর ভাঁজ করি ও কি পাই দেখি —

দেখছি, ABCD সামান্তরিকের AO = OC এবং DO = BO

$\therefore$ সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

আমি PQRS রম্বসাকার কাগজ ভাঁজ করে দেখছি কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য ☐ [সমান / অসমান] **(নিজে করি)**

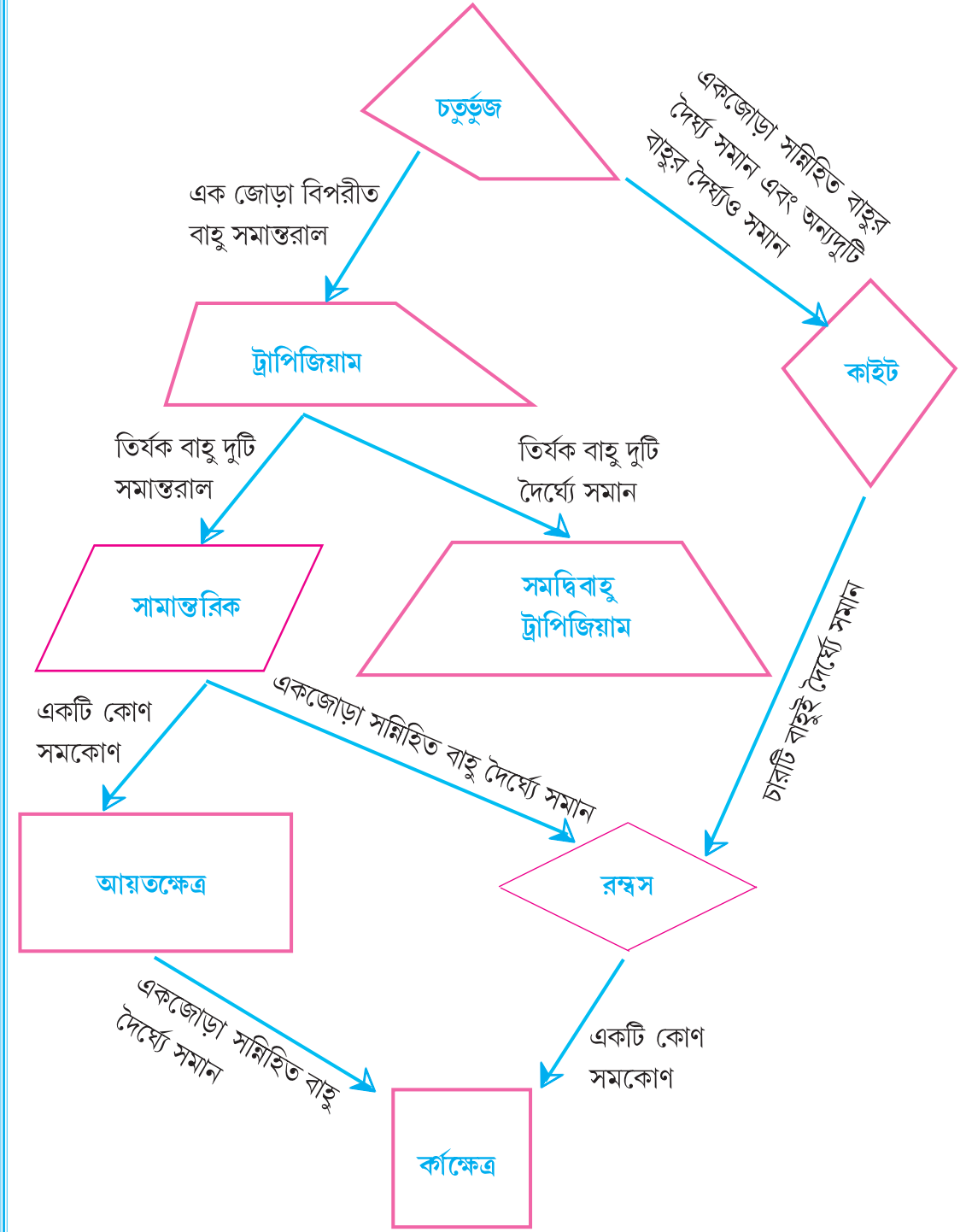
কিন্তু PO = RO এবং QO = SO

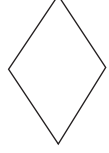
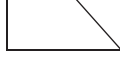
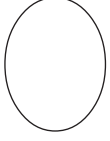
চাঁদার সাহায্যে মেপে দেখছি, $\angle$ POS = ☐ ডিগ্রি, $\angle$ POQ = ☐ ডিগ্রি,

$\angle$ QOR = ☐ ডিগ্রি, $\angle$ ROS = ☐ ডিগ্রি

$\therefore$ $\angle$ POS= $\angle$ POQ = $\angle$ QOR = $\angle$ ROS = ☐ ডিগ্রি

রম্বসের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

আমরা যা পেলাম নীচের ঘরে লেখার চেষ্টা করি

চতুর্ভুজ	হাতে কলমে পেলাম
সামান্তরিক : যে চতুর্ভুজের বিপরীতবাহুগুলি পরস্পর সমান্তরাল তা সামান্তরিক	1) বিপরীত বাহুগুলির দৈর্ঘ্য সমান। 2) বিপরীত কোণগুলির পরিমাপ সমান। 3) কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য ☐ (সমান / অসমান)। 4) কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখন্ডিত করে।
রম্বস : যে সামান্তরিকের একজোড়া সন্নিহিত বাহুর দৈর্ঘ্য সমান তা রম্বস।	1) সকল বাহুর দৈর্ঘ্য সমান। 2) বিপরীত কোণগুলির পরিমাপ সমান। 3) কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য ☐ (সমান / অসমান)। 4) কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখন্ডিত করে।
আয়তক্ষেত্র : যে সামান্তরিকের একটি কোণ 90^0 তা আয়তক্ষেত্র	1) বিপরীত বাহুগুলির দৈর্ঘ্য ☐ (সমান / অসমান)। 2) প্রতিটি কোণের পরিমাপ ☐ ডিগ্রি। 3) কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য ☐ (সমান / অসমান)। 4) কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখন্ডিত করে।
বর্গক্ষেত্র : যে আয়তক্ষেত্রের একজোড়া সন্নিহিত বাহুর দৈর্ঘ্য সমান তা **বর্গক্ষেত্র**	1) প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য ☐ (সমান / অসমান) 2) প্রতিটি কোণের পরিমাপ ☐ ডিগ্রি 3) কর্ণদ্বয় ☐ (সমান / অসমান) 4) কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখন্ডিত করে।

চতুর্ভুজের শ্রেণিবিভাগ
চতুর্ভুজ
এক জোড়া বিপরীত
বাহু সমান্তরাল
একজোড়া সন্নিহিত বাহুর
দৈর্ঘ্য সমান এবং অন্যদুটি
বাহুর দৈর্ঘ্যও সমান
ট্রাপিজিয়াম
কাইট
তির্যক বাহু দুটি
সমান্তরাল
তির্যক বাহু দুটি
দৈর্ঘ্যে সমান
সামান্তরিক
সমদ্বিবাহু
ট্রাপিজিয়াম
চারটি বাহুই দৈর্ঘ্যে সমান
একটি কোণ
সমকোণ
একজোড়া সন্নিহিত বাহু দৈর্ঘ্যে সমান
আয়তক্ষেত্র
রম্বস
একজোড়া সন্নিহিত বাহু
দৈর্ঘ্যে সমান
একটি কোণ
সমকোণ
বর্গক্ষেত্র

কষে দেখি — 20

1. নীচের ছবিগুলির মধ্যে কোনগুলি চতুর্ভুজ আলাদা করি—

2. ফাঁকা ঘর পূরণ করি —

i) সমদ্বিবাহু ট্রাপিজিয়ামের তির্যক বাহুদুটির দৈর্ঘ্য ☐ (অসমান / সমান)।

ii) ট্রাপিজিয়ামের দু-জোড়া বিপরীত বাহু সমান্তরাল হলে তা ☐ হবে।

iii) সামান্তরিকের বিপরীত বাহুগুলি পরস্পর ☐ (সমান্তরাল / অসমান্তরাল)

iv) সামান্তরিকের একটি কোণের পরিমাপ 90^0 হলে তা ☐ (আয়তক্ষেত্র / রম্বস)।

v) চতুর্ভুজের ☐ টি কর্ণ।

vi) রম্বসের কর্ণদুটি পরস্পরকে ☐ সমদ্বিখণ্ডিত করে।

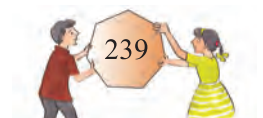
vii) আয়তক্ষেত্রের বিপরীত বাহুগুলির দৈর্ঘ্য পরস্পর ☐ (অসমান / সমান)।

viii) রম্বস এক বিশেষ ধরনের ☐ (বর্গক্ষেত্র / সামান্তরিক)।

ix) সামান্তরিকের কর্ণদুটি পরস্পরকে ☐ করে।

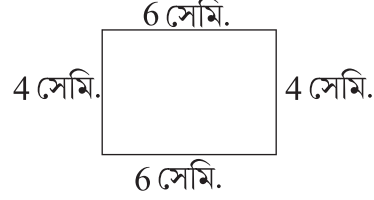
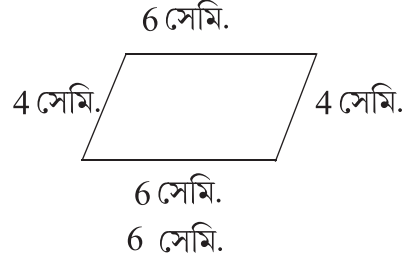
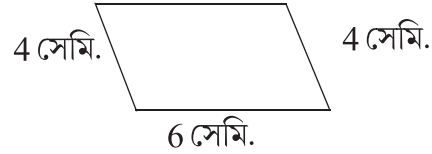
3. কাগজ কেটে হাতে কলমে যাচাই করি —

i) বর্গক্ষেত্রের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

ii) আয়তক্ষেত্রের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

21. চতুর্ভুজ অঙ্কন

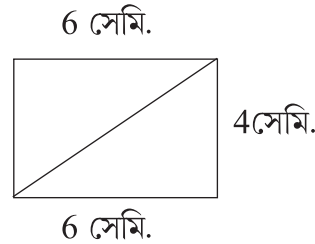
আমরা নানা ধরনের চতুর্ভুজ কেটে পিচবোর্ডে আটকেছি। সেই চতুর্ভুজ ভাঁজ করে যেগুলি পেয়েছি সেগুলি লিখেছি।

আজ নানা দৈর্ঘ্যের কাঠি দিয়ে সুতো বেঁধে নানা ধরনের চতুর্ভুজ তৈরি করব।

কৌশিক দুটি 4 সেমি. ও দুটি 6 সেমি. দৈর্ঘ্যের কাঠি বসিয়ে আয়তক্ষেত্র তৈরি করল।

রমাও কৌশিকের মতো দুটি 4 সেমি. ও দুটি 6 সেমি. দৈর্ঘ্যের কাঠি দিয়ে আয়তক্ষেত্র তৈরি করার চেষ্টা করল। কিন্তু ঠিকমতো বাঁধতে পারল না। তাই একটু বেঁকে গেল। একরকম সামান্তরিক পেল।

আমিও একই মাপের কাঠি দিয়ে করলাম কিন্তু অন্যরকম সামান্তরিক পেলাম।

দেখছি, একই মাপের কাঠি দিয়ে নানা ধরনের চতুর্ভুজ তৈরি করা যায়। ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য জানা থাকলে নির্দিষ্ট ত্রিভুজ পাব। কিন্তু চতুর্ভুজের চারটি বাহুর মাপ জানা থাকলেও কোনো নির্দিষ্ট চতুর্ভুজ পাব না। তাহলে নির্দিষ্ট চতুর্ভুজ পেতে হলে কি কি শর্তের প্রয়োজন?

জয়িতা আরও একটি কাঠি কোনাকুনি আটকে একটি নির্দিষ্ট চতুর্ভুজ তৈরি করার চেষ্টা করল।

জয়িতা করল →

এবার একটি নির্দিষ্ট চতুর্ভুজ পেলাম,

∴ নির্দিষ্ট চতুর্ভুজ পাওয়ার জন্য শুধু চারটি বাহুর দৈর্ঘ্য জানলেই হবে না। তাদের একটি কর্ণের দৈর্ঘ্যও জানতে হবে।

আগে একটি নির্দিষ্ট ত্রিভুজ আঁকার জন্য যেগুলি জেনেছি সেগুলি লিখি।

1) তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য
2) ☐
3) ☐
4) সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রে অতিভুজ ও সমকোণ সংলগ্ন যে কোনো একটি বাহু।

এবার কয়েকটি জানা শর্ত নিয়ে নির্দিষ্ট চতুর্ভুজ অঙ্কন করব।

i) চারটি বাহুর দৈর্ঘ্য ও একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য জানা।

ii) চারটি বাহুর দৈর্ঘ্য ও একটি কোণের মাপ জানা।

iii) তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য ও দুটি অন্তর্ভুক্ত কোণের মাপ জানা।

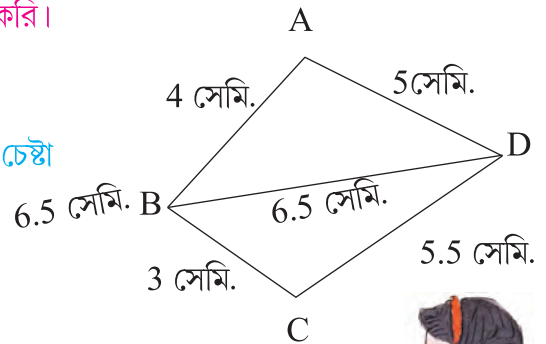
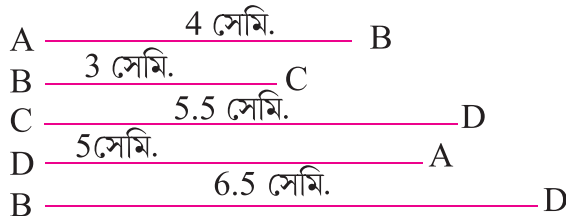
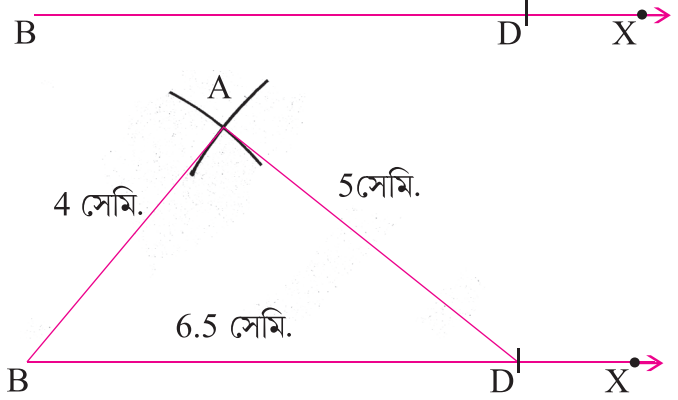
iv) দুটি সন্নিহিত বাহু ও তিনটি কোণের মাপ জানা।

v) যখন কোনো বিশেষ ধর্ম জানা আছে। [যেমন : বর্গক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য জানা]

আমরা ঠিক করেছি কৌশিক বিভিন্ন বাহু ও কোণের মাপ ব্ল্যাকবোর্ডে লিখবে। রমা সেই অনুযায়ী তার খাতায় খসড়া ছবি করবে। আমি ও জয়িতা সেই মাপ অনুযায়ী খাতায় পেনসিল কম্পাস ও স্কেলের সাহায্যে চতুর্ভুজ আঁকার চেষ্টা করব।

1 কৌশিক লিখল— AB = 4 সেমি., BC = 3 সেমি. CD = 5.5 সেমি., DA = 5সেমি., ও BD = 6.5 সেমি. হলে ABCD চতুর্ভুজ আঁকার চেষ্টা করি।

রমা একটি খসড়া ছবি আঁকল:

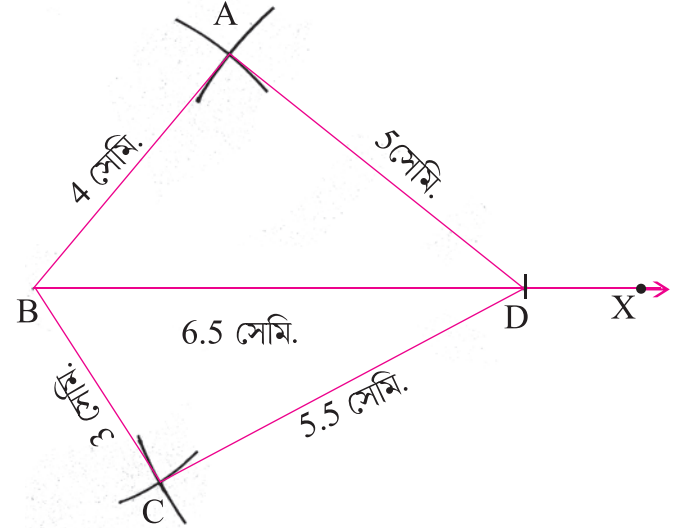
আমি স্কেল ও পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে আঁকার চেষ্টা করলাম।

1) প্রথমে স্কেলের সাহায্যে BX একটি রশ্মি এঁকে পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে 6.5 সেমি. দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধ নিয়ে BD সরলরেখাংশ কেটে নিলাম।

2) তারপর রমার পেনসিল দিয়ে আঁকা খসড়া ছবি দেখে ত্রিভুজের বাহু - বাহু - বাহু পদ্ধতিতে ত্রিভুজ ABD আঁকলাম।

3) BD সরলরেখাংশের যে দিকে A বিন্দু আছে C বিন্দু তার বিপরীত দিকে আছে।

তাই D বিন্দুকে এবং B বিন্দুকে কেন্দ্র করে যথাক্রমে 5.5 সেমি. এবং 3 সেমি. দৈর্ঘের ব্যাসার্ধ নিয়ে দুটি বৃত্তচাপ আঁকলাম।

বৃত্তচাপ দুটি পরস্পরকে C বিন্দুতে ছেদ করল।

B,C এবং D,C যোগ করে চতুর্ভুজ A BCD পেলাম।

যেখানে AB = 4 সেমি., BC = 3 সেমি. CD = 5.5 সেমি., DA = 5সেমি., ও BD = 6.5 সেমি.।

নিজে করি—21.1

1) আমি একটি চতুর্ভুজ REST আঁকি যার RE = 6 সেমি., ES = 4.5 সেমি., ST = 5 সেমি., TR = 5.5সেমি. ও ET = 7.5 সেমি.।

2) আমি একটি সামান্তরিক আঁকি যার সন্নিহিত বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য 5সেমি. ও 8সেমি. এবং কর্ণের দৈর্ঘ্য 10সেমি.। [সংকেত: সামান্তরিকের বিপরীত বাহুগুলি সমান। অতএব, চারটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 5সেমি., 8সেমি., 5সেমি, ও 8সেমি.]

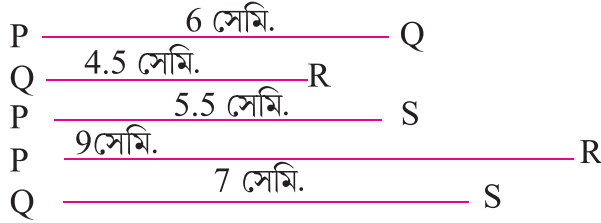
3) আমি একটি খসড়া ছবি করে দেখি LAND চতুর্ভুজটি আঁকা সম্ভব কিনা, যেখানে LA = 4 সেমি., AN = 5 সেমি., ND = 4 সেমি., DL = 6.5সেমি. ও AD = 10 সেমি.।

4) আমি একটি রম্বস আঁকি যার একটি বাহুর দৈর্ঘ্য 3 সেমি.এবং কর্ণের দৈর্ঘ্য 10সেমি.। [সংকেত: রম্বসের প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য সমান]

2 কোন চতুর্ভুজের দুটি কর্ণের দৈর্ঘ্য ও যেকোন তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য জানা থাকলে নির্দিষ্ট চতুর্ভুজটি আঁকার চেষ্টা করি।

কৌশিক লিখল--- PQRS চতুর্ভুজে PQ = 6 সেমি., QR =4.5 সেমি., PS = 5.5 সেমি., PR = 9 সেমি., QS = 7 সেমি.।

রমা একটি খসড়া ছবি আঁকল:

আমি স্কেল ও পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে আঁকার চেষ্টা করলাম।

(i) প্রথমে স্কেলের সাহায্যে QX একটি রশ্মি এঁকে QX রশ্মি থেকে পেনসিল কম্পাসের সাহয্যে 7 সেমি. দৈর্ঘ্যের QS সরলরেখাংশ কেটে নিলাম।

(ii) এরপর PQS একটি ত্রিভুজ আঁকলাম (বাহু-বাহু -বাহু পদ্ধতিতে)

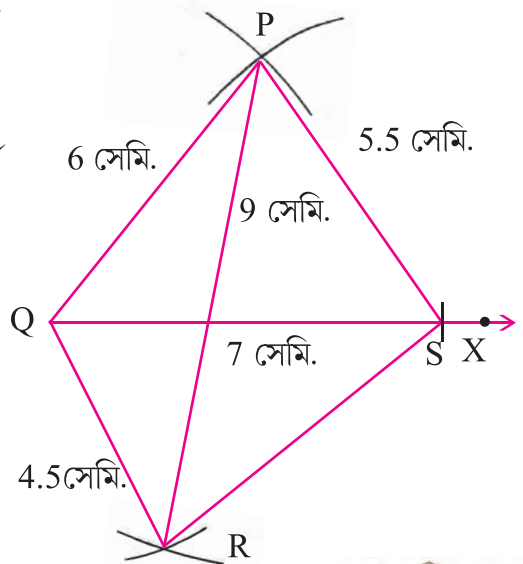
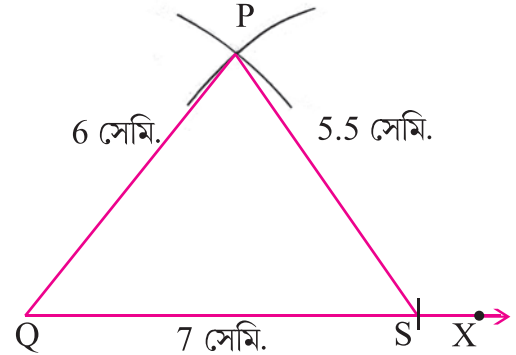
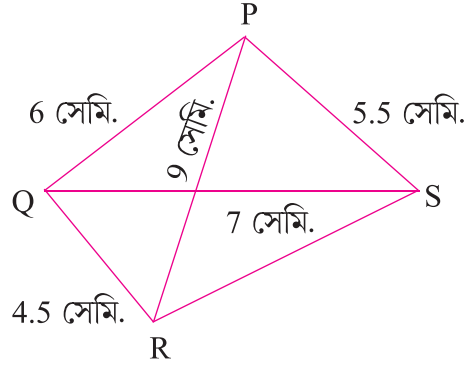
(iii) এবার R বিন্দু পাওয়ার জন্য P বিন্দুকে কেন্দ্র করে QS-এর যেদিকে P বিন্দু আছে তার বিপরীত দিকে 9 সেমি. দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকলাম। আবার Q বিন্দুকে কেন্দ্র করে 4.5 সেমি. দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধ নিয়ে একই দিকে আর একটি বৃত্তচাপ আঁকলাম। চাপ দুটি পরস্পরকে R বিন্দুতে ছেদ করল।

QR ও SR যোগ করে PQRS চতুর্ভুজ পেলাম

যেখানে PQ = ☐ সেমি.

QR = ☐ সেমি. PS = ☐ সেমি.

কর্ণ PR = ☐ সেমি.

কর্ণ QS = ☐ সেমি.

নিজে করি—21.2

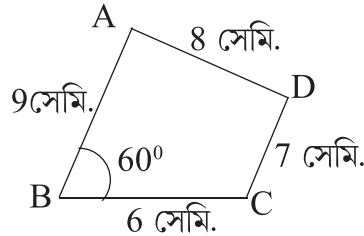
1) একটি চতুর্ভুজ GOLD আঁকি যার দুটি কর্ণ GL = 8 সেমি ও DO = 10 সেমি. এবং অপর তিনটি বাহু GO = 6 সেমি., OL = 5 সেমি. ও DL = 5.6 সেমি.। GD - এর দৈর্ঘ্য স্কেলদিয়ে মেপে লিখি।

2) একটি রম্বস REST আঁকি যার দুটি কর্ণ RS = 6.8 সেমি. ও ET = 7.2 সেমি.।

[**সংকেত :** রম্বসের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে ______ সমদ্বিখন্ডিত করে। প্রথমে জ্যামিতিক উপায়ে ET কর্ণের লম্ব সমদ্বিখন্ডক আঁকব। পরে ET কর্ণের মধ্যবিন্দুকে কেন্দ্র করে ET কর্ণের লম্ব সমদ্বিখন্ডক থেকে RS কর্ণের অর্ধেক দৈর্ঘ্য লম্বসমদ্বিখন্ডকের উভয় পাশে কেটে রম্বস পাব]

3 চতুর্ভুজের চারটি বাহুর দৈর্ঘ্য ও নির্দিষ্ট দুটি বাহুর অন্তর্ভুক্ত একটি কোণের মাপ জানা। নির্দিষ্ট চতুর্ভুজ আঁকতে পারব কিনা দেখি।

ABCD চতুর্ভুজের AB = 9 সেমি., BC = 6 সেমি., CD = 7 সেমি., DA = 8 সেমি. এবং $\angle ABC = 60^0$, ABCD চতুর্ভুজটি আঁকার চেষ্টা করি।

রমা একটি খসড়া ছবি আঁকল:

i) জয়িতা স্কেল ও পেনসিলের সাহায্যে 9সেমি., 6সেমি., 7সেমি. ও 8সেমি. দৈর্ঘ্যের 4টি সরলরেখাংশ আঁকল।

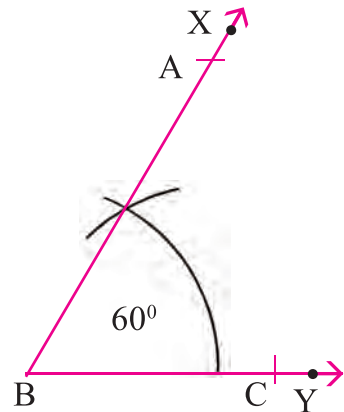
A ——— 9সেমি. ——— B

B ——— 6 সেমি. ——— C

C ——— 7 সেমি. ——— D

D ——— 8 সেমি. ——— A

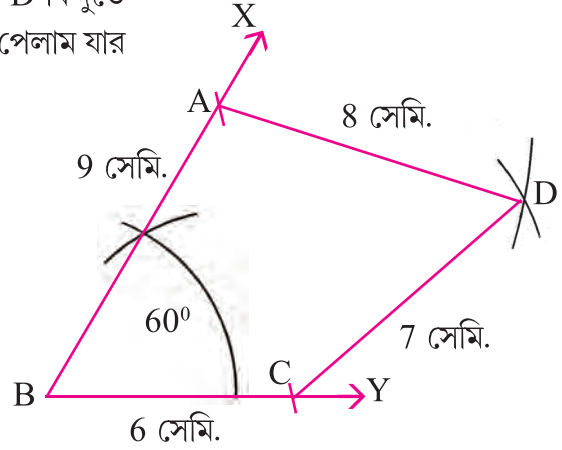
ii) এরপর স্কেল ও পেনসিলের সাহায্যে BY একটি রশ্মি আঁকলাম। B বিন্দুতে পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে 60^0 কোণ $\angle XBY$ আঁকলাম।

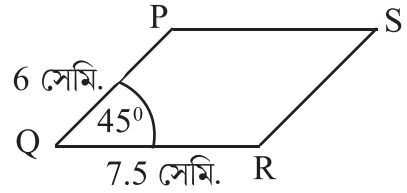
iii) BX ও BY রশ্মির উপর A ও C বিন্দু আছে। তাই B বিন্দুকে কেন্দ্র করে BX ও BY-এর উপর যথাক্রমে 9 সেমি. ও 6 সেমি. দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধ নিয়ে দুটি বৃত্তচাপ আঁকলাম এবং A ও C বিন্দু পেলাম।

iv) A ও C বিন্দুকে কেন্দ্র করে যথাক্রমে 8 সেমি. ও 7সেমি. দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধ নিয়ে দুটি বৃত্তচাপ আঁকলাম। এরা পরস্পরকে D বিন্দুতে ছেদ করল। AD ও CD যোগ করে ABCD চতুর্ভুজ পেলাম যার AB = ☐ সেমি.

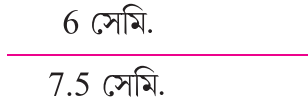
BC = ☐ সেমি.

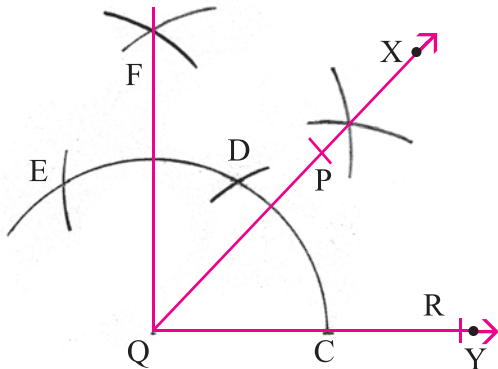
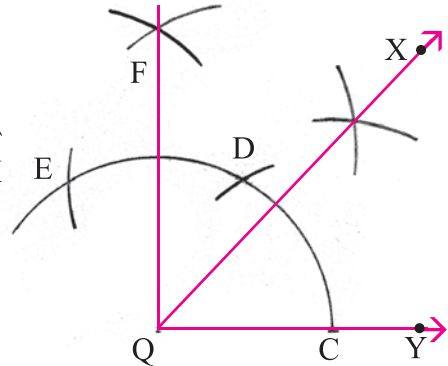
DC= ☐ সেমি. ও

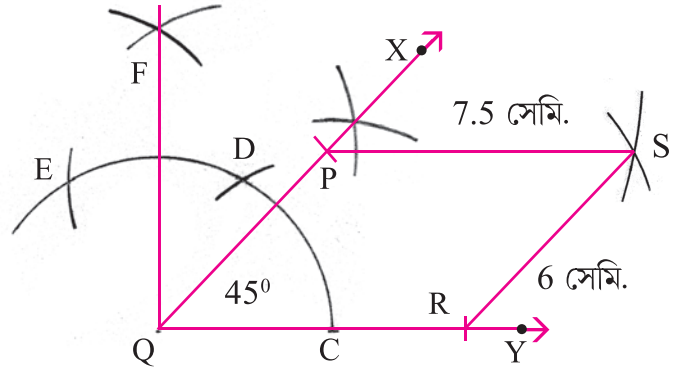
DA = ☐ সেমি. এবং

$\angle ABC$ = ☐ ডিগ্রি

4 একটি সামান্তরিক PQRS আঁকি যার সন্নিহিত দুটি বাহু PQ = 6 সেমি. ও QR = 7.5 সেমি. এবং $\angle PQR = 45^0$

রমা একটি খসড়া ছবি আঁকল:

i) জয়িতা স্কেল ও পেনসিলের সাহায্যে 6 সেমি. ও 7.5 সেমি. দৈর্ঘ্যের দুটি সরলরেখাংশ আঁকল।

6 সেমি.

7.5 সেমি.

ii) এবার স্কেলের সাহায্যে QY একটি রশ্মি আঁকল এবং Q বিন্দুতে পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে 45° কোণ $\angle YQX$ আঁকল।

iii) QX ও QY রশ্মির উপর যথাক্রমে ☐ ও ☐ বিন্দু আছে। তাই QX ও QY রশ্মির থেকে 6 সেমি. ও 7.5 সেমি. দৈর্ঘ্যের সমান করে যথাক্রমে QP ও QR সরলরেখাংশ দুটি কেটে নিলাম।

iv) P ও R বিন্দুকে কেন্দ্র $\angle XQY$-এর ভিতরের দিকে করে যথাক্রমে 7.5 সেমি. ও 6 সেমি. দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধ্য নিয়ে দুটি বৃত্তচাপ আঁকলাম যারা পরস্পরকে ☐ বিন্দুতে ছেদ করল। PS ও RS যোগ করে PQRS সামান্তরিক পেলাম।

নিজে করি— 21.3

1) একটি চতুর্ভুজ LAND আঁকি যার LA = 6.5 সেমি. , AN = 5.4 সেমি. , ND = 4 সেমি. , DL = 3.5 সেমি., $\angle LAN = 45^0$

2) একটি সামান্তরিক GATE আঁকি যার সন্নিহিত বাহু দুটি GA = 7 সেমি. ও AT = 5 সেমি. এবং $\angle GAT = 45^0$

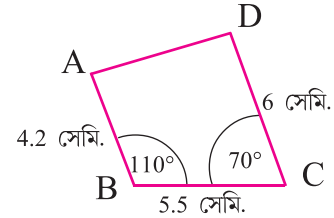
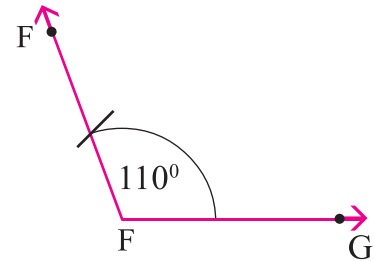
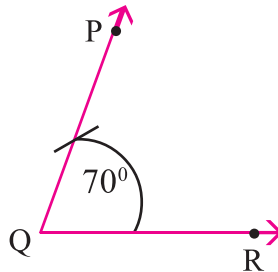
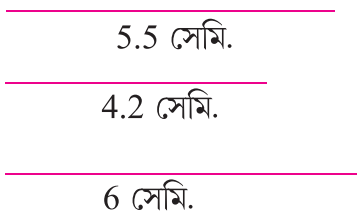
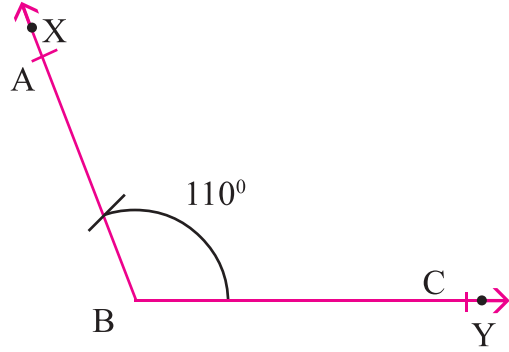
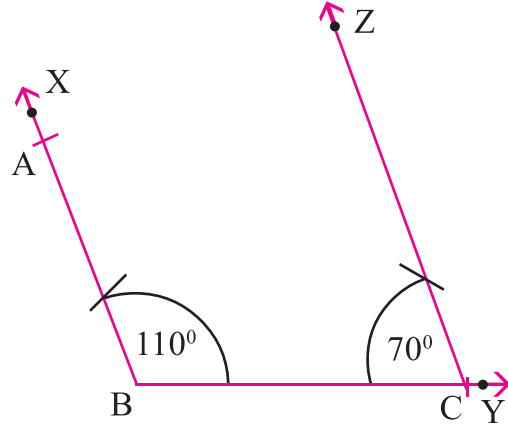
3) আমি একটি আয়তক্ষেত্র RICH আঁকি যার RI = 4 সেমি. এবং CI = 7.5 সেমি.। [সংকেত : আয়তক্ষেত্রের বিপরীত বাহু সমান এবং প্রতিটি কোণ ☐ ডিগ্রি]

4) একটি রম্বস আঁকি যার একটি কোণ 60^0 এবং প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য 6.5 সেমি.।

5) একটি বর্গক্ষেত্র PATH আঁকি যার প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য 8 সেমি.।

5 একটি চতুর্ভুজ আঁকি যার তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য ও তাদের অন্তর্ভুক্ত দুটি কোণ জানি।

ABCD একটি চতুর্ভুজ আঁকি যার AB = 4.2 সেমি., BC = 5.5 সেমি. , CD = 6 সেমি. এবং $\angle ABC = 110^0$ এবং $\angle BCA = 70^0$ ।

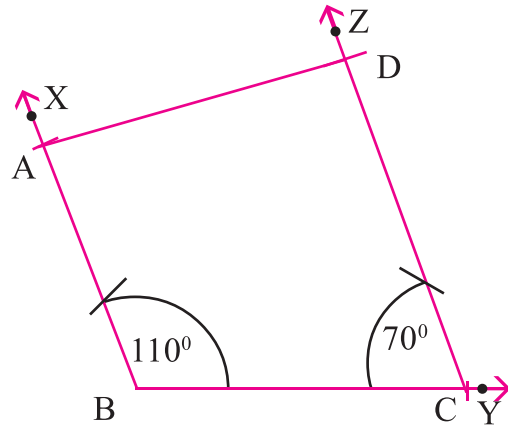
রমা একটি খসড়া ছবি আঁকল:

1) প্রথমে চাঁদার সাহায্যে $\angle EFG = 110^0$ ও $\angle PQR = 70^0$ কোণ আঁকলাম। তারপর স্কেলের সাহায্যে 4.2 সেমি., 5.5 সেমি. ও 6 সেমি. দৈর্ঘ্যের তিনটি সরলরেখাংশ আঁকলাম।

(ii) $\angle EFG = 110^0$-এর সমান করে $\angle XBY$ কোণ আঁকলাম। BX ও BY রশ্মির উপর যথাক্রমে ☐ ও ☐ বিন্দু আছে। তাই পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে BX ও BY রশ্মি থেকে যথাক্রমে 4.2 সেমি. ও 5.5 সেমি. দৈর্ঘ্যের দুটি সরলরেখাংশ BA ও BC কেটে নিলাম।

(iii) **এবার** $\angle PQR = 70^0$-এর সমান করে C বিন্দুতে $\angle BCZ$ আঁকলাম।

(iii) **CZ রশ্মি থেকে 6 সেমি. দৈর্ঘ্যের সরলরেখাংশ CD কেটে নিলাম। A ও D যোগ করে ABCD চতুর্ভুজ পেলাম যার**

AB = ☐ সেমি.

BC= ☐ সেমি.

CD = ☐ সেমি.

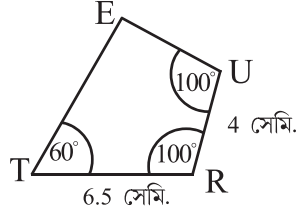
$\angle ABC$ = ☐ ডিগ্রি

$\angle BCD$ = ☐ ডিগ্রি

নিজে করি— 21.4

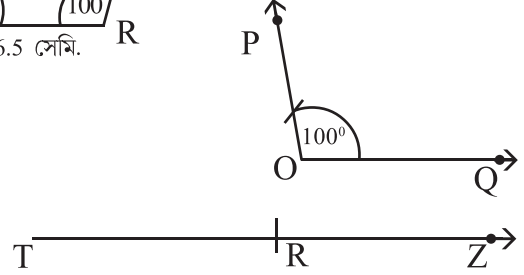
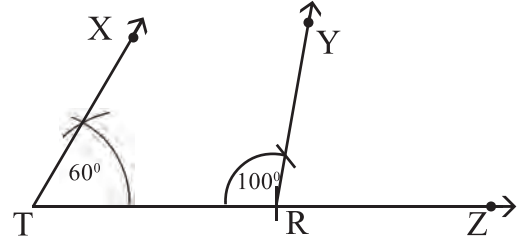
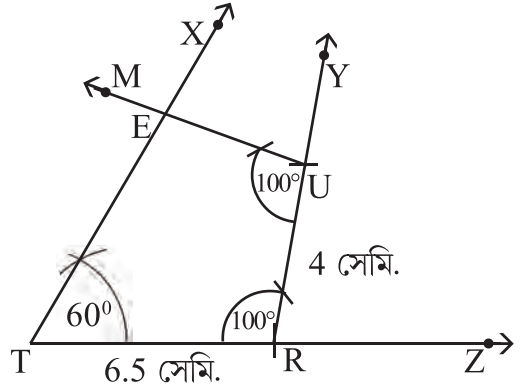
1) একটি চতুর্ভুজ PLAN আঁকি যার PL = 4.6 সেমি., LA = 5.5 সেমি., AN = 5 সেমি. এবং $\angle PLA = 60^0$ ও $\angle LAN = 90^0$

6 একটি চতুর্ভুজ আঁকি যার দুটি সন্নিহিত বাহুর দৈর্ঘ্য ও তিনটি কোণের মাপ জানা আছে।

একটি চতুর্ভুজ TRUE আঁকি যার TR = 6.5 সেমি., RU = 4 সেমি., $\angle RTE = 60^0$, $\angle TRE = 100^0$ ও $\angle RUP = 100^0$।

রমা একটি খসড়া ছবি আঁকল:

6.5 সেমি. ——————

4 সেমি. ——————

i) প্রথমে একটি সরলরশ্মি TZ থেকে 6.5 সেমি. দৈর্ঘ্যের সরলরেখাংশ TR কেটে নিলাম।

ii) এবার পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে TR সরলরেখাংশের T বিন্দুতে 60^0 কোণ $\angle XTZ$ এবং R বিন্দুতে 100^0 কোণ $\angle TRY$ আঁকলাম।

iii) RY রশ্মির উপর U বিন্দু অবস্থিত। RY রশ্মি থেকে 4 সেমি. দৈর্ঘ্যের RU সরলরেখাংশ কেটে নিলাম এবং U বিন্দুতে $100°$ কোণ $\angle RUM$ আঁকলাম। UM রশ্মি RX রশ্মিকে E বিন্দুতে ছেদ করল।

$\therefore$ TRUE চতুর্ভুজ পেলাম যার TR = 6.5 সেমি. RU = 4 সেমি. $\angle ETR = 60^0$ $\angle TRU = 100^0$, $\angle RUE = 100^0$

নিজে করি— 21.5

একটি চতুর্ভুজ HEAR আঁকি যেখানে HE = 5 সেমি. , RH = 6.8 সেমি. $\angle EHR = 90^0$, $\angle HEA = 120^0$ ও $\angle HRA = 70^0$

কষে দেখি—21

1. মনে মনে ভেবে লিখি।

a) একটি চতুর্ভুজের চারটি বাহুর দৈর্ঘ্য জানা থাকলে ওই চতুর্ভুজটি আঁকতে পারব কিনা দেখি। যদি না আঁকতে পারি তবে আর কি তথ্য পেলে চতুর্ভুজটি নির্দিষ্ট ভাবে আঁকতে পারব দেখি।

a) একটি নির্দিষ্ট সামান্তরিক আঁকতে কমপক্ষে কী কী তথ্য দরকার লিখি।

b) একটি নির্দিষ্ট বর্গক্ষেত্র আঁকতে কমপক্ষে কী তথ্য দরকার লিখি।

c) একটি নির্দিষ্ট আয়তক্ষেত্র আঁকতে কমপক্ষে কী কী তথ্য দরকার লিখি।

d) একটি রম্বসের দুটি কর্ণের দৈর্ঘ্য জানা থাকলে রম্বস আঁকতে পারব কিনা লিখি।

2. a) একটি চতুর্ভুজ ABCD আঁকি যার AB = 5.2 সেমি., BC = 6 সেমি. , CD = 4.4 সেমি., AD = 7 সেমি. এবং AC = 10 সেমি।

যদি এই ABCD চতুর্ভুজে AC = 12 সেমি. হয় তবে চতুর্ভুজ আঁকা সম্ভব কিনা দেখি।

b) একটি সামান্তরিক JUMP আঁকি যার JU = 5.2 সেমি. UM = 4.8 সেমি. এবং JM = 7 সেমি.।

c) একটি রম্বস PQRS আঁকি যার PQ = 5.4 সেমি. এবং PR = 8 সেমি.।

d) একটি চতুর্ভুজ PQRS আঁকি যার PQ = 7 সেমি. , QR = 6.5 সেমি. , RS = 5.2 সেমি. , SP = 4.4 সেমি. , $\angle PQR = 60^0$

e) একটি রম্বস BEST আঁকি যার BS = 6.8 সেমি. ও ET = 5.8 সেমি.।

f) একটি বর্গক্ষেত্র DEAR আঁকি যার DE = 5.2 সেমি.।

g) একটি আয়তক্ষেত্র READ আঁকি যার RE = 6 সেমি. ও EA = 5 সেমি.।

h) একটি চতুর্ভুজ SAND আঁকি যার SA = 5.6 সেমি. , AN = 4.5 সেমি. , $\angle ASD = 45°$, $\angle SAN = 75°$, $\angle AND = 110^0$

3. i) একটি সামান্তরিক LAND আঁকি যার LA = 6.6 সেমি. , AN = 5.4 সেমি. ও $\angle LAN = 45^0$

ii) একটি রম্বস HOME আঁকি যার $\angle HOM = 60^0$ এবং HO = 6 সেমি.

iii) একটি রম্বস ROAD আঁকি যার RA = 8 সেমি. ও OD = 6 সেমি.।

iv) একটি বর্গক্ষেত্র TRAM আঁকি যার TA = 6 সেমি.।

v) একটি আয়তক্ষেত্র ABCD আঁকি যার AC = 5 সেমি. এবং $\angle BAC = 30°$

22. সমীকরণ গঠন ও সমাধান

আজ অনেকগুলি দেশলাই কাঠি নিয়ে আমরা চার বন্ধু মিলে নতুন খেলা খেলব।

জাভেদ আমাকে কিছু সংখ্যক দেশলাই কাঠি দিয়েছিল। আমরা সেগুলি দিয়ে একইরকম কিছু নকশা করার চেষ্টা করব।

তাসমিন ও অমল কয়েকটি নকশা করেছে। কতগুলি নকশা করেছে তা হিসাব করে বলার চেষ্টা করি।
জাভেদ আমাকে 20টি দেশলাই কাঠি দিল।
আমি করলাম . . . .

20টি কাঠি দিয়ে কতগুলি বর্গাকার তৈরি হয়েছে দেখি।

ধরি বর্গাকার ঘরের সংখ্যা x টি।
1টি বর্গাকার ঘরে কাঠির সংখ্যা 4টি ।
xটি বর্গাকার ঘরে মোট কাঠির সংখ্যা 4xটি ।
কিন্তু আমার কাছে 20টি কাঠি আছে।
সুতরাং, 4x ও 20 সমান হবে।

$\therefore\ 4x = 20$

4x = 20 এইভাবে প্রকাশকে কী বলব?

চল, ধ্রুবক ও সমান চিহ্ন ব্যবহার করে সমস্যাটিকে গণিতের ভাষায় প্রকাশ করলাম। এই প্রক্রিয়াকে বলা হয় **সমীকরণ গঠন** করা। যেটি পেলাম সেটি হলো **সমীকরণ**। সমীকরণে ব্যবহৃত চলের মান অজ্ঞাত । তাই তাকে সমীকরণের **অজ্ঞাত সংখ্যা** বলে। অজ্ঞাত সংখ্যার যে নির্দিষ্ট মানের জন্য সমান চিহ্নের দু-পাশের মান সমান হয় তাকে সমীকরণের **বীজ** বা **সমীকরণের সমাধান** বলে। অজ্ঞাত সংখ্যার মান বার করার পদ্ধতিকে **সমাধান করা** বলে।

1 $4x = 20$ — এই সমীকরণে x-এর কোন নির্দিষ্ট মানের জন্য সিদ্ধ (সমান চিহ্নের বামদিক ও ডানদিক সমান) হয় দেখি।

$4x = 20$ -সমীকরণে x-এর বিভিন্ন মান বসিয়ে পাই।

x-এর মান	সমান চিহ্নের বামদিক	সমান চিহ্নের ডানদিক	সমীকরণকে সিদ্ধ করছে/করছে না
1	4	20	সিদ্ধ করছে না [$\because 4 \neq 20$]
2	8	20	,,
3	☐		,,
4	16		,,
5	20		সিদ্ধ করছে
6	24		সিদ্ধ করছে না
7	☐		,,

দেখছি, একমাত্র $x = 5$ হলে $4x = 20$ হয়। অর্থাৎ সমীকরণটি $x = 5$ -এর জন্য সিদ্ধ হয়।

তাসমিন আর একটি নতুন নকশা তৈরি করল। তার আমার থেকে বেশি দেশলাই কাঠি লাগল।

তাসমিনের নকশায় কতগুলি কাঠি বেশি লাগল দেখি।

ধরি তাসমিনের নকশায় আমার থেকে xটি কাঠি বেশি লাগল।

$\therefore$ তাসমিনের লাগল $(x + 20)$টি দেশলাই কাঠি।

কিন্তু গুনে দেখলাম তাসমিনের নকশায় 28টি দেশলাই কাঠি আছে।

তাহলে $x + 20$ ও 28 সমান।

বীজগণিতের ভাষায় $x + 20 = 28$

2 x-এর কোন মানের জন্য $x + 20 = 28$ হয় দেখি।

x-এর মান	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
সমান চিহ্নের বামদিক বা $(x + 20)$ -এর মান	21	22	23	24	☐	☐	☐	28	☐	☐
x-এর মান সমীকরণকে সিদ্ধ করছে (হ্যাঁ)/ করছে না (না)	না	না	না	না	☐	☐	☐	হ্যাঁ	☐	☐

দেখছি $x =$ ☐ -এর জন্য $x + 20 = 28$ সমীকরণটি সিদ্ধ হচ্ছে।

3 এবার দেখি $x - 5 = 12$ -এই সমীকরণটি x-এর কোন মানে সিদ্ধ হয়।

x-এর মান	সমান চিহ্নের বামদিক বা (x - 5)-এর মান	x - 5 = 12 সমীকরণ সিদ্ধ হচ্ছে/হচ্ছে না
5	0	হচ্ছে না
6	1	হচ্ছে না
7	☐	☐
9	☐	☐
10	☐	☐
12	☐	☐
15	☐	☐
17	☐	☐
19	☐	☐

∴ x = ☐ -এর জন্য $x - 5 = 12$ সমীকরণটি সিদ্ধ (অর্থাৎ সমতার দুইদিক সমান হয়) হচ্ছে।

x -এর যে মান সমীকরণকে সিদ্ধ করে সেই মানকে ওই সমীকরণের কী বলব?

সমীকরণের **সমাধান** বা **বীজ** বলা হয়।

$x - 5 = 12$ -এর সমাধান/বীজ $x = 17$

$x + 20 = 28$ -এর সমাধান/বীজ x = ☐

$4x = 20$ -এর সমাধান/বীজ x = ☐

দেখছি, উপরের সমীকরণগুলির প্রত্যেকটির অজ্ঞাত সংখ্যা (চল) একটি এবং অজ্ঞাত সংখ্যার ঘাত এক এবং বীজ একটি।

এই ধরনের সমীকরণ কে কি বলব?

এই ধরনের সমীকরণকে বলা হয় **একচল বিশিষ্ট একঘাত সমীকরণ**।

নিজে করি— 22.1

1) $x + 4 = 9$ 2) $x - 2 = 4$ 3) $7x = 42$ 4) $\frac{x}{3} = 2$

— এই সমীকরণগুলি x-এর কোন মানে সিদ্ধ হয় হিসাব করে লিখি।

কষে দেখি — 22.1

1. নীচের কোনগুলি সমীকরণ লিখি এবং সমীকরণের চলসংখ্যাগুলি লিখি —

(a) $x + 5 = 13$ (b) $x - 4 = 7$ (c) $3t = 21$

(d) $\frac{t}{3} = 2$ (e) $2x + 1 = 11$ (f) $9 + 4 = 13$

(g) $10 - 3 = 7$ (h) $20 = 4y$ (i) $7 - x = 0$

2. সমীকরণ তৈরি করি —

(i) △△△. . . . → 33টি কাঠি দিয়ে xটি সজ্জা

(ii) ⏢⏢⏢. . . . → 65টি কাঠি দিয়ে yটি সজ্জা

(iii) আমার কাছে x টাকা আছে। বাবা আরও 2 টাকা দিলে 18 টাকা হবে।

(iv) আমার কাছে xটি জাম আছে। আমি $\frac{1}{4}$ অংশ জাম নীলাকে দিলাম। নীলা 5 টি জাম পেল।

3. নীচের ছকটি পূরণ করি —

সমীকরণ	চলের মান	চলের মান সমীকরণকে সিদ্ধ করছে/করছে না
$x + 5 = 25$	$x = 5$	
$x + 5 = 25$	$x = 8$	
$x + 5 = 25$	$x = 10$	
$x + 5 = 25$	$x = 15$	
$x + 5 = 25$	$x = 20$	
$y - 1 = 11$	$y = 2$	
$y - 1 = 11$	$y = \square$	সিদ্ধ করছে না
$y - 1 = 11$	$y = \square$	সিদ্ধ করছে
$4x = 24$	$x = 3$	
$4x = 24$	$x = 4$	
$4x = 24$	$x = \square$	সিদ্ধ করছে

4. নীচের ছকগুলি পূরণ করি এবং চলসংখ্যার কোন মানের জন্য সমান চিহ্নের দুদিকের মান সমান হচ্ছে সেটিতে ◯ চিহ্ন দিই।

(i) $p + 12 = 20$

p	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
p + 12										

(ii) $6m = 48$

m	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
6m										

(iii) $\frac{t}{5} = 2$

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\frac{t}{5}$										

(iv) $7 - x = 5$

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
7 - x										

5.

সমীকরণ	বীজে গোল করি
$2x + 3 = 5$	1, 2, 3, 4
$y + 9 = 15$	3, 4, 5, 6
$5x - 1 = 19$	2,4, 6, 8
$8t = 80$	5,10, 15, 20
$3m = 15$	4, 5, 6, 7
$6p = 36$	5, 6, 7, 8

মার্বেল ভাগ করে নিই

আজ আমিনা, বুলু, রোহিত ও তীর্থ মার্বেল নিয়ে এক মজার খেলা শুরু করল। আমিও ওদের মধ্যে যোগ দিলাম। এক বাক্স মার্বেল ওরা চারজন ভাগ করে নিল।

4 আমি হিসাব করে ওদের কার কাছে কতগুলো মার্বেল আছে বলার চেষ্টা করি।

আমিনার মার্বেলের সংখ্যা বুলুর থেকে 12 টি বেশি। ধরি, বুলুর মার্বেলের সংখ্যা x টি।

∴ আমিনার মার্বেলের সংখ্যা ☐ টি ।

আমিনার মার্বেলের সংখ্যা কি কি হতে পারে লিখি।

বুলুর মার্বেলের সংখ্যা x	1	4	6	8	10	12	15	17	18	19	20
আমিনার মার্বেলের সংখ্যা (x + 12)											

কিন্তু রোহিতের মার্বেলের সংখ্যা বুলুর মার্বেলের সংখ্যার 5 গুণ। যেহেতু বুলুর মার্বেলের সংখ্যা x টি, সুতরাং রোহিতের মার্বেলের সংখ্যা = ☐ টি

রোহিতের মার্বেলের সংখ্যা কি কি হতে পারে লিখি —

বুলুর মার্বেলের সংখ্যা x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
রোহিতের মার্বেলের সংখ্যা 5x										

আবার তীর্থর মার্বেলের সংখ্যা বুলুর মার্বেলের সংখ্যার অর্ধেক ।

বুলুর মার্বেলের সংখ্যা x টি হলে তীর্থর মার্বেলের সংখ্যা ☐ টি।

তীর্থর মার্বেলের সংখ্যা কি কি হতে পারে লিখি —

বুলুর মার্বেলের সংখ্যা x	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
তীর্থর মার্বেলের সংখ্যা $\frac{x}{2}$										

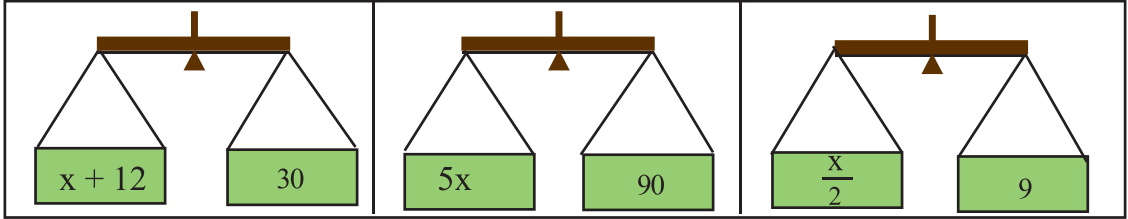
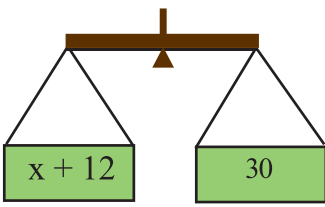
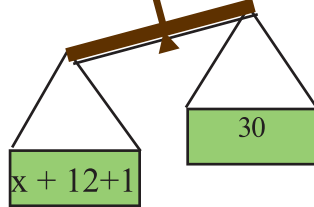
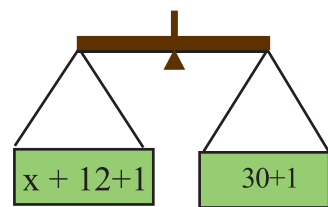
আমি গুনে দেখলাম আমিনার মোট মার্বেলের সংখ্যা 30 টি

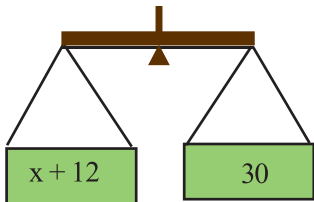
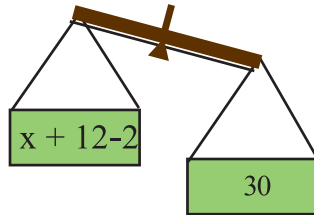
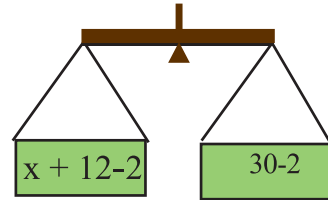
রোহিতের মোট মার্বেলের সংখ্যা 90 টি

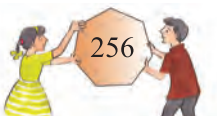
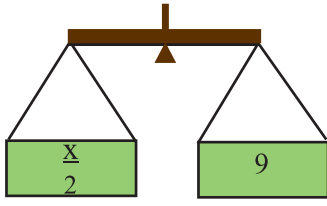
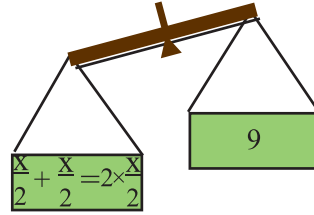
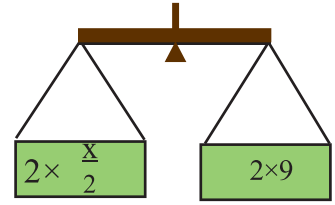
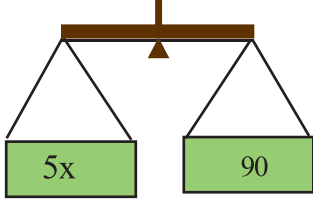
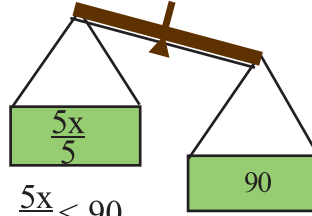
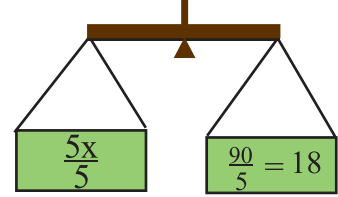
তীর্থর মোট মার্বেলের সংখ্যা 9 টি

$x + 12 = 30$ $5x = 90$ $\frac{x}{2} = 9$

5 কিন্তু কীভাবে x-এর মান জানব? সমীকরণগুলি নীচের দাড়িপাল্লায় বসাই

$x + 12 = 30$ $5x = 90$ $\frac{x}{2} = 9$

দাড়িপাল্লার বামদিক ও ডানদিক সমান রেখে সংখ্যার যোগ, বিয়োগ, গুণ ও ভাগ করি ও কী পাই দেখি

$x + 12 = 30$ $x + 12 + 1 > 30$ $x + 12 + 1 = 30 + 1$

এখান থেকে বুঝতে পারলাম কোনো সমতার উভয় দিকে একইসংখ্যা যোগ করলে সমতা বজায় থাকে।

$x + 12 = 30$ $x + 12 - 2 < 30$ $x + 12 - 2 = 30 - 2$

এখান থেকে বুঝতে পারলাম কোনো সমতার উভয়দিক থেকে একই সংখ্যা বিয়োগ করলে সমতা বজায় থাকে।

এখান থেকে বুঝতে পারলাম কোনো সমতার দুইদিককে একই সংখ্যা দিয়ে গুণ করলে সমতা বজায় থাকে।

এখান থেকে বুঝতে পারলাম কোনো সমতার উভয়দিককে শূন্য ছাড়া একই সংখ্যা দিয়ে ভাগ করলেও সমতা বজায় থাকে।

সমতায় চলসংখ্যা থাকলেই আমরা সমীকরণ পাই

যেহেতু প্রতিটি সমীকরণের চলসংখ্যা কোনো অজ্ঞাত সংখ্যাকে বোঝায়, তাই সমতার এই 4 টি (সমান চিহ্নের দুদিকে একই সংখ্যার যোগ, বিয়োগ, গুণ ও ভাগের) নিয়ম সমীকরণেও প্রযোজ্য।

6 এই নিয়মের সাহায্যে $x+12 = 30$ এই সমীকরণের বামদিকে শুধু চল (x) রাখার চেষ্টা করি

$x+12 = 30$

অথবা, $x+12-12 = 30-12$ [উভয়দিক থেকে 12 বিয়োগ করে পাই]

$\therefore \; x = 18$

7 এবার $5x = 90$ এই সমীকরণের বামদিকে শুধু চল রাখার চেষ্টা করি।

$5x = 90$ সমীকরণের বামদিকে শুধুমাত্র x রাখার জন্য উভয়দিকে ☐ দিয়ে ভাগ করি

$$\frac{5x}{5} = \frac{90}{5}$$

$$\therefore \; x = 18$$

$\frac{x}{2} = 9$ - এই সমীকরণের বামদিকে শুধুমাত্র চল (x) রাখার চেষ্টা করি।

$\frac{x}{2} = 9$ এই সমীকরণের বামদিকে শুধুমাত্র x রাখার জন্য উভয়দিয়ে ☐ দিয়ে গুণ করি।

$$\frac{x}{2} \times 2 = 9 \times 2$$

$$\therefore \; x = 18$$

8 নীচের সমীকরণগুলির সমাধান করি অর্থাৎ সমীকরণের বীজ নির্ণয় করি।

i) $p + 1 = 2$ ii) $x - 1 = -1$ iii) $7x = 21$ iv) $-2y = 10$ v) $\frac{x}{3} = -2$

vi) $20x = -10$ vii) $2x - 3 = 23$ viii) $\frac{x}{3} = \frac{5}{4}$ ix) $\frac{x}{2} = 9$ x) $5x = 0$

xi) $3x + 12 = 24$

i) $p + 1 = 2$

বা $p + 1 - 1 = 2 - 1$ [উভয়দিক থেকে 1বিয়োগ করে পাই]

$\therefore$ $p = 1$

নির্ণেয় সমাধান $p = 1$

সুতরাং সমীকরণের বীজটি 1.

ii) $x - 1 = -1$

বা $x - 1 +$ ☐ $= -1 +$ ☐

$\therefore$ $x = 0$ [উভয়দিকে ☐ যোগ করে পাই]

নির্ণেয় সমাধান $x = 0$

সুতরাং সমীকরণের বীজটি 0.

iii) $7x = 21$

বা $\frac{7x}{7} = \frac{21}{7}$ [উভয়দিকে ☐ দিয়ে ☐ করে পাই]

$\therefore$ $x = 3$

নির্ণেয় সমাধান $x = 3$

iv) $-2y = 10$

বা $\frac{-2y}{-2} = \frac{10}{-2}$ [উভয়দিকে - 2 দিয়ে ভাগ করে পাই]

$\therefore$ $y = -5$

নির্ণেয় সমাধান $y = -5$

v) $\frac{x}{3} = -2$

বা $\frac{x}{3} \times 3 = -2 \times 3$ [উভয়দিকে ☐ দিয়ে গুণ করে পাই]

$\therefore$ $x = -6$

নির্ণেয় সমাধান $x = -6$

vi) $20x = -10$

বা $\frac{20x}{20} = \frac{-10}{20}$ [উভয়দিকে ☐ দিয়ে ☐ করে পাই]

$\therefore$ x = ☐

নির্ণেয় সমাধান x = ☐

নিজে করি — 22.2

1) $x + 3 = 15$ 2) $y - 3 = 10$ 3) $5x = 25$ 4) $\frac{y}{3} = \frac{2}{9}$ 5) $5x + 7 = 17$

কষে দেখি— 22.2

1. নীচের গল্প পড়ি ও সমীকরণ গঠন করি—

(a) আমার মার্বেলের 7 গুণ মার্বেল প্রতিমার কাছে আছে। প্রতিমার কাছে 42 টি মার্বেল আছে।

(b) মিলনবাবুর বয়স তার ছেলের বয়সের 4 গুণ। 5 বছর পরে মিলনবাবুর বয়স তার ছেলের বয়সের 3 গুণ হবে।

(c) 187 টাকা আমি, দুলাল ও জাহির এমন করে ভাগ করে নিলাম যে দুলাল আমার চেয়ে 5 টাকা কম পেল, কিন্তু জাকির আমার দ্বিগুণ টাকা পেল।

(d) আমাদের গ্রামের 3895 জনের মধ্যে যতজন সাক্ষর তার চেয়ে অক্ষরহীনের সংখ্যা 1871 জন কম।

(e) কোন সংখ্যাকে 12 দিয়ে গুণ করে তা থেকে 48 বিয়োগ করলে বিয়োগফল মূল সংখ্যাটির $2\frac{2}{5}$ অংশ হবে।

(f) সীতারা বেগমের ফলের দোকানের মোট ফলের $\frac{1}{3}$ অংশ আপেল, $\frac{2}{7}$ অংশ কমলালেবু ও অবশিষ্ট 160 টি নাসপাতি আছে।

(g) আমি একটি দুই অঙ্কের সংখ্যা লিখেছি যার একক স্থানীয় অঙ্ক x, কিন্তু দশক স্থানীয় অঙ্ক 5; সংখ্যাটি একক স্থানীয় অঙ্কের 11 গুণ।

(h) দীপ্তার্ক একটি তিন অঙ্কের সংখ্যা লিখেছে যার শতক স্থানীয় অঙ্ক y, দশক স্থানীয় অঙ্ক 7 ও একক স্থানীয় অঙ্ক 0; সংখ্যাটি শতক স্থানীয় অঙ্কের 114 গুণ।

2. সমীকরণ দেখি ও গল্প তৈরির চেষ্টা করি—

a) $2x = 50$ → ☐

b) $3y + 10 = 160$ → ☐

c) $\frac{x}{2} - \frac{5}{6} = 1\frac{2}{3}$ → ☐

d) $\frac{3}{20}x + 2 = x$ → ☐

9 আজ আমরা পাঁচ বন্ধুরা নিজেদের বয়স লিখব ও কে কত বড় হিসাব করব।

বুলু , তীর্থর থেকে 7 বছরের বড়ো। কিন্তু আমিনার বয়স তীর্থর বয়সের দ্বিগুণ অপেক্ষা 3 কম। আবার রহিতের বয়স তীর্থর বয়সের $1\frac{1}{2}$ গুণ ।

আমি ওদের প্রত্যেকের বয়স হিসাব করে বলার চেষ্টা করি

ধরি , তীর্থর বয়স x বছর। তাহলে বুলুর বয়স (x +7) বছর

আমিনা তীর্থর বয়সের দ্বিগুণ অপেক্ষা 3 কম।

$\therefore$ আমিনার বয়স (2x - 3) বছর।

কিন্তু রহিতের বয়স তীর্থর বয়সের $1\frac{1}{2}$ গুণ $= \frac{3}{2}$ গুণ

$\therefore$ রহিতের বয়স $\frac{3x}{2}$ বছর।

জানতে পারলাম আমিনার বয়স 13 বছর।

$\therefore$ 2x - 3 = 13

উভয়দিকে 3 যোগ করে পাই ,

2x - 3 + 3 = 13 + 3

বা, 2x = 16

উভয়দিকে 2 দিয়ে ভাগ করে পাই

x = 8

অন্যভাবে করে কী পাই দেখি

2x - 3 = 13

সমীকরণে = চিহ্নের একপাশ থেকে অপর পাশে সংখ্যাকে নিয়ে যাওয়াকে পক্ষান্তর বলে। এই পক্ষান্তরের সময়ে চিহ্ন পরিবর্তিত হয়। অর্থাৎ (+) চিহ্ন পরিবর্তিত হয়ে (-) চিহ্ন হয় আবার (-) চিহ্ন পরিবর্তিত হয়ে (+) চিহ্ন হয়। একইভাবে ভাগ থাকলে গুণ হয় এবং গুণ থাকলে ভাগ হয়।

সুতরাং 2x - 3 = 13

বা, 2x = 13 + 3 [পক্ষান্তর করে পাই]

বা, 2x = 16

বা, $x = \frac{16}{2}$ [উভয়দিকে 2 দিয়ে ভাগ করে পাই]

$\therefore$ x = 8

অর্থাৎ তীর্থর বয়স 8 বছর।

যেহেতু তীর্থর বয়স 8 বছর

তাই রহিতের বয়স $\frac{3x}{2}$ বছর = $\frac{3\times\overset{4}{\cancel{8}}}{\cancel{2}}$ বছর = 12 বছর ।

আবার বুলুর বয়স (x+7) বছর

অর্থাৎ বুলুর বয়স (8+7) বছর = 15 বছর।

তীর্থের বয়স 8 বছর। তীর্থ, বুলু, আমিনা ও রহিতের মধ্যে বয়সে সবচেয়ে ছোটো ☐ এবং সবচেয়ে বড়ো ☐।

10 নীচের সমীকরণ দুটি সমাধানের চেষ্টা করি

(i) $5x + 2 = 22$

বা, $5x = 22 - 2$ [পক্ষান্তর করে পাই]

বা, $5x = 20$

বা, $\frac{5x}{5} = \frac{20}{5}$ [উভয়দিকে 5 দিয়ে ভাগ করে পাই]

$\therefore x = 4$

নির্ণেয় সমাধান $x = 4$

(ii) $13y - 5 = 47$

বা, $13y = 47 + 5$ [পক্ষান্তর করে পাই]

বা, $13y = 52$

বা, $y = \frac{\overset{4}{\cancel{52}}}{\cancel{13}}$ [উভয়দিকে 13 দিয়ে ভাগ করে পাই]

$\therefore y = 4$

নির্ণেয় সমাধান $y = 4$

11 $3(x + 9) = 81$ সমীকরণটি সমাধান করি

$3(x + 9) = 81$

বা, $x + 9 = \frac{81}{3}$ [পক্ষান্তর করে পাই]

বা, $x + 9 = 27$

বা, $x = 27 - 9$ [পক্ষান্তর করে পাই]

$\therefore x = 18$

নির্ণেয় সমাধান $x = 18$

12 নীচের সমীকরণগুলি সমাধান করার চেষ্টা করি—

(i) $3(6 - 2x) + 20x = 0$

বা, $18 - 6x + 20x = 0$

বা, $- 6x + 20x = -18$ [পক্ষান্তর করে পাই]

বা, $14x = -18$

বা, $x = -\frac{\cancel{18}\ 9}{\cancel{14}\ 7}$

বা, $x = -\frac{9}{7}$

$\therefore\ x = -1\frac{2}{7}$

নির্ণেয় সমাধান $x = -1\frac{2}{7}$

(ii) $\frac{1}{2}(x+1) + \frac{1}{3}(x+2) + \frac{1}{4}(x+3) = 16$

বা, $\frac{x}{2} + \frac{1}{2} + \frac{x}{3} + \frac{2}{3} + \frac{x}{4} + \frac{3}{4} = 16$

বা, $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{4} = 16 - \frac{1}{2} - \frac{2}{3} - \frac{3}{4}$ [পক্ষান্তর করে পাই]

বা, $\frac{6x + 4x + 3x}{12} = \frac{192 - 6 - 8 - 9}{12}$

বা, $\frac{13x}{12} = \frac{192 - 23}{12}$

বা, $13x = \frac{169 \times \cancel{12}}{\cancel{12}}$ [পক্ষান্তর করে পাই]

বা, $x = \frac{\cancel{169}\ 13}{\cancel{13}}$ [পক্ষান্তর করে পাই]

$\therefore\ x = 13$

নির্ণেয় সমাধান $x = 13$

(iii) $\frac{x}{a} + b = \frac{x}{b} + a$

বা, $\frac{x}{a} - \frac{x}{b} = a - b$ [পক্ষান্তর করে পাই]

বা, $\frac{bx - ax}{ab} = a - b$ [সরল করে পাই]

বা, $\frac{x(b - a)}{ab} = a - b$

বা, $\frac{x(b - a)}{ab} = -(b - a)$

বা, $x(b - a) = -ab(b - a)$ [পক্ষান্তর করে পাই]

বা, $x = \frac{-ab\cancel{(b - a)}}{\cancel{b - a}}$ [উভয়দিকে $(b - a)$ দিয়ে ভাগ করে পাই,] $b - a \neq 0$

$\therefore\ x = -ab$

নির্ণেয় সমাধান $x = -ab$

কষে দেখি — 22.3

1. নীচের সমীকরণগুলি সমাধান করি—

i) $6x = 7$ ii) $\frac{x}{3} = 0$ iii) $3x = 9$ iv) $\frac{x}{3} = 2$

v) $5x - 2 = 8$ vi) $7y + 5 = 40$ vii) $12x + 8 = 7x + 28$

viii) $6(7 - 3x) + 12x = 0$ ix) $5(x + 3) + 4(2x + 6) = 0$

x) $3(6 - 2x) = 4(1 - 5x)$ xi) $\frac{x}{2} - \frac{2}{5} = \frac{x}{3} + \frac{1}{4}$

xii) $3 + 2x = 1 - x$ xiii) $5(2x - 3) - 3(3x - 7) = 5$

xiv) $\frac{2x}{3} = \frac{3x}{8} + \frac{7}{12}$ xv) $\frac{3x + 1}{16} + \frac{2x - 3}{7} = \frac{x + 3}{8} - \frac{1 - 3x}{10}$

xvi) $2t - 3 = \frac{3}{10}(5t-2)$ xvii) $\frac{ax + b}{3} = \frac{cx + d}{2}$

xviii) $2x+0.6x-6.6 = 0.4x$ xix) $0.5x+ \frac{x}{3} = 0.25+7$

xx) $0.18(5x-4) = 0.5x+0.8$

2. সমাধান দেখে সমীকরণ তৈরি করি ও গল্প লিখি—

(i) $x = 6$ ii) $t = 7$ iii) $m = \frac{5}{6}$ iv) $y = 12$

(i) $x = 6$ → ______

(ii) $t = 7$ → ______

(iii) $m = \frac{5}{6}$ → ______

(iv) $y = 12$ → ______

13 শিবনাথ ও সোমনাথের বয়সের অনুপাত 3 : 4 ; যদি দুজনের মোট বয়স 21 বছর হয় তবে সমীকরণ গঠন করে শিবনাথ ও সোমনাথের প্রত্যেকের বয়স কত দেখি।

ধরি , অনুপাতের উভয়পদের সাধারণ গুণিতক x , যেখানে $x \neq 0$

সুতরাং , শিবনাথের বয়স 3x বছর

এবং সোমনাথের বয়স 4x বছর।

$\therefore$ দুজনের মোট বয়স (3x + 4x) বছর।

শর্তানুসারে, $3x + 4x = 21$

বা $7x = \square$

$x = \square$

সুতরাং, শিবনাথের বয়স = 3x বছর

= 3 × 3 বছর

= 9 বছর এবং সোমনাথের বয়স = 4x বছর

= 4 × $\square$ বছর

= 12 বছর

14 নীচের সমস্যাগুলির সমীকরণ তৈরি করে সমাধানের চেষ্টা করি

i) কোন সংখ্যার 6 গুণের সাথে 6 যোগ করলে সেই সংখ্যার 8 গুণ হবে হিসাব করে লিখি ।

ii) কোন সংখ্যার $\frac{1}{4}$ অংশ থেকে $\frac{1}{5}$ অংশ বিয়োগ করলে 2 পাব হিসাব করে লিখি।

iii) দুটি সংখ্যার একটি অপরটির তিনগুণ। ছোটোটির সঙ্গে 10 যোগ করলে যোগফল দ্বিতীয়টির $\frac{3}{4}$ গুণ হয়। হিসাব করে সংখ্যাটি লিখি। নিজে করি

সমাধান

i) ধরি, সংখ্যাটি x

$\therefore$ x - এর 6 গুণের সাথে 6 যোগ করে পাই (6x + 6)

x এর 8 গুণ = $\square$

শর্তানুসারে , $6x + 6 = 8x$

বা, $8x = 6x + 6$

বা, $8x - 6x = 6$ [পক্ষান্তর করে পাই]

বা, $2x = 6$

বা, $x = \frac{6}{2}$ [উভয়দিকে 2 দিয়ে ভাগ করে পাই]

$\therefore x = 3$ নির্ণেয় সংখ্যাটি = 3

ii) ধরি, সংখ্যাটি y

$\therefore$ y এর $\frac{1}{4}$ অংশ = ☐ এবং y এর $\frac{1}{5}$ অংশ = ☐

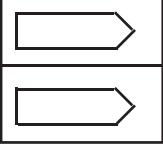
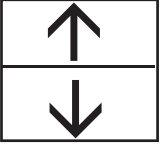
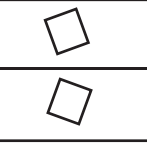
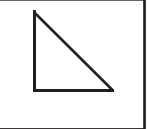
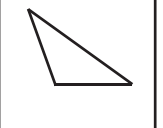
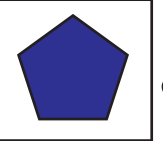
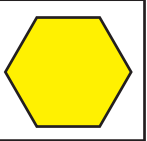
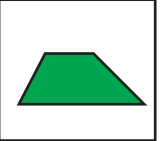
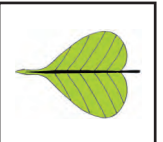
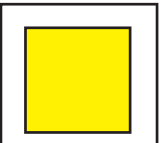
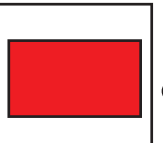
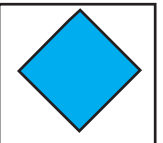
শর্তানুসারে, $\frac{y}{4} - \frac{y}{5} = 2$

বা, $\frac{5y - 4y}{\square} = 2$ বা, $\frac{y}{20} = 2$

$\therefore$ y = 40 [উভয়দিকে 20 দিয়ে গুণ করে পেলাম]

নির্ণেয় সংখ্যাটি 40

কষে দেখি— 22.4

গল্প পড়ে সমীকরণ তৈরি করি ও সমাধান করি :

1. বারুইপাড়ার শাকিল তার জমিকে সমান দু-ভাগ করে কলা ও পান চাষ করে মোট 2830 টাকা আয় করেন। পান চাষ করে তিনি কলার চেয়ে 630 টাকা বেশি আয় করেন। কলা চাষ করে তিনি কত টাকা পেয়েছিলেন হিসাব করে লিখি।
2. কুমারদের আয়তাকার জমির দৈর্ঘ্য প্রস্থের $1\frac{1}{2}$ গুণ; জমিটির পরিসীমা 400 মিটার। কুমারদের জমির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ হিসাব করে লিখি।
3. মঞ্জু, কণা ও অমলের মধ্যে 170 টাকা এমন করে ভাগ করে দিই যাতে মঞ্জু যত টাকা পাবে, কণা তার দ্বিগুণ অপেক্ষা 30 টাকা কম পাবে। অমল কণার অর্ধেক অপেক্ষা 15 টাকা বেশি পাবে। হিসাব করে দেখি কাকে কত টাকা দিলাম।
4. আমার কাছে কিছু আপেল আছে। আমি আমার আপেলের $\frac{2}{3}$ অংশ ভাইকে দেব এবং ভাইকে দেওয়ার পরেও আমার কাছে 6 টি আপেল পড়ে থাকবে। হিসাব করে দেখি ভাইকে কতগুলি আপেল দেব।
5. কোনো আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের অনুপাত 3:2 এবং পরিসীমা 160 মিটার। আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি।
6. আমার ব্যাগে 5 টাকার ও 10 টাকার মোট মুদ্রার সংখ্যা 20 টি। ব্যাগে মোট 145 টাকা থাকলে কোন মুদ্রা কতগুলি আছে হিসাব করে লিখি।
7. একটি ত্রিভুজের তিনটি কোণের মান যথাক্রমে $x^0, 2x^0$ ও $3x^0$। বৃহত্তম কোণের মান হিসাব করে লিখি।
8. চঞ্চলবাবু তার বাড়ি তৈরির সময়ে কিছু টাকা ধার করেন। তিনি তার ধারের $\frac{1}{3}$ অংশ অপেক্ষা 2000 টাকা বেশি পরিশোধ করলেন। কিন্তু এখনও তিনি যা শোধ করেছেন তা অপেক্ষা 21000 টাকা বেশি ধার থাকল। প্রথমে তিনি কত টাকা ধার করেছিলেন হিসাব করে লিখি।
9. একটি সাইকেল রিকশা থেকে একটি অটো রিকশার গতিবেগ ঘন্টায় 8 কিমি. বেশি। রীতা তার বাড়ি থেকে 2 ঘণ্টা সাইকেল রিকশায় এবং 30 মিনিট আটো রিকশায় করে 19 কিমি. দূরের স্টেশনে গেল। অটো রিকশার গতিবেগ কত ছিল হিসাব করে লিখি।
10. মারিয়ার বর্তমান বয়স তার ছোট ভাইয়ের বয়সের চেয়ে 8 বছর বেশি। 4 বছর পর মারিয়ার বয়স তার ভাইয়ের বয়সের দ্বিগুণ হবে। তাদের বর্তমান বয়স কত হবে হিসাব করে লিখি।

23. মজার অঙ্ক

A নীচের ছবিগুলির দল দেখি ও তার মধ্যে কোনটি রৈখিক প্রতিসম নয় খুঁজি ও গোল দাগ দিই।

B কোনটি আয়নার প্রতিবিম্ব হবে খুঁজে লিখি

4) 43 ➠ a) Ɛ4 b) 34 c) 4Ɛ

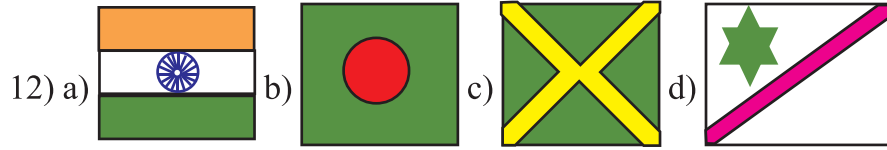
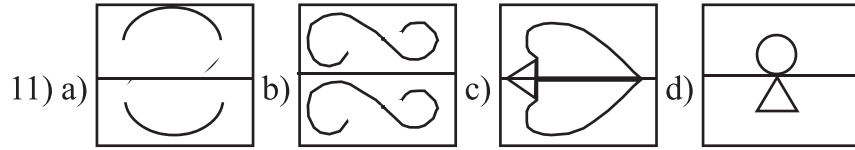
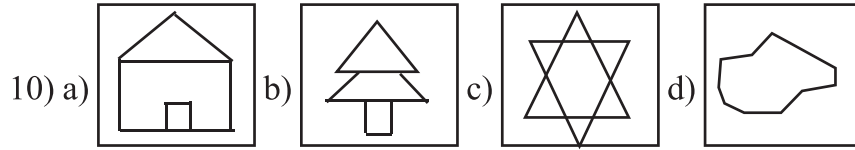
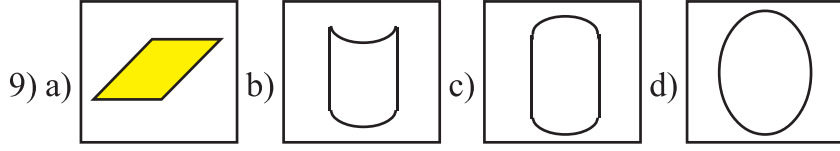
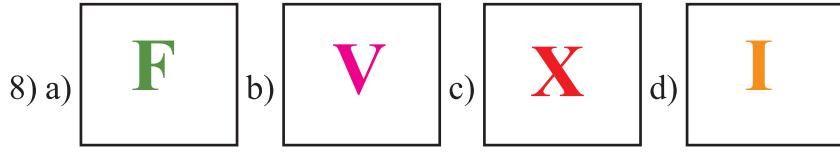
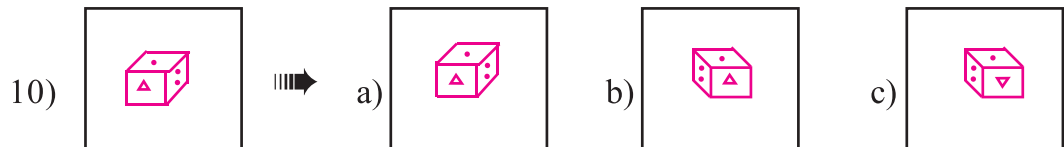
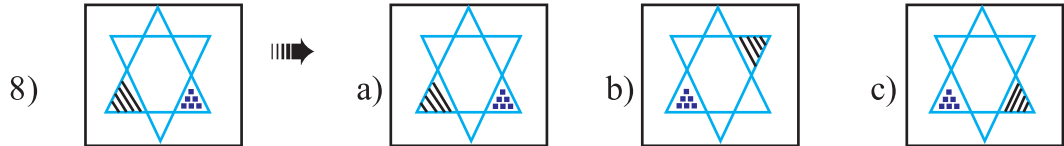
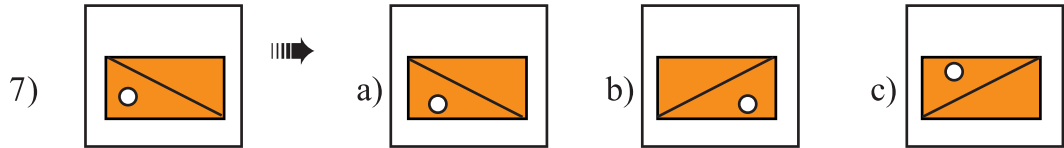
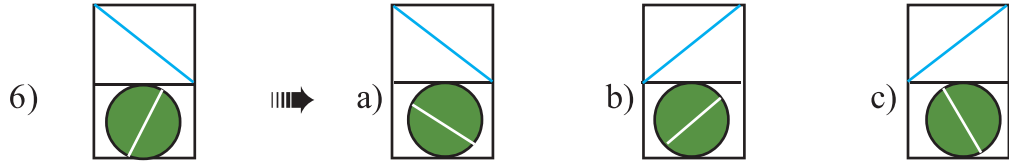
5) YES ➠ a) ƧƎY b) ƧƎY c) ƧEY

6) ➠ a) b) c)

7) ➠ a) b) c)

8) ➠ a) b) c)

9) ➠ a) b) c)

10) ➠ a) b) c)

C আমি আমার নিজের জিনিসের আয়নায় প্রতিবিম্ব লিখি।

আমার বয়স → ☐ বছর | ☐

আমার ক্রমিক সংখ্যা → ☐ | ☐

আমার স্কুল শুরু → (ঘড়ি) | (ঘড়ি) নিজে কাঁটা বসাই

আমার স্কুল ছুটি → (ঘড়ি) | (ঘড়ি) নিজে কাঁটা বসাই

আমার শ্রেণি → ☐ | ☐

আমার বিভাগ → ☐ | ☐

আমার জেলা → ☐ | ☐

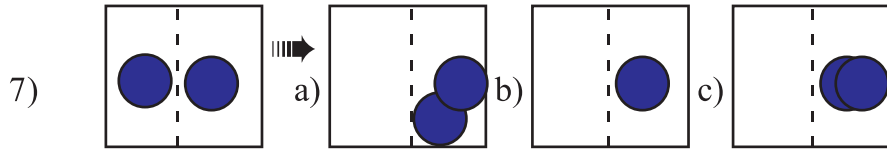
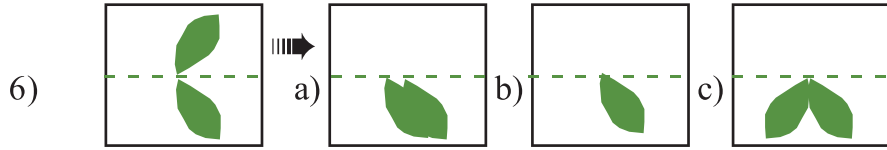
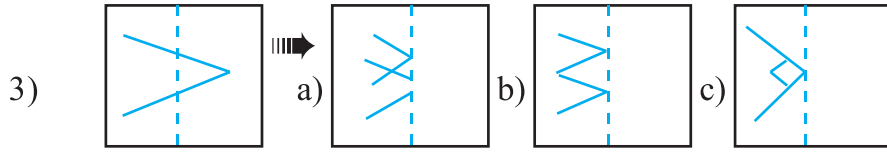
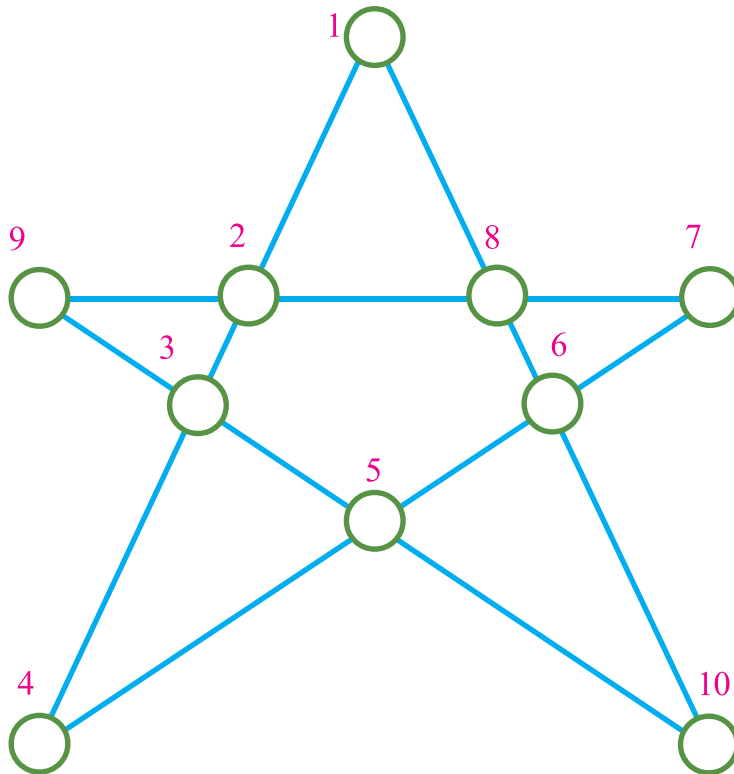
D নীচের স্বচ্ছ কাগজে (ট্রেসিং পেপার) সরলরেখা বরাবর ভাঁজ করে কি পাব ভাবি ও গোল দাগ দিইঃ

1)

2)

3)   a) b) c)

6) a) b) c)

7) a) b)   c)

E নীচের সমীকরণগুলি সমাধান করে বীজগুলি নির্দিষ্ট ঘরে লিখি ও কি পাই দেখি

1) $5x - 8 = 2x + 10$

2) $7x - 7 = 6x - 2$

3) $\frac{x}{15} = \frac{1}{5}$

4) $7(3x - 30) = 0$

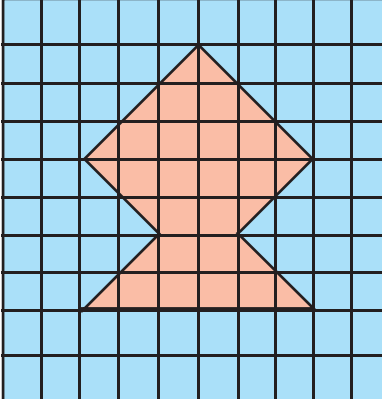
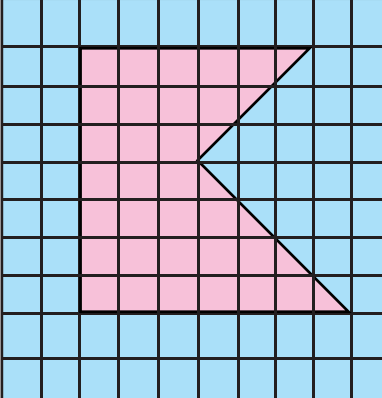
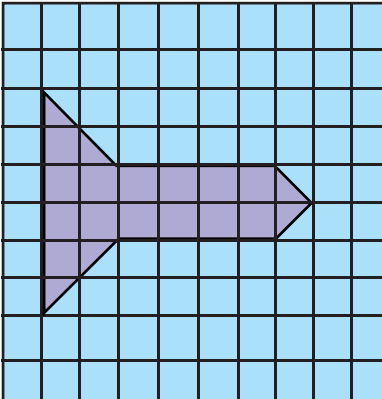
5) $4(9-x) = 32$

6) $14x + (-22) = 18 + 4x$

7) $40 = -x + 49$

8) $\frac{4x}{3} - \frac{2}{3} = \frac{2x}{3} + \frac{2}{3}$

9) $\frac{x}{2} + \frac{x}{4} = 6$

10) $5(x-2) = 2(2x+1)$

1+2+3+4 = ◯ + ◯ + ◯ + ◯ = □, 4+5+6+7= ◯ + ◯ + ◯ + ◯= □

1+8+6+10 = ◯ + ◯ + ◯ + ◯ = □, 9+2+8+7 = ◯ + ◯ + ◯ + ◯= □

F নীচের ছবি সমান কত ভাগের কত ভাগ ঘর জুড়ে আছে দেখি ও ফাঁকা ঘর পূরণ করি।

অনুপাত	ভগ্নাংশ	দশমিক ভগ্নাংশ	শতকরা
25 : 100 = 1 : 4	$\frac{25}{100}$	0.25	25%

অনুপাত	ভগ্নাংশ	দশমিক ভগ্নাংশ	শতকরা

অনুপাত	ভগ্নাংশ	দশমিক ভগ্নাংশ	শতকরা

G ছক কাগজে নির্দিষ্ট জায়গা জুড়ে নিজে ছবি আঁকি ও সমান কত ভাগের কত ভাগ ঘর জুড়ে আছে দেখে ফাঁকা ঘর পূরণ করি।

	অনুপাত	ভগ্নাংশ	দশমিক ভগ্নাংশ	শতকরা

	অনুপাত	ভগ্নাংশ	দশমিক ভগ্নাংশ	শতকরা

	অনুপাত	ভগ্নাংশ	দশমিক ভগ্নাংশ	শতকরা

24. মিলিয়ে দেখি

নিজে করি — 1.1 (পৃঃ - 2)

1) 50 **2)** 3 **3)** 2, 50 **4)** 400 **5)** 2, 6 **6)** 45 **7)** $1\frac{4}{7}$ **8)** $5\frac{3}{5}$ **9)** $\frac{2}{3}\times\frac{4}{5}$ **10)** $\frac{5}{2}\times\frac{7}{3}$ **11)** $\frac{10}{27}$ **12)** 5

কষে দেখি — 1.1 (পৃঃ - 4)

1. 45 **2.** আমাকে **3.** $\frac{5}{6}, \frac{1}{6}$ **4.** 30 মিটার **5.** 97.50 টাকা **6.** 1.92 কিগ্রা. **7.** 360 টাকা **8.** $\frac{3}{16}$
9. (i) $\frac{39}{40}$ (ii) $5\frac{1}{2}$ (iii) $27\frac{7}{15}$ (iv) 0.0005 (v) 0.007 (vi) 0.000145
10. (i) $1\frac{1}{2}$ (ii) $\frac{10}{153}$ (iii) $1\frac{1}{5}$ (iv) $2\frac{2}{11}$ (v) $\frac{1}{4}$ (vi) $\frac{24}{25}$ (vii) $\frac{8}{9}$ (viii) $1\frac{19}{29}$ (ix)1.26 (x) 70.8 (xi) 30 (11) (ii) $\frac{1}{2}$ (iii) $\frac{1}{2}$ (iv) $\frac{6}{7}$

নিজে করি — 1.2 (পৃঃ - 7)

1) 70 বার 2) 52 দিন **3)** 5 দিস্তা **4)** 128 টাকা **5)** 25 দিন **6)** 1130 টাকা **7)** 6 সপ্তাহ
8) 5 দিন **9)** 46 দিন **10)** 24 বিঘা

কষে দেখি — 1.2 (পৃঃ - 10)

1) i) 25 প. ii) 252 গ্রা. iii) 2 টা. iv) $1\frac{1}{10}$% v) 25% vi) 1.6 % **2)** 80 **3)** 42 জন **4)** ইউরিয়া আছে 72 কিগ্রা. এবং পটাশ আছে 48 কিগ্রা. **5)** 20 **6)** 50 **7)** 20 **8)** $38\frac{7}{13}$; $27\frac{7}{9}$ **9)** 4875 টাকা

কষে দেখি — 1.3 (পৃঃ - 14)

i) 9 **ii)** 9 **iii)** 0 **iv)** 0 **v)** -3 **vi)** 9 **vii)** 15 **viii)** -9 **ix)** -11 **x)** 0

কষে দেখি — 1.4 (পৃঃ - 15)

2.(a)50ব.সেমি.(b)48ব.সেমি.(c)48ব.সেমি.(d)42ব.সেমি.(e)51ব.সেমি.(f)30 ব.সেমি.(প্রায়)
4.(a) 25 ব.সেমি. (b) 64 ব.সেমি. (c) 121 ব.সেমি. (d) 81 ব.সেমি.
5. (a) 40 (b) 65 (c) 103 (d) 329 (e) 432 (f) 26 **6.** (a) 3025 (b) 2916 **7.** 136 **8.** 134 **9.** 42 **10.** 35 **11.** প্রথম সংখ্যা = 4 দ্বিতীয়সংখ্যা = 6 ও তৃতীয়সংখ্যা 8 **12.** 321 জন, **13.** 33টি **14.** 15 জন **15.** 8100 **16.** 14400

কষে দেখি — 2.1(পৃঃ - 26)

1. 2:5 **2.** 6:5:7 **3.** 6:1 **4.** 1:2:4 **5.** 75:74:72 **6.** 2:1:1অথবা 1:2:1 অথবা 1:1:2 **7.** 1:1:1
8. 56 বছর **9.** 80.50 টাকা **10.** 6 মিটার 6 ডেসিমিটার **11.** সপ্তমশ্রেণিতে **12.** 65,91

নিজে করি— 2.2 (পৃঃ - 29)

1) 70:81 **2**) 9:50 **3**) 1:15

কষে দেখি — 2.2 (পৃঃ - 30)

1. (a) 4:5, 5:4 (b) 2:3, 3:2 (c) 5:8, 8:5 (d) 13:17, 17:13 (e) 3:4, 4:3 (f) 11:17, 17:11 (g) b:4c, 4c:b (h) 1:25, 25:1
2. (a) 1:5, 5:1 (b) 10:7, 7:10 (c) 10:7, 7:10 (d) 8:15, 15:8 (e) 14:3, 3:14 (f) 28:9, 9:28 (g) 2:1, 1:2 (h) 40:51, 51:40
3. (a) 4:3, গুরুঅনুপাত (b) 1:17 লঘুঅনুপাত (c) 308:195, গুরুঅনুপাত (d) 7:120, লঘুঅনুপাত
4. বিনয় **5.** পাশের বিদ্যালয় **6.** 5,60,000, 3:2

কষে দেখি — 2.3 (পৃঃ -32)

1. সাক্ষর 5240 জন, নিরক্ষর 1310 জন **2.** বিশু পাবে 400 টাকা ও অপর্ণা পাবে 240 টাকা **3.** 245 কুইন্ট্যাল **4.** 60:13 **5.** 2:3 **6.** 18,000 টাকা **7.** 60,000 টাকার **8.**প্রথম হলঘরে বসবেন 660 জন, দ্বিতীয় হলঘরে 180 জন, এবং তৃতীয় হলঘরে 210 জন বসবেন **9.** মধু পাবে 2,200 টাকা, মানস পাবে 3,300 টাকা কুন্তল পাবে 4,400 টাকা ও ইন্দ্র পাবে 2,200 টাকা **10.** 1:3:5 **11.** প্রথম বন্ধু পায় 2,000 টাকা, দ্বিতীয় বন্ধু পায় 4,000 টাকা এবং তৃতীয় বন্ধু পায় 3,000 টাকা **12.** 48 লক্ষ; 60 লক্ষ **13.** স্ত্রী পেল 67,750 টাকা, পুত্র ও কন্যা প্রত্যেকে পেল 54,200 টাকা **14.** 8:5

নিজে করি — 3.1 (পৃঃ - 35)

1) (a) আছে, (b) আছে, (c) আছে, (d) নেই, (e) আছে, (f) আছে, (g) আছে, (h) নেই, **2)** না **3)** সমপরিমাণ চিনি উভয়ে একই দামে কিনেছেন

নিজে করি — 3.3 (পৃঃ - 39)

i) 5:10::10:20 **ii)** 8:4::4:2 **iii)** 7:14::14:28 **vi)** 4:10::10:25

নিজে করি — 3.5 (পৃঃ - 42)

2) 49 টাকা **3)** 3 ঘন্টায় **4)** 1.32 কিগ্রা. **5)** 1.5 লিটার

কষে দেখি — 3 (পৃঃ - 43)

1.সমানুপাতী- 5, 25, 7, 35 ; 9, 18, 15, 30 সমানুপাতী নয়- 4, 10, 30, 18 ; 5, 10, 16, 20 **2.** 12 দিনে **3.** 6 দিন **4.** 20 টি **5.** 200 দিন **6.** 1600 টাকা, **8.** (a) 9:2 (b) 12:13 (c) 3:2 (d) 3:2 (e) লাল, সবুজ, বাদামি ও হলুদ **9.** দ্বিতীয় শরবত **10.** 10:11 **11.** 2:7 **12.** 10 টি, **13.** জবাফুল 45 টি, গাঁদা ফুল 60 টি, 15 টি

নিজে করি — 4.2 (পৃঃ - 51)

1) (i) - (ii), (ii) - (iii), (iii) - (vi), (iv) - (i)

নিজে করি — 4.3 (পৃঃ - 53)

i) (-8)+(-8)+(-8)+(-8)+(-8)+(-8) **ii)** (-3)+(-3)+(-3)+(-3)+(-3)+(-3)+(-3) = -21
iii) (-12)+(-12)+(-12)+(-12)+(-12)+(-12)+(-12)+(-12)+(-12) = -108

মিলিয়ে দেখি

নিজে করি — 4.5 (পৃঃ - 56)

2) -145 **3)** -920 **5)** -41 **6)** 44

নিজেকরি — 4.6 (পৃঃ - 57)

i) 630 **ii)** -2400 **iii)** - 264 **iv)** - 8910

নিজে করি — 4.8 (পৃঃ - 61)

1) (a) 22 নম্বর **(b)** 15 নম্বর **(c)** 1 নম্বর **2)** 2000 লাভ হয়েছে **4) (a)** মাটির 240 মিটার নীচে থাকবে, অর্থাৎ – 240 মিটার অবস্থানে থাকবে। **(b)** লিফট্‌টের অবস্থানে হত = – 105 মিটার অর্থাৎ 105 মাটির মিটার নীচে থাকবে

কষে দেখি — 4 (পৃঃ - 68)

1.(a)-40**(b)**6**(c)**-5**(d)**-6**(e)**8**(f)**-6**(h)**-11 **(i)** -26 **(j)** -29 **(k)** 59 **(l)** -1 **2.** -2 **3. (i)**-3**(ii)**18 **4.**2^0C **5.**18মিটার,200মিটার **6.(i)**-9**(ii)**29**(iii)**202**(iv)**-3**(v)**4**(vi)**2**(vii)**-20 **(viii)**9 **9.(i)**-25**(ii)**-24**(iii)**-7**(iv)**-75**(v)**-13**(vi)**-20**(vii)**9**(viii)**30**(ix)**11**(x)**11

নিজে করি — 5.1 (পৃঃ - 71)

i) $8275 = 8 \times 10^3+2\times10^2+7\times10+5$ **ii)** $90925 = 9\times10^4+0\times10^3+9\times10^2+2\times10+5$ **iii)**$12578 = 1\times10^4+2\times10^3+5\times10^2+7\times10+8$ **iv)**$7858=7\times10^3+8\times10^2+5\times10+8$

নিজে করি — 5.2 (পৃঃ - 71)

1) 2 **2)** 3 **3)** 3 **4)** 5 **5)** 3 **6)** 11^2 **7)** 5^4 **8)** 2,2,2 **9)** 3,3,3,3 **10)** 3 **11)** 5 **12)** 3 **13)** 4

নিজে করি — 5.3 (পৃঃ - 72)

1) $2^3\times3$ **2)** $2^3\times7$ **3)** $3^2\times7$ **4)** $2^3\times3^2$ **5)** $2^3\times5^2$

নিজে করি — 5.4 (পৃঃ - 72)

1) $<$ **2)** $<$ **3)** $=$ **4)** $<$ **5)** $>$ **6)** $>$

নিজে করি — 5.5 (পৃঃ - 73)

1) (a) 2^{12} (b) $(-3)^{30}$ (c) 10^{10} (d) 2^2 (e) 9 (f) 11^2

নিজে করি — 5.6 (পৃঃ - 73)

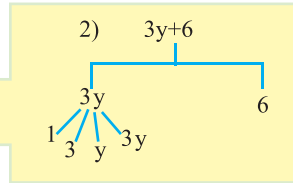
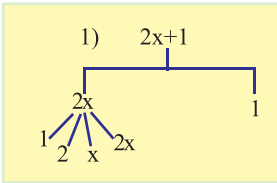
1) 1, **2)** 7^3, **3)** 1, **4)** 0, **5)** 0

নিজে করি — 5.8 (পৃঃ - 75)

1) 2^9, **2)** 5^8, **3)** 6^6, **4)** 3^8, **5)** (i) 2 (ii) 500 (iii) 5^8 (iv) 16 (v) 625 (vi) 1 (vii) a^4 (viii) 1

কষে দেখি — 5 (পৃঃ - 76)

1. 579×10^5 কিমি., 2279×10^5 কিমি. এবং 7783×10^5 কিমি.
2. (i) 6 **(ii)** 10^8
3. (i) 97.8×10, 9.78×10^2 ও 0.978×10^3 **(ii)** 15921.7×10, 1592.17×10^2 ও 159.217×10^3 **4. (i)** 3272, **(ii)** 2035 **(iii)** 82306 **(iv)** 95670
5. (i) 18^2 **(ii)** 6^3 **(iii)** 1 **(iv)** a^3b **(v)** 2 **(vi)** $(2x^2)^2$

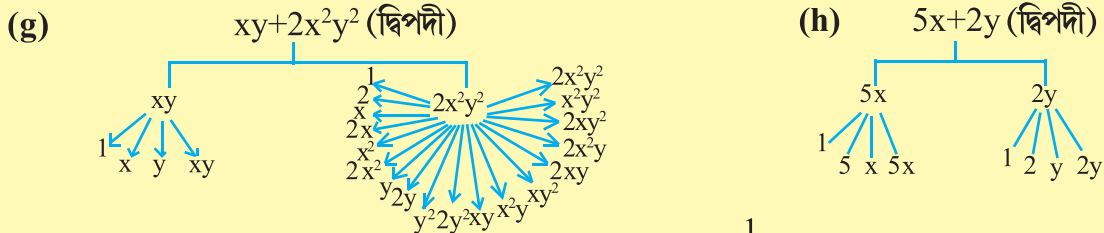
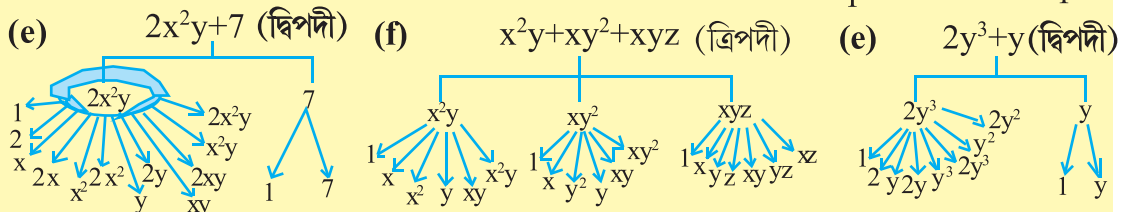
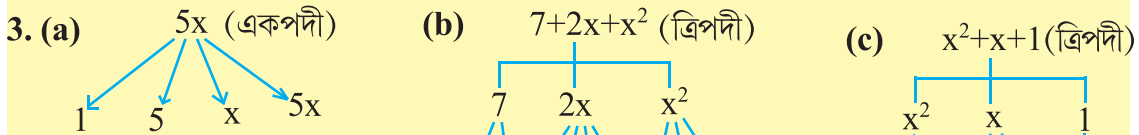
নিজে করি — 6.2 (পৃঃ - 79)

কষে দেখি — 6.1 (পৃঃ -84)

1. (a) x+y **(b)** z-x **(c)** 2p+q **(d)** x^3, **(e)** $\frac{1}{4}(x+y)$ **(f)** 4ab+7 **(g)** $2x+\frac{1}{2}y$ **(h)** (x+y)-xy

2. 17, 22, 27, 32, 37 .... ; 5x+2 এবং 13, 17, 21, 25 .... ; 4x+1

3. (a) 5x (একপদী) **(b)** $7+2x+x^2$ (ত্রিপদী) **(c)** x^2+x+1 (ত্রিপদী)

(e) $2x^2y+7$ **(দ্বিপদী)** **(f)** x^2y+xy^2+xyz (ত্রিপদী) **(e)** $2y^3+y$ **(দ্বিপদী)**

(g) $xy+2x^2y^2$ **(দ্বিপদী)** **(h)** 5x+2y **(দ্বিপদী)**

4. **(a)** 2, 3 **(b)** 1, 2 **(c)** 1, 5, -7 **(d)** -1 **(e)** 1, 1, -1 **(f)** $\frac{1}{2}$

5. **(a)** y^3x, y^3 **(b)** -8zx, -8z **(c)** -x, -1 **(d)** yx, y **(e)** x, 1 ও xy^2, y^2 **(f)** $15xy^4$, $15y^4$ **(g)** -5x, -5 ও $-xy^2$, $-y^2$

6. | 2x, -5x, 3x | y, 18y, – y | 12xy, -4xy, 3xy, -xy | $13y^2$, $-2y^2$ | $21x^2y$ | $-6x^2$, $-15x^2$ |

7. সদৃশ পদ → (b), (c), (e) অসদৃশ পদ → (a), (d), (f)

8. (b), -6 ; (c), 3; (d), 3y; (e), $-6y^2$

নিজে করি — 6.4 (পৃঃ - 94)

1) **(i)** 13x-12y **(ii)** 9a-5b + 2c-d **2)** **(i)** 5mn + 2m **(ii)** $p^2q-2p^2-q^2-pq^2$

কষে দেখি — 6.2 (পৃঃ - 94)

1. (i) 8x **(ii)** 6y **(iii)** 3y **(iv)** -12x **(v)** 5a **(vi)** -4x **(vii)** 7p **(viii)** o **(ix)** $8a^2b$ (x) o
2. (a) 2x + 2 **(b)** 3x+6 **(c)** 4x + 18 **(d)** 2x + 13 **(e)** 3x – 27 **(f)** 5x + 15 **3. (i)** 10a + 4b **(ii)** 9a –5 **(iii)** $19a^2 + 3a + 19$ **(iv)** $13a^2b + 2b^2a + 22$ **(v)** 3xy + 4x+3y **4. (i)** 6x + 3y **(ii)**

$-4m^2 + 2m + 4$ **(iii)** $-6x - y - 7$ **(iv)** $-14a^2 + a + 3$ **(v)** $x + 2x^2 - 3y^2$ **(vi)** $x^2 + 4xy - 3y^2$ **5. (a)** $31x^2y - xy^2$ **(b)** $b + 16a$ **(c)** $-2m^2 - 4n^2$ **(d)** $2a - 2b$ **(e)** $8p - q - 2r$ **(f)** $-3x + 4y$ **(g)** $4x^2 - 6x$ **(h)** $5x^2 + 10x + 10$ **(i)** $4a - 4b + 2ab$ **6.** $9x^2 + 4x + 9$ **7.** $7x - 3$ **8.** $-6x^2 + 3x - 4$ **9.** $-4x - 10y - 4z$ **10.** $13x^2$ **11.** $6 + 8x + 5x^2$

নিজে করি — 6.5 (পৃঃ - 97)

1) (i) 41 **(ii)** 3 **(iii)** 34 **(iv)** 133 **(v)** 5 **2) (i)** $\frac{1}{2}$ **(ii)** 8 **(iii)** 5 **(iv)** 6 **(v)** –28
3) (i) –3 **(ii)** 5 **(iii)** –9 **(iv)** 16 **(vi)** $-\frac{1}{36}$

নিজে করি — 6.6 (পৃঃ - 100)

1) (i) $14x$ **(ii)** $-12x^2$ **(iii)** $6x^3$ **(iv)** 0 **(v)** $12a^2bc$ **(vi)** $16x^2y^2$ **(vii)** $6a^3b^3$ **(viii)** $16x^2y^2$

নিজে করি — 6.7 (পৃঃ - 103)

1) (i) $a^3b - ab^3$ **(ii)** $4a^2 + 4ab - 4ac$ **(iii)** $12a^3b^2 + 6a^2b^3$ **(iv)** $x^3y^2z - x^2y^3z + xy^2z^3$ **(v)** 0
2) (i) $-x^2 + 41x$ (ii) $x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx$ (iii) $48x^2 + 18xy - 28x$ (iv) $14 - 3a - 12b$

নিজে করি — 6.8 (পৃঃ - 105)

1) (i) $70 - 11x - 3x^2$ **(ii)** $88 + 16x - 22y - 4xy$ **(iii)** $4a^2 + 4aby - 6ay - 6by^2$ **(iv)** $6x^3y - 3xy^2 - 10x^2y^2 + 5y^3$ **(v)** $\frac{x^2}{3} - \frac{47}{90}xy + \frac{y^2}{5}$ **(vi)** $\frac{6a^3}{35} - \frac{4a^2}{63} - \frac{3a}{25} + \frac{2}{45}$

কষে দেখি — 6.3 (পৃঃ - 108)

1. (i) $12ab$ **(ii)** $4b$ **(iii)** 3 **(iv)** $-x^3$ **(v)** 3 **(vi)** x^4 **(vii)** $\frac{1}{x^2}$ **(viii)** 0 **(ix)** 0 **(x)** $3b$ **(xi)** y **(xii)** অর্থহীন

2. (a) $-36x^2yz$ **(b)** $56x^4y^4$ **(c)** $24a^4b$ **(d)** $-\frac{13}{3}m^7n^7$ **(e)** $\frac{2}{5}x^3y^3$ **(f)** $15x^3yz^3$ **(g)** $-s^4t^3u^3$ **(h)** $-\frac{8}{3}x^4y^4z^4$ **(i)** $12a^2 + 28ab$ **(j)** $16a^3 + 40a^2b$ **(k)** $-51x^3 + 68x^2$ **(l)** $\frac{2}{3}a^3bc + \frac{2}{3}ab^3c - 2abc^3$ **(m)** $100x^3y - 1000x^2y^2$ **(n)** $10x^2 + 13xy - 3y^2$ **(o)** $2a^2b - 2b^3 - 6a^3 + 6ab^2$ **(p)** $3x^2 + 7x + 2$ **3. (i)** $6x^2$টি **(ii)** $(12x^2 + 3x)$ বর্গমিটার **(iii)** $(2x^2 + 12x)$ টাকা **(iv)** $49x^2$ ব.সেমি. **(v)** $2x$ একক **(vi)** $81y^3$ **4. (i)** $8x$ **(ii)** $-9y^2$ **(iii)** $15y^3$ **(iv)** $-\frac{21}{4}\frac{m^2n^2}{1}$ **(v)** $5a - 7b^2$ **(vi)** $-16x^6 + 4x^3$ **(vii)** $3m + 4mn$ **(viii)** $-9a^3 + 6b^3$ **(ix)** $-1 - 2pr + 3p^2qr^2$ **(x)** $-\frac{1}{m^2} - \frac{1}{mn} - \frac{1}{n^2}$
5. (i) 0 **(ii)** $2ab - 2ca$ **(iii)** $-2x$ **(iv)** $-2x^2 - x$ **(v)** 0 **(vi)** 0

নিজে করি — 10.1 (পৃঃ - 131)

1) (i) 0.76, 0.765, 0.7647 **(ii)** 0.66, 0.655, 0.6552

নিজে করি — 10.2 (পৃঃ - 132)

452167— 452170– 452200, 452000, 450000;
784062— 784060, 784100, 784000, 780000

কষে দেখি — 10 (পৃঃ - 132)

1. 42.86 পয়সা; 0.02 পয়সা বেশি **2.** প্রায় 146.67 পয়সা , 11.73 টাকা, 10.27 টাকা, 22 টাকা, সমান **3.** 299330 কিমি. **4.** 1 **6. (i)** 3.14, 3.143, 3.1429 **(ii)** 0.21, 0.214, 0.2143 **(iii)** 0.20, 0.200, 0.2000 **(iv)** 0.82, 0.825, 0.8246 **8. (i)** 11 টা 10 মিনিট **(ii)** 100 টাকা **(iii)** 1.6 সেমি **(iv)** 100 গ্রাম

নিজে করি — 11.1 (পৃঃ - 136)

1) (i) $\frac{16}{25}$ **(ii)** $\frac{36}{49}$ **(iii)** $\frac{16}{25}$ **(iv)** $\frac{121}{144}$ **2) (i)** $\frac{4}{5}$ **(ii)** $\frac{3}{8}$ **(iii)** $\frac{6}{11}$ **(iv)** $\frac{12}{13}$ **(v)** $\frac{15}{17}$

নিজে করি— 11.2 (পৃ- 137)

1) (i) 3 (ii) 2 (iii) 2 (iv) 2 **2)** (i) 2 (ii) 5 (iii) 5 (iv) 3

কষে দেখি— 11.1 (পৃঃ - 138)

1. $\frac{33}{25}$ সেমি **2. (i)** $1\frac{6}{7}$ **(ii)** $\frac{5}{9}$ **(iii)** $2\frac{15}{26}$ **(iv)** $\frac{35}{27}$ **(v)** $\frac{3}{4}$

3. $\frac{13}{11}$, **4.** $\frac{7}{8}$, $\frac{7}{4}$ **5.** $\frac{41}{16}$ **6.** $1\frac{42}{49}$ **7.** $4\frac{4}{5}$ **8.** 2

9. $\frac{7}{6}$, $\frac{4}{5}$ **10.** $\frac{2}{5}$, $\frac{4}{5}$ **11.** 1 **12.** $\frac{23}{60}$ **13.** $\sqrt{\frac{1}{16}}$, $\sqrt{\frac{1}{25}}$, $\sqrt{\frac{1}{36}}$, $\sqrt{\frac{1}{49}}$

14. 4 **15. (i)** $1\frac{6}{7}$ **(ii)** $2\frac{11}{16}$ **(iii)** $\frac{11}{15}$ **(iv)** $\frac{32}{35}$

নিজে করি —11.3 (পৃ- 142)

1) (i) 0.49 **(ii)** 0.0256 **(iii)** 0.0064 **(iv)** 0.0625 **2) (ii)** 1.44 **3) (i)** 2.1 **(ii)** 1.5 **(iii)** 0.16 **(iv)** 0.22

নিজে করি — 11.4 (পৃঃ- 143)

1) 0.016 **2)** 0.213 **3)** 1.03 **4)** 8.7

নিজে করি — 11.5 (পৃঃ- 144)

2.24,2.236 ও 2.65,2.646

মিলিয়ে দেখি

কষে দেখি — 11.2 (পৃঃ - 144)

1. 5.7সেমি. **2.** 2.25 মিটার **3.** 0.72 **4.** 0.18 **5.** 17.205 **6.** প্রথম বর্গক্ষেত্রের, 0.18 মিটার **7.** 0.5 **8. (i)** 1.6 **(ii)** 2.2 **(iii)** 2.4 **(iv)** 2.6 **(v)** 0.213 **(vi)** 0.013 **(vii)** 8.729 **(viii)** 13.057 **(ix)** 74.2 **9.** 1.05 **10.** 3.25 **11.** 15.6 **12.** 0.000004 **13. (i)** 2.45 **(ii)** 2.83 **(iii)** 3.317 **(iv)** 3.464 **14.** 3.87, 0.0231 কম

নিজে করি — 12.1 (পৃঃ-152)

i) $a = x, b=3, x^2+6x+9$ **ii)** $a = p, b=9$, p2+18p+81 **iii)** $a=6, b=-x, 36-12x+x^2$ **iv)** $a=y, b=-2, y^2-4y+4$ **v)** $a=mn, b=l^2, m^2n^2+2mnl^2+l^4$ **vi)** $a=6x, b=3, 36x^2+36x+9$ **vii)** $a=4x, b=5y, 16x^2+40xy+25y^2$ **viii)** $a=pqc, b=2, p^2q^2c^2+4pqc+4$ **ix)** $a=\frac{5}{k}$, $b=3, \frac{25}{k^2}+\frac{30}{k}+9$, **x)** $a=\frac{3}{r}, b=\frac{2}{p}, \frac{q}{r^2}+\frac{12}{rp}+\frac{4}{p^2}$ **ix)** $a=\frac{5}{k}, b=3,$ $\frac{25}{k^2}+\frac{30}{k}+9$ (x) $a=\frac{3}{r}, b=\frac{2}{p}, \frac{q}{r^2}+\frac{12}{rp}+\frac{4}{p^2}$ (xi) $a=\frac{p}{q}, b=\frac{m}{n}, \frac{p^2}{q^2}+\frac{2pm}{qn}+\frac{m^2}{n^2}$ **xii)** $a=m^2, b=n^2, m^4+2m^2n^2+n^4$ **xiii)** $a=3xy, b=4z, 9x^2y^2+24xyz+16z^2$ **xiv)** $a=2x, b=3y+z, 4x^2+9y^2+z^2+12xy+6yz+4zx$ **xv)** $a=100, b=2, 10404$ **xvi)** $a=p, b=q+r+s, p^2+q^2+r^2+s^2+2pq+2pr+2qr+2qs+2rs+2ps$

নিজে করি — 12.2 (পৃঃ-153)

(i) $a=x, b=5, x^2-10x+25$ **(ii)** $a=m, b= n, m^2-2mn+n^2$ **(iii)** $a=10, b=x, 100-20x+x^2$ **(iv)** $a=x, b=-y, x^2+2xy+y^2$ **(v)** $a=3x, b=y, 9x^2-6xy+y^2$ **(vi)** $a=4m, b=-2, 16m^2+16m+4$ **(vii)** $a=5y, b=-x, 25y^2+10xy+x^2$ **(viii)** $a=ce, b=fg, c^2e^2-2cefg+f^2g^2$ **(ix)** $a=px, b=\frac{1}{2}$ $p^2x^2-px+\frac{1}{4}$ **(x)** $a=p+q, b=r, p^2+q^2+r^2+2pq-2qr-2pr$ **(xi)** $a=p, b=q-r, p^2+q^2+r^2-2pq-2qr+2pr$ **(xii)** $a=\frac{2x}{3}, b=\frac{3y}{4}, \frac{4}{9}x^2-xy+\frac{9}{16}y^2$ (xii) $a=3m^3, b=4n^3, 9m^6-24m^3n^3+16n^6$ (xiv) $a=2x+y, b=z, 4x^2+y^2+z^2+4xy-2yz-2zx$ **(xv)** $a=1000, b=1, 998001$ **(xvi)** $a=p+q, b=r+s, p^2+q^2+r^2+s^2+2pq-2pr-2ps-2qr-2qs+2rs$

কষে দেখি — 12.1 (পৃঃ- 155)

1. (ii) $(a+b)^2$ **2. (ii)** 49, **3. (iii)** 2ab বা -2ab, **4.** (iii) 3 **5.**(i) $\frac{1}{64}$ **6.**(i) $k = \pm\frac{2}{3}$ (ii) 2,-2 (iii) 2 (iv)k= -6 **7. (i)** q^2 **(ii)** $(p+q)^2$ **8. (i)** $(4a-5c)^2$ **(ii)** $(2p-\frac{1}{2})^2$ **(iii)** $(1+\frac{2}{a})^2$ **(iv)** $(3a+4b)^2$ **9. (i)** 81 **(ii)** 81 **(iii)** 81 **(iv)** 169 **10. (i)** 20,104 **(ii)** 624 **(iii)** $\frac{53}{28}$, **(vi)** $(2x+5y)^2+(2x-5y)^2$ **(vii)** $(\frac{1+x}{2})^2-(\frac{1-x}{2})^2$ (আরও সমাধান হতে পারে)

কষে দেখি—12.2 (পৃঃ- 161)

1. (i) x^2+8x+7 **(ii)** $x^2-10x+16$ **(iii)** $x^2+3x-54$ **(iv)** $4x^2-1$ **(v)** $x^2y^2-2xy-8$ **(vi)** a^4+a^2-20

3. (i) 65 **(ii)** 24 **(iii)** 6 **(iv)**14 **(v)** 18 **(vii)** 21 **(viii)** 7 **(x)** 34 $\frac{2}{3}$**(xi)** $23\frac{4}{7}$ **(xii)** 5 **(xvii)** 18

কষে দেখি —12.3 (পৃঃ- 167)

1. (i)1200 **(ii)** 3.36 **(iii)** 6396 **(iv)** 0.9775 **(v)** 3000 **2. (i)** 81 **(ii)** a=2 **(iii)** 4+x **3. (i)** (5l+4m) (5l-4m) **(ii)** $(7x^2+6y^2)(7x^2-6y^2)$ **(iii)** (3a+2b)a (iv) (x+y+a+b) (x+y-a-b) (v) 4x(y-z) (vi) 4m(p+q) **4. (i)** c^4-d^4 **(ii)** $1-81x^8$ **(iii)** $a^{16}-b^{16}$ **5. (i)** $(4c^2+9d^2)(2c+3d)(2c-3d)$ **(ii)** $(p^2q^2+r^2s^2)(pq+rs)(pq-rs)$ **(iii)** $(9+x^2)(3+x)(3-x)$ **(iv)** $(25+a^2b^2)(5+ab)(5-ab)$ **7.** $2a^2b^2+2b^2c^2+2c^2a^2-a^4-b^4-c^4$ **9.** a^8+a^4+1 **10.** 16 **11.** $(2x+1)^2-(a-4)^2$ **12.** $(a-\frac{1}{a})^2-1^2$

কষে দেখি — 14 (পৃঃ- 177)

1. (i) তিনটি **(ii)** একটি **(iii)** তিনটি **(iv)** একটি **(v)** সমবাহু ত্রিভুজের

নিজে করি — 15.1 (পৃ: 186)

10.5 কিমি.

কষে দেখি — 15 (পৃঃ - 187)

1. শনিবার, 4কিমি., সরল সমানুপাতিক **2.** মঙ্গলবার, 2 মিনিট, ব্যস্তসমানুপাতি **4.** ঘন্টায়18 কিমি. **5.** 6সেকেন্ড **6.** 7ঘন্টা 48মিনিট **7.** 16:5 **8.** 3ঘন্টা 15 মিনিট **9.** 50কিমি **10.** 202.5 কিমি. **11.** $8\frac{2}{5}$ সেকেন্ড **12.** ঘন্টায় 12.96 কিমি. **13.** 21সেকেন্ড **14.** 250 মিটার **15.** 66 মিটার, 59.4কিমি./ঘ. **16.** 65 মিটার, 39.6 কিমি./ঘ. **17.** 180 মিটার **18.** 125মিটার, 45কিমি./ঘ. **20.**1মিনিট

নিজে করি — 17.2 (পৃঃ - 201)

1) 630 বর্গমিটার **2)** 46,170 টাকা **3)** 4,320 টাকা **4)** 27,500 টাকা

নিজে করি — 17.3 (পৃঃ - 203)

1) 512 বর্গমিটার **2)** 1344 বর্গ মিটার

কষে দেখি - 17 (পৃঃ - 204)

2. (i) 16 সেমি. **(ii)** 25 বর্গমিটার **(iii)** 40 বর্গসেমি. **(iv)** 10000 **(v)** 0.0001 **(vi)** 5 বর্গমিটার = 5 মিটার × মিটার এবং 5 মিটার বর্গ = 5 মিটার × 5 মিটার **(ix)** 36 বর্গসেমি. **(x)** 25 **3. (a)** 64 বর্গসেমি. **(b)** 60 বর্গসেমি. **(c)** 516 বর্গসেমি. **4.** 88 বর্গসেমি., 92 বর্গসেমি. **5. (i)** 40 মিটার, 28 মিটার **(ii)** 864 বর্গমিটার **(iii)** 256 বর্গমিটার **6.** 84 বর্গমিটার **7.** 1120 টাকা **8.** 34 মিটার, 17 মিটার, 102 মিটার **9.** 24 মিটার, 12 মিটার **10.** 0.395 বর্গমিটার, 6.48 বর্গমিটার **11.** 38000 টাকা, 481.25 বর্গমিটার **12.** 64 বর্গমিটার, 72 বর্গমিটার **13.** 25 মিটার 14. 6000 টি **15.** 240.44 বর্গমিটার, 6011 টি **16.** 66 বর্গসেমি., 136 বর্গসেমি., 90 বর্গসেমি., 90 বর্গসেমি. **17. (i)** 3600 টাকা **(ii)** 2496 টাকা **(iii)** 2277.60 টাকা **(iv)** 17717.40 টাকা **18.** 100800 টাকা

মিলিয়ে দেখি

কষে দেখি — 18.2 (পৃঃ - 216)

1. i) সমদ্বিবাহু **(ii)** সমবাহু (iii) 4 **(iv)** 2 **(v)** 4,2 **(vi)** সামান্তরিক **(vii)** (a) দুটি (b) সুষমপঞ্চভুজ **(ix)** 60,6 **(x)** সমদ্বিবাহু **(xi)** কর্ণদ্বয়ের **(xii)** 180 **(xiii)** 120 **(xiv)** 90 **(xv)** সামান্তরিক **2.** (a) সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ (b) সামান্তরিক (c) 6 টি (d)

নিজে করি — 19.1 (পৃঃ - 221)

1) $2\times2\times3\times x\times x\times y(x+2)$ **2)** $2\times3\times3\times y\times z\times z(2y+3z)$ **3)** $2\times2\times2\times2\times x\times y\times z(x+y)$ **4)** $3\times5\times p\times q\times q(p+3q)$

নিজে করি — 19.2 (পৃঃ - 224)

1) (i)$2(1+7x)$ (ii) $5(x-4y)$ (iii) $3(2x-y)$ (iv) $3a(a-4)$ **2)** (i) 2,a,2a (ii) x (iii) 2, 4, y, z, yz, 2y, 2z, 2yz, 4y, 4z, 4yz (iv) 7, a, b, 7a, 7b, ab, 7ab

নিজে করি — 19.3 (পৃঃ - 224)

1) (i) $(x+1)(y+3)$ (ii) $(q+2)(p-1)$ (iii) $(3y+2)(2x+1)$ (iv) $(2y+1)(5x+1)$

কষে দেখি— 19.1 (পৃঃ - 225)

1. (i) $7\times x\times y$ **(ii)** $3\times3\times x\times x\times y$ **(iii)** $2\times2\times2\times2\times a\times b\times b\times c$ **(iv)** $-5\times5\times l\times m\times n$ **(v)** $2\times2\times3\times x\times(2+x)$ **(vi)** $-5\times p\times q\times(p^2+8)$ **(vii)** $3\times7\times x\times y\times y\times(3x-2)$ **(viii)** $11\times11\times m\times n\times(m^2-n)$ **2. (i)** 11, x, 11x **(ii)** 7, a, b, 7a, 7b, 7ab **(iii)** -1, -n, -l, nl, -nl, n, l **(iv)** 2, 3, 6, a, b, 2a, 2b, 3a, 3b, 6a, 6b, ab, 2ab, 3ab, 6ab **(v)** 2 **(vi)** 3, 9, x, 3x, 9x **(vii)** 1 **4. (i)** $5(1+2x)$ **(ii)** $2(x-3)$ **(iii)** $7(m-2n)$ **(iv)** $3x(6y+7z)$ **(v)** $2y(2x+3z)$ **(vi)** $xy(7z-6)$ **(vii)** $7a(a+2)$ **(viii)** $-5(3m-4)$ **(ix)** $2ab(3a+4b)$, (x) $a(3a-b^2)$ **(xi)** $bc(a-d)$ **(xii)** $2\times2(15xy^3+xy-2)$ **(xiii)** $xyz(x+y+z)$ **(xiv)** $a(a^2-a+1)$ **(xv)** $xxyy(z^2+1+q^2)$ **5. (i)** $(x+1)(y+2)$ **(ii)** $(b+1)(a-5)$ **(iii)** $(2x-3)(3y+2)$ **(iv)** $(3-7n)(5m+3)$ **(v)** $(a+b)(x-y)$ **(vi)** $(1-ab)(c-9)$

কষে দেখি— 19.2 (পৃঃ - 228)

1. (i) $(x+7)(x+7)$ **(ii)** $(2m-9)(2m-9)$ **(iii)** $(5x+3)(5x+3)$ **(iv)** $(11b-4)(11b-4)$ **(v)** $xxyy(x+2)(x-2)$ **(vi)** $(a^2+2b^2)(a^2+2b^2)$ **(vii)** $2\times2(x+2)(x-2)$ **(viii)** $(11+6x)(11-6x)$ **(ix)** $(xy+pq)(xy-pq)$ **(x)** $5(4m+5)(4m-5)$ **(xi)** $a(x+y)(x-y)$ **(xii)** $(l+m+n)(l-m-n)$ **(xiii)** $(3a-3b-2c)(a+b)$ **(xiv)** $(x-3y)(x+y)$ **(xv)** $(x+3y+z)(x+3y-z)$ **(xvi)** $(a+b-c)(a-b+c)$ **(xvii)** $c(b-a)(2ab-bc-ca)$ **(xviii)** $(x+y+3z)(x-y-3z)$ **(xix)** $(x-y)(x+y+4)$ **(xx)** $(a+b-c-d)(a-b-c+d)$ **(xxi)** $(a-b+c)(b-a+c)$ **(xxii)** $(6x+4a+3b)(6x-4a-3b)$ **(xxiii)** $(a-b+1)(a+b-1)$ **(xxiv)** $(a+b-2)(a-b)$ **(xxv)** $(ac-bd+bc+ad)(ac-bd-bc-ad)$ **(xxvi)** $(a-b)(a+b-4c)$ **(xxvii)** $(a+b+c+d)(a-b-c+d)(a+b-c-d)(a-b+c-d)$ **(xxviii)** $(3x+y-z)(x-y-z)$ **2. (i)** $(9x^2+6xy+2y^2)(9x^2-6xy+2y^2)$ **(ii)** $(p^2+3pq-2q^2)(p^2-3pq-2q^2)$ **(iii)** $(x^2+2xy+2y^2)(x^2-2xy+2y^2)(x^2+2y^2)(x^2-2y^2)$ **(iv)** $(x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2)$ **(v)** $(x^2+y^2)(3x^2-y^2)$ **(vi)** $(x^2+x+1)(x^2-x+1)$ **(vii)** $(x^2+4y^2)(x^2+2y^2)$ **(viii)** $(z-x+y)(z-3x-y)$ **(ix)** $(x+y)(x-y)(3x^2-y^2)$ **(x)** $(p^2+3q^2)(p^2-5q^2)$ **(xi)** $(x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2)(x^4-x^2y^2+y^4)$

কষে দেখি— 20 (পৃঃ - 239)

2. **(i)** সমান **(ii)** সামান্তরিক **(iii)** সমান্তরাল **(iv)** আয়তক্ষেত্র **(v)** দুই **(vi)** সমকোণে **(vii)** সমান **(viii)** সামান্তরিক **(ix)** সমদ্বিখণ্ডিত

নিজে করি — 22.1 (পৃঃ - 252)

1) $x = 5$ **2)** $x = 6$ **3)** $x = 6$ **4)** $x = 6$

নিজে করি — 22.2 (পৃঃ - 258)

1) $x = 12$ **2)** $y = 13$ **3)** $x = 5$ **4)** $y = \frac{2}{3}$ **5)** $x = 2$

কষে দেখি— 22.1 (পৃঃ - 253)

1. **(a)** সমীকরণ, x **(b)** সমীকরণ, x **(c)** সমীকরণ, t **(d)** সমীকরণ, t **(e)** সমীকরণ, x **(h)** সমীকরণ, y **(i)** সমীকরণ, x **2.** **(i)** $3x = 33$ **(ii)** $5y = 65$ **(iii)** $x+2 = 18$ **(iv)** $\frac{x}{4} = 5$

3.

সিদ্ধ করছে না
সিদ্ধ করছে না
সিদ্ধ করছে না
সিদ্ধ করছে না
সিদ্ধ করছে
সিদ্ধ করছে না
সিদ্ধ করছে না
সিদ্ধ করছে না

4. **(i)**

p	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
p+12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22

(ii)

m	1	2	3	4	5	6	7	8
6m	6	12	18	24	30	36	42	48

(iii)

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\frac{t}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{5}{5}$	$\frac{6}{5}$	$\frac{7}{5}$	$\frac{8}{5}$	$\frac{9}{5}$	2

(iv)

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
7-x	6	5	4	3	2	1	0	-1	-2	-3

কষে দেখি - 22.2 (পৃঃ - 259)

1. **(a)** $7x = 42$ **(b)** $4x + 5 = 3(x + 5)$ **(c)** $x + x - 5 + 2x = 187$
(d) $x - (3895 - x) = 1871$ **(e)** $12x - 48 = \frac{12}{5}x$
(f) $x - (\frac{1}{3}x + \frac{2}{7}x) = 160$ **(g)** $10\times5 + x = 11x$ **(h)** $100\times y + 10\times 7+0 = 114y$

কষে দেখি - 22.3 (পৃঃ - 263)

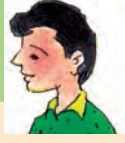
(i) $x = \frac{7}{6}$ **(ii)** $x = 0$ **(iii)** $x = 3$ **(iv)** $x = 6$ **(v)** $x = 2$ **(vi)** $y = 5$ **(vii)** $x = 4$ **(viii)** $x = 7$
(ix) $x = -3$ **(x)** $x = -1$ **(xi)** $x = 3\frac{9}{10}$ **(xii)** $x = -\frac{2}{3}$ **(xiii)** $x = -1$ **(xiv)** $x = 2$ **(xv)** $x = 13\frac{8}{27}$
(xvi) $t = 4\frac{4}{5}$ **(xvii)** $x = \frac{3d - 2b}{2a - 3c}$ **(xviii)** $x = 2.2$ **(xix)** 8.7 **(xx)** 3.8

কষে দেখি - 22.4 - (পৃঃ - 265)

1. 1100টাকা **2.** দৈর্ঘ্য 120 মিটার, প্রস্থ 80 মিটার **3.** মঞ্জুকে 50 টাকা, কণাকে 70 টাকা এবং অমলকে 50 টাকা **4.** 12 টি **5.** 1536 বর্গ মিটার **6.** 5 টাকার মুদ্রা 11টি এবং 10 টাকার মুদ্রা 9টি **7.** 90° **8.** 75,000 টাকা **9.** 14 কিমি/ঘন্টা **10.** ভাই-এর বয়স 4 বছর এবং মারিয়ার বয়স 12 বছর।

আমার পাতা

এই বই তোমার কেমন লেগেছে? লিখে, এঁকে বুঝিয়ে দাও :

আমার পাতা

এই বই তোমার কেমন লেগেছে? লিখে, এঁকে বুঝিয়ে দাও :

শিখন পরামর্শ

- জাতীয় পাঠক্রম রূপরেখা (NCF) - 2005-এর পরামর্শ এই যে শিক্ষার্থী যেন তার বিদ্যালয় জীবন ও বিদ্যালয়ের বাইরের জীবনের সঙ্গে সর্বদা সংযোগ ঘটাতে পারে। এই নথি নির্দেশ করে যে শিক্ষার্থীর শিক্ষা যেন কেবলমাত্র বই থেকে না হয়। শুধুমাত্র বই থেকে শিক্ষা হলে শিক্ষার্থীর শিক্ষায় বিদ্যালয়, বাড়ি এবং সমাজ থেকে শিক্ষার ভেতর একটি ফাঁকের সৃষ্টি হয়। জাতীয় পাঠক্রম রূপরেখার এই মূল নথির উপর ভিত্তি করেই বর্তমান পাঠক্রম, পাঠ্যসূচি ও পাঠ্যবই তৈরি করা হয়। এই নথি আরও পরামর্শ দেয় যে শিক্ষার্থীর শিক্ষা যেন বিষয়কেন্দ্রিক না হয়। বিভিন্ন বিষয়ের মধ্যে যতটা সম্ভব সে যেন সম্পর্ক খুঁজে পায়।
- আশা করা যায়, শিক্ষক/শিক্ষিকারা যখন এই পাঠ্যবইটি ব্যবহার করবেন যতটা সম্ভব এই নথি ও নীচের পরামর্শ অনুধাবন করবেন।
- বর্তমানে শিক্ষা শিক্ষার্থীকেন্দ্রিক। শিক্ষক/শিক্ষিকা সহায়ক মাত্র। অর্থাৎ শিক্ষার্থী যে জন্মের পর থেকেই বাড়ি, পরিবেশ, সমাজ থেকে অনেক কিছুই শিখে ফেলে সেটা শিক্ষক/শিক্ষিকারা খেয়াল রাখবেন। কোনো বিষয় জানানোর আগে সেই বিষয়ে শিক্ষার্থীর পূর্বে অর্জিত জ্ঞানের দিকে খেয়াল রেখে সহায়তা করবেন। শিক্ষার্থীর চিন্তা বা যুক্তি কোনোভাবে যাতে আটকে না যায়, সে যেন মুক্ত চিন্তায় যেতে পারে সেদিকে সর্বদা খেয়াল রাখবেন।
- পাঠ্যবই শিক্ষার্থীর শিক্ষার একটি সহায়ক মাত্র। একমাত্র সহায়ক নয়। শিক্ষার্থীর শিক্ষা যাতে আনন্দদায়ক হয়ে ওঠে তার জন্য বিভিন্ন শিখন সম্ভারের সাহায্য নেওয়া প্রয়োজন।
- গণিত শিক্ষায়, শিক্ষার্থীর যেন মূর্ত বস্তুর ধারণা থেকে বিমূর্তের ধারণা জন্মায়। তা না হলে শিশুর কাছে গণিত বিষয় একটি ভয়ের কারণ হয়ে ওঠে।
- শিক্ষক/শিক্ষিকারা যেন শিক্ষার্থীর পরিচিত পরিবেশ থেকে কিছু বাস্তব সমস্যা তৈরি করে গণিতের কোনো অধ্যায় শুরু করেন। তারপর সম্ভব হলে সক্রিয়তাভিত্তিক কাজের (Activity) মাধ্যমে সেই অধ্যায় সম্পর্কে শিক্ষার্থীর মনে যুক্তিপূর্ণ ধারণার জন্ম দেন। শিক্ষার্থীর চিন্তা ও যুক্তির স্বচ্ছতা আসার পরেই যেন সে বিমূর্ত বিষয় নিয়ে কাজ করে।
- শিক্ষক/শিক্ষিকারা যেন লক্ষ্য রাখেন শিক্ষার্থী বইটি থেকে নিজে নিজেই কতদূর পর্যন্ত কোনো একটি অধ্যায় শিখতে পারে। যখন সে ওই অধ্যায়ের কোনো একটি অংশ শিখতে বাধাপ্রাপ্ত হয় তখনই তাঁরা যেন ধীরে ধীরে সহায়তা করেন, যাতে সে সমস্যাটি সমাধানের পথ নিজেই খুঁজে পায়।
- শিক্ষিক/শিক্ষিকা কোনো অধ্যায় সম্পর্কে প্রথমে শিক্ষার্থীর কাছে এমনভাবে গল্প বলবেন যাতে শিক্ষার্থী প্রথমে কিছু বুঝতে না পারে যে তাকে কিছু শেখানো হচ্ছে।
- দলগত শিক্ষণ শিক্ষার্থীর পক্ষে শিক্ষণে যথেষ্ট সহায়ক হয়। শিক্ষক/শিক্ষিকা শ্রেণিকক্ষে সেদিকটি খেয়াল রাখবেন।

- বর্তমান শিক্ষায় শিক্ষার্থীকে পাঠদান বা কিছু তথ্য জানানো নয়, শিক্ষার্থী যাতে জ্ঞান গঠন করতে পারে সেদিকে শিক্ষক/শিক্ষিকারা লক্ষ্য রাখবেন। শিক্ষার্থী জ্ঞান গঠন করতে পারলেই সে ধীরে ধীরে অনেক বিষয়ের মধ্যে গণিত খুঁজতে চাইবে এবং গণিত বিষয়টি তার কাছে আনন্দদায়ক হয়ে উঠবে

- শিক্ষার্থী যাতে মনে মনে তাড়াতাড়ি কোনো অঙ্ক করতে পারে (মানসাঙ্ক) সেদিকে শিক্ষক/শিক্ষিকারা যেন যথেষ্ট খেয়াল রাখেন। গণিতের প্রতিটি অধ্যায় থেকেই শিক্ষার্থী যদি মানসাঙ্ক করতে শেখে তাহলে শিক্ষার্থীর চিন্তা, যুক্তি ও গণনা করার ক্ষমতা তাড়াতাড়ি তৈরি হয়।

- শিক্ষার্থী গণিতের কোনো অধ্যায় শেখার সময় শিক্ষক/শিক্ষিকারা ওই অধ্যায়ের উপর এমনভাবে যদি একটি তালিকা তৈরি করেন যাতে ওই অধ্যায় থেকে শিক্ষার্থীর শিখনের যতগুলি সম্ভাবনা থাকে সবগুলিই সে শেখে। যেমন, গুণিতকের ক্ষেত্রে—

  1) একটি সংখ্যার শূন্য ছাড়া গুণিতকের ধারণা।
  2) বাস্তবে গুণিতকের প্রয়োগের ধারণা।
  3) একটি সংখ্যার কতগুলি গুণিতক হতে পারে তার ধারণা।
  4) দুটি সংখ্যার সাধারণ গুণিতকের ধারণা।
  5) দুটি সংখ্যার সাধারণ গুণিতক কতগুলি হতে পারে তার ধারণা ।
  6) লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতকের ধারণা।
  7) বাস্তবে সাধারণ গুণিতক ও লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতকের প্রয়োগের ধারণা।
  8) একটি সংখ্যার কোনো গুণিতক থেকে কী কী গুণনীয়ক পাওয়া যাবে তার ধারণা।

- যে-কোনো অধ্যায়ের কিছু Open ended প্রশ্ন থাকা প্রয়োজন।
  a) যেমন দুটি সংখ্যার চারটি সাধারণ গুণিতক লেখো।
  b) একটি বীজগাণিতিক সংখ্যামালা যার দুটি চল আছে।
  c) একটি গুরু অনুপাত লেখো।
  d) তিনটি সরলরেখাংশের দৈর্ঘ্য লেখো যাদের দ্বারা ত্রিভুজ আঁকা সম্ভব।

- এরকম সম্ভাবনা শিক্ষক /শিক্ষিকারা নিজেরা আরও তৈরি করলে তাঁদের পক্ষে শিক্ষার্থীর সার্বিক নিরবচ্ছিন্ন মূল্যায়নে (CCE) সুবিধা হবে।

- শিক্ষার্থীর কাছে কোনো গাণিতিক পরিভাষা বা চিহ্ন নির্দেশ আকারে প্রথম থেকে না আনাই ভালো যেটা শিক্ষার্থীর শিখনে প্রথমে প্রতিবন্ধকতার সৃষ্টি করে। যেমন শিক্ষার্থীর প্রথমেই $\ngtr$ চিহ্ন না জানিয়ে যদি শিক্ষক/শিক্ষিকারা কতকগুলি গল্পের মধ্যে দিয়ে বেশি নয়ের ধারণা দেন। যেমন - রূপার বাক্সের পেনসিলের সংখ্যা ও নাসিমার বাক্সের পেনসিলের সংখ্যা 5-এর থেকে বেশি নয়, তাহলে শিক্ষার্থীর শিখন ভালো হয়। এরকম আরও বেশি নয়ের গল্প বলে তারপর এই বেশি নয় কথাটিকে যদি তাঁরা গাণিতিক চিহ্নে রূপান্তরিত করেন তাহলে শিক্ষার্থীর পক্ষে বুঝতে সুবিধে হয়।

- গণিতের কোনো প্রক্রিয়া শিক্ষার্থী যেন না বুঝে মুখস্থ করে না নেয়। প্রত্যেকটি প্রক্রিয়া যেন সে যুক্তি দিয়ে বুঝতে পারে কেন হয়। শিক্ষক/শিক্ষিকারা সেদিকে যেন যথেষ্ট খেয়াল রাখেন। যেমন যোগ, বিয়োগ, গুণের ক্ষেত্রে কাজ শুরু ডানদিক থেকে কিন্তু ভাগের ক্ষেত্রে শুরু হয় বাঁদিক থেকে। শিশু যেন সক্রিয়তাভিত্তিক কাজের ভিতর দিয়ে এরকম কেন হয় সেটা যুক্তি সহকারে বুঝতে পারে।
- শ্রেণিকক্ষে শিক্ষক/শিক্ষিকার দেওয়া কোনো অঙ্ক কোনো শিক্ষার্থী তাড়াতাড়ি সমাধান করে যেন চুপ করে বসে না থাকে। যে শিক্ষার্থী তাড়াতাড়ি অধ্যায়টি বুঝে এগিয়ে যাচ্ছে শিক্ষক/শিক্ষিকারা তাকে আরও কঠিন থেকে কঠিনতর যুক্তি নির্ভর অঙ্ক দিয়ে এগিয়ে দেবেন আর যে ধীরে ধীরে এগোচ্ছে তাকে ধীরে ধীরে যুক্তির বিকাশ ঘটিয়ে ওই অধ্যায়ের যে সামর্থ্য কাম্য সেটায় পৌঁছোতে সাহায্য করবেন।
- উচ্চ-প্রাথমিক শিক্ষায় শিক্ষার্থীরা গণিতের বিভিন্ন শাখার যেমন পাটীগণিত বীজগণিত জ্যামিতি ও রাশিবিজ্ঞানের ধারণা করতে শুরু করে। এই শাখাগুলি যে আলাদা নয় তাদের মধ্যে যে অনেক মিল আছে শিক্ষার্থীরা যাতে সেই ধারণা করতে পারে। যেমন, বীজগণিত পাটীগণিতের সাধারণ রূপ। জ্যামিতিতে একটি সরলরেখার উপর x একটি বিন্দু বললে x-এর মান অসংখ্য হতে পারে, অর্থাৎ জ্যামিতির সাথে বীজগণিতের সম্পর্ক। এইসব ধারণার মধ্যে দিয়ে তারা গণিতের সব শাখাগুলির চর্চা করবে এবং শাখাগুলিকে আলাদা করে দেখবে না। তখন গণিত বিষয়টি তাদের কাছে আরও আনন্দদায়ক হয়ে উঠবে।
- শ্রেণিকক্ষের ও বাস্তবের সমস্যা বুঝে শিক্ষক/শিক্ষিকারা নিজেরাই শিক্ষার্থীর যুক্তিপূর্ণ আনন্দদায়ক শিক্ষার জন্য পাঠ্যবইটিকে কেমন করে আরও ভালোভাবে ব্যবহার করা যাবে সেটিরও পরামর্শ জানাবেন।

পাঠ পরিকল্পনা

মাস	বিষয়
January	1. পূর্বপাঠের পুনরালোচনা 2. অনুপাত
February	3. সমানুপাত 4. পূর্ণসংখ্যার যোগ, বিয়োগ, গুণ ও ভাগ
March	5. সূচকের ধারণা 6. বীজগাণিতিক প্রক্রিয়া 7. কম্পাসের সাহায্যে নির্দিষ্ট কোণ অঙ্কন
April	8. ত্রিভুজ অঙ্কন 9. সর্বসমতার ধারণা
May	10. আসন্ন মান 11. ভগ্নাংশের বর্গমূল 12. বীজগাণিতিক সূত্রাবলী
June	13. সমান্তরাল সরলরেখা ও ছেদকের ধারণা 14. ত্রিভুজের ধর্ম
July	15. সময় ও দূরত্ব 16. দ্বি-স্তম্ভ লেখ 17. আয়তক্ষেত্র ও বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল
August	18. প্রতিসাম্য 19. উৎপাদকে বিশ্লেষণ
September	20. চতুর্ভুজের শ্রেণিবিভাগ
October	21. চতুর্ভুজ অঙ্কন
November	22. সমীকরণ গঠন ও সমাধান
December	23. মজার অঙ্ক